*УДК 621. 391*

# РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ С ОЧЕРЕДЬЮ ПРИ САМОПОДОБНОМ ТРАФИКЕ СЕТИ

*Ложковский А.Г., Артющик А.С.*

*Одесская национальна академия связи им. А.С. Попова,*
*65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнечная, 1.*
*aloshk@onat.edu.ua*

# РОЗРАХУНОК ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМИ З ЧЕРГОЮ ПРИ САМОПОДІБНОМУ ТРАФІКУ МЕРЕЖІ

*Ложковський А.Г., Артющик О.С.*

*Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова,*
*65029, Україна, м. Одеса, вул. Кузнечна, 1.*
*aloshk@onat.edu.ua*

# CALCULATION OF THE QUEUE SYSTEM CHARACTERISTICS WHEN SELF-SIMILAR NETWORK TRAFFIC

*Lozhkovskii A.G., Artuschik A.S.*

*O.S. Popov Odessa national academy of telecommunications,*
*1 Kuznechna St., Odessa, 65029, Ukraine.*
*aloshk@onat.edu.ua*

**Аннотация**. Исследованы методы повышения точности расчета характеристик качества обслуживания в сети с самоподобным трафиком за счет более точного нахождения коэффициента Херста в зависимости от параметров формы распределения Вейбулла и Парето. Поскольку самоподобный трафик (интервал времени между заявками) лучше всего описывается распределением Вейбулла или Парето, то именно для них получена новая формула расчета коэффициента самоподобности трафика. При этом расчет характеристик качества обслуживания можно выполнять на основе формулы Норроса, которая справедлива для модели *fBM*/*D*/1/∞.

**Ключевые слова**: телекоммуникационные системы и сети, методы расчета и проектирования, самоподобный трафик.

**Анотація**. Досліджено методи підвищення точності розрахунку характеристик якості обслуговування в мережі із самоподібним трафіком за рахунок більш точного знаходження коефіцієнта Херста в залежності від параметрів форми розподілів Вейбула та Парето. Оскільки самоподібний трафік (інтервал часу між заявками) краще описується розподілом Вейбулла або Парето, то саме для них отримана нова формула розрахунку коефіцієнта самоподібності трафіка. При цьому розрахунок характеристик якості обслуговування можна виконувати на основі формули Норроса, яка справедлива для моделі *fBM*/*D*/1/∞.

**Ключові слова**: телекомунікаційні системи та мережі, методи розрахунку та проектування, самоподібний трафік.

**Abstract.** Researched methods to improve the accuracy of calculation of the characteristics of service quality in the networks with self-similar traffic through more precise location Hurst coefficient depending on the form of Weibull and Pareto distribution. Since similar traffic (time interval between requests) best describes the Weibull or Pareto distribution, it is for him gives a new formula for the calculation of the self-similarity coefficient of traffic. The calculation of the characteristics of service quality can be performed on the basis of the Norros formula, which is valid for the model fBM/D/1/∞.

**Key words**: telecommunications systems and networks, methods of calculation and design, self-similar traffic.

В мультисервисных пакетных сетях связи при широком диапазоне скоростей передачи потоков разных приложений и служб происходят резкие изменения интенсивности трафика и, поэтому, он имеет пачечный характер. Здесь нагрузка является разнородной, хотя передачу потоков разных приложений и служб обеспечивает одна и та же сеть с едиными протоколами и законами управления. Источники каждой службы сети характеризуются максимальной и средней скоростями передачи, где их соотношение определяет коэффициент пачечности (*burstness*). Адекватной моделью потоков в таких сетях считаются самоподобные (*self-similarity*) процессы, где поток описывается фрактальним броуновским движением (*fBM – fractional Brownian Motion*). Основной причиной самоподобия трафика является интегральный характер сети или мультисервисность. Такая сеть используется одновременно для передачи речи, видео и данных, представляемых в форме стандартных пакетов.

Для моделирования процесса фрактального характера необходимо генерировать случайные реализации фрактального броуновского движения *fBM*. При математическом моделировании трафика с эффектом фрактального броуновского движения используют вероятностные распределения, называемые „распределениями с длинным хвостом”, к которым относятся распределения Вейбулла и Парето [5]. Наличие в распределении так называемого „длинного хвоста” обеспечивает свойство пачечности трафика, поскольку в распределении сильно возрастает вероятность длительных интервалов времени между пакетами, а также для их компенсации возрастают и вероятности очень коротких интервалов времени. Из-за полного отсутствия пакетов на одних интервалах времени для „поддержки” заданного среднего значения количества пакетов необходима их концентрация (увеличение) на других интервалах времени (возникает группировка пакетов в «пачки»).

Несмотря на популярность модели самоподобного трафика, до сих пор ряд задач оценки качества обслуживания в пакетной сети остаются нерешенными. Из-за отсутствия строгой теоретической базы, способной дополнить классическую теорию массового обслуживания при проектировании пакетной сети связи с самоподобным трафиком, не существует достоверной и признанной методики расчета параметров и показателей качества систем распределения информации в условиях эффекта самоподобия. В работах [1, 2] показано, что при наличии свойств самоподобия во входящем потоке требований с ростом интенсивности нагрузки ρ ухудшаются характеристики качества обслуживания, но не настолько, как предполагается по методу Норроса [3]. Расхождение результатов моделирования и оценок, получаемых по методу Норроса, иногда составляет сотни процентов [1]. Очевидно, что оценка Норроса значительно завышена, что требует нахождения более точного решения.

**Целью данной статьи** является повышение точности расчета характеристик качества обслуживания путем получения новой формулы расчета коэффициента самоподобности трафика в зависимости от параметра формы распределений Вейбулла или Парето, так как самоподобный трафик (интервал времени между заявками или пакетами потока) достаточно хорошо описывается именно этими распределениями.

Для расчета односерверной системы с бесконечной очередью и постоянным временем обслуживания (модель $fBM/D/1/\infty$) известно решение в виде формулы Норроса [3, 4], использующей коэффициент самоподобности $H$, называемый коэффициентом Херста:

$$N = \frac{(1-\rho)^{\frac{H}{H-1}}}{\rho^{\frac{0.5}{H-1}}}, \tag{1}$$

здесь $N$ – среднее количество требований в системе, которое не может быть превышено, т.е. это верхняя оценка этого количества требований в системе $fBM/D/1/\infty$.

Метод Херста позволяет выявить в статистических данных пакетного трафика тенденцию следовать по направлению тренда и быструю перемежаемость последовательных значений интенсивности трафика (всплески интенсивности, приводящие к пачечности), фрактальность (самоподобность), наличие периодических и непериодических циклов (из-за используемых протоколов передачи пакетного трафика).

Результаты моделирования, представленные на рис. 1, показывают, что при самоподобном трафике с ростом интенсивности нагрузки ρ ухудшаются характеристики качества обслуживания, но не настолько, как это установлено формулой Норроса. Расхождение результатов моделирования (показаны знаком «+») и оценок, полученных по формуле (1) (показаны штриховой линией), может достигать сотни процентов. Оценка Норроса сильно завышена и необходимо более точное решение.

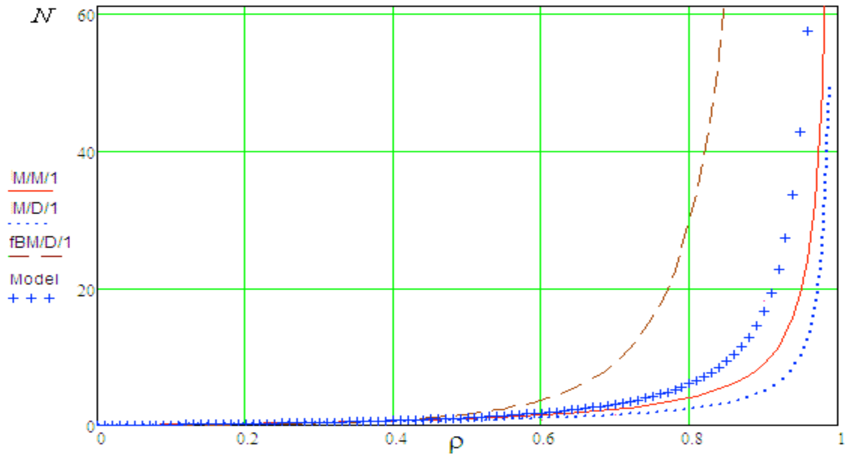


Рисунок 1 – Моделирование $N$ в модели $fBM/D/1/\infty$ при $H = 0{,}7$

Известен метод формирования самоподобного потока методом Мандельброта [5]. Он основан на суперпозиции нескольких независимых и имеющих одинаковое распределение ON/OFF источников, интервалы между ON и OFF периодами которого обладают эффектом Ноа. Эффект Ноа в распределении длительностей ON/OFF периодов является базовым при моделировании самоподобного трафика. Эффект Ноа является синонимом синдрома бесконечной дисперсии. Для достижения эффекта Ноа используют распределения Парето или Вейбулла, часто называемые «распределениями с длинным хвостом». Наличие в распределении «длинного хвоста» обеспечивает свойство пачечности трафика, так как в распределении возрастают вероятности длинных интервалов между событиями, а также для их компенсации возрастают и вероятности очень коротких интервалов.

Плотность распределения Вейбулла задается функцией:

$$f(x) = \lambda_0 a x^{a-1} e^{-\lambda_0 x^a},$$

где $a$ – параметр формы; $\lambda_0$ – коэффициент масштаба.

При практическом моделировании самоподобного трафика, например, при помощи алгоритма [6], распределение Вейбулла получается путем перехода от равномерного распределения методом обратной функции:

$$Z_i = \left(-\frac{1}{\lambda_0}\ln U_i\right)^{1/a}, \tag{2}$$

где $Z_i$ – $i$-й интервал между заявками потока; $U$ – случайное число, равномерно распределенное на интервале [0, 1]. Для обеспечения самоподобных свойств моделируемого трафика необходимо задавать значения параметра формы $a$ в пределах от 1 до 0, что должно обеспечивать значения коэффициента самодобности Херста в диапазоне $H$ = 0,5…1 соответственно.

Параметр формы $a$ распределения Вейбулла и коэффициент Херста $H$ принято считать [4], что находятся в такой зависимости:

$$H = \frac{2 - a}{2}. \qquad (3)$$

Однако, результаты моделирования, представленные на рис. 2 показывают, что для распределения Вейбулла (а также Парето) нет линейной зависимости (3) коэффициента Херста $H$ от параметра формы $a$ распределения.

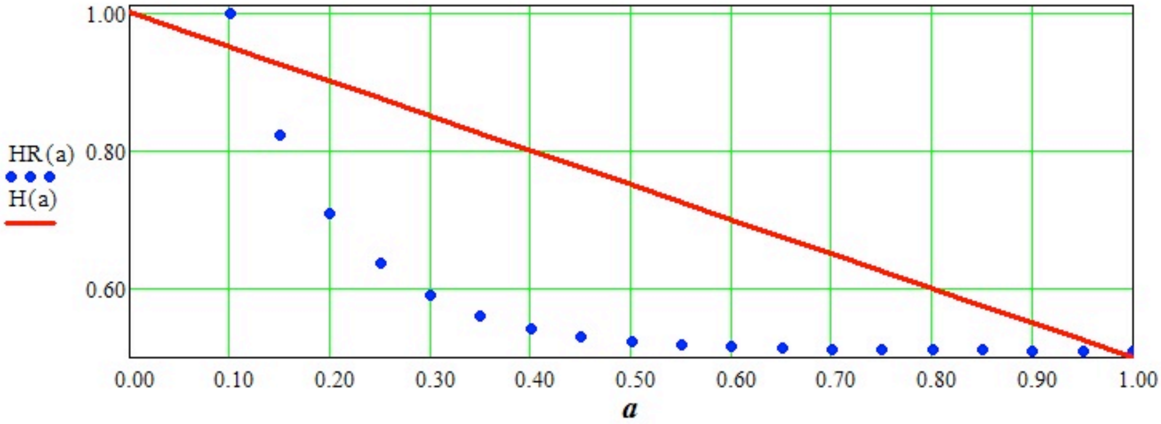


Рисунок 2 – Моделирование коэффициента самоподобности $HR$ в модели $fBM/D/1/\infty$

Из рис. 2 видно, что реально коэффициент Херста HR (пунктирная кривая) зависит от параметра $a$ формы распределения Вейбулла нелинейно (сплошная линия), а по закону, близкому к экспонентному. Если реальная статистика трафика (интервал времени между запросами или пакетами) аппроксимируется распределением Вейбулла, то для формулы Норроса (1) надо рассчитывать коэффициент самоподобности Херста не по формуле (3), а по формуле аппроксимирующей кривой HR, показанной на рис. 2 пунктирной линией. При этом точность расчета (1) существенно возрастает, поскольку, например, из (3) следует, что при $a = 0{,}3$ коэффициент $H = 0{,}85$, а фактически $H = 0{,}6$, что на 40% меньше.

По результатам имитационного моделирования [6] для расчета коэффициента Херста трафика, описываемого распределением Вейбулла, предложена следующая формула:

$$Hw = 1{,}2e^{-9a} + 0{,}51, \qquad (4)$$

где $a$ – это параметр формы распределения Вейбулла.

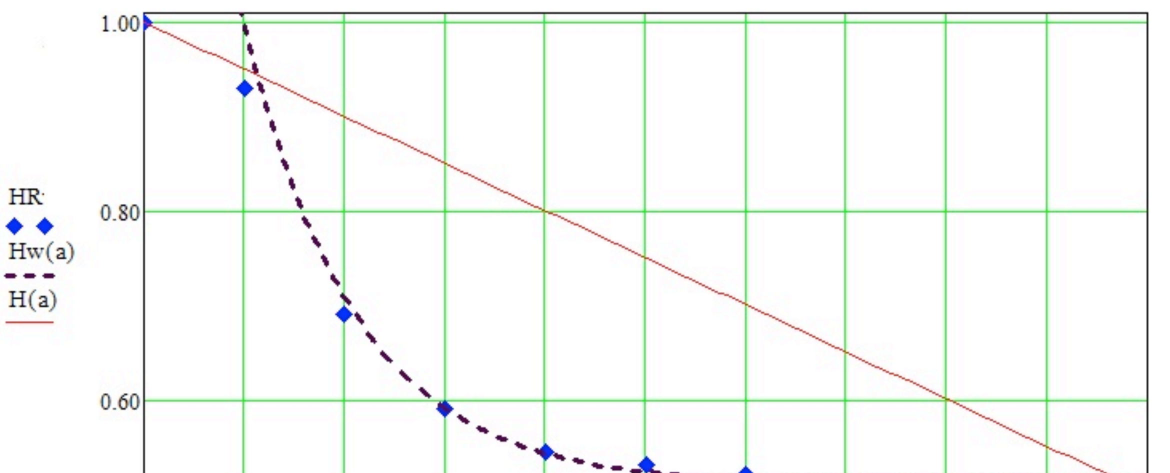


Рисунок 3 – Аппроксимация коэффициента Херста $HR$ в модели $fBM/D/1/\infty$

Аппроксимация (4) коэффициента Херста *HR* (штриховая линия), приведенная на рис.3, хотя и не полностью соответствует кривой реального изменения коэффициента Херста в зависимости от параметра *a* формы распределения Вейбулла, но обеспечивает точность расчета характеристик качества обслуживания на порядок выше, чем при расчетах с использованием формулы (3). При этом погрешность расчета в среднем не превышает 10…20 %.

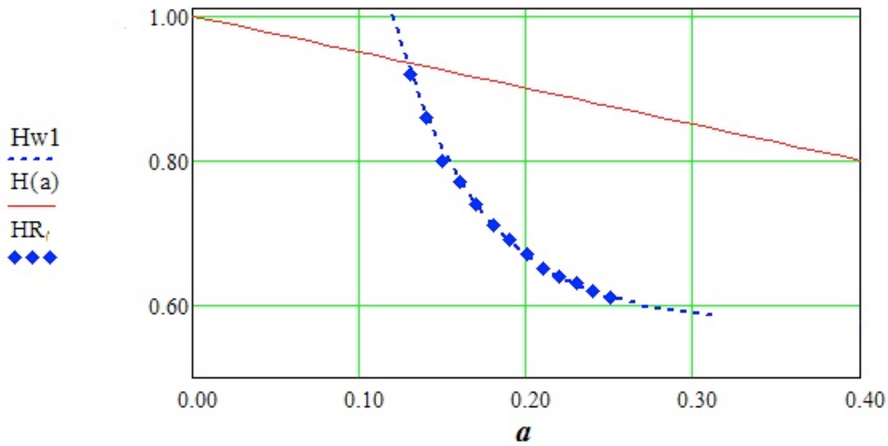


Рисунок 4 – Аппроксимация коэффициента Херста *HR* при *H* = 0,6…0,9

На рис. 4 для диапазона значений коэффициента *H* = 0,6…0,9 приведена аппроксимация вида

$$Hw1 = 4{,}1e^{-19a} + 0{,}57, \qquad (5)$$

которая обеспечивает еще более точный расчет коэффициента Херста *H* в зависимости от параметра *a* формы распределения Вейбулла. Именно в этом диапазоне находятся значения коэффициентов *H* реального самоподобного трафика пакетных сетей связи.

Плотность распределения Парето задается функцией:

$$f(x) = \frac{a}{b}\left(\frac{b}{x}\right)^{a+1},$$

где *a* – параметр формы; *b* – мода распределения (минимальное значение случайной величины *x*). Причем, при $a \le 2$ дисперсия бесконечна (что и требуется в качестве одного из условий самоподопобности).

При практическом моделировании самоподобного трафика [6] распределение Парето получается путем перехода от равномерного распределения методом обратной функции:

$$Z_i = \frac{b}{\sqrt[a]{U_i}}, \qquad (6)$$

где $Z_i$ – *i*-й интервал между событиями; *U* – случайное число, равномерно распределенное на интервале [0, 1]. Для обеспечения самоподобных свойств моделируемого трафика необходимо задавать значения параметра формы *a* в пределах от 2 до 1, что обеспечивает значения коэффициента самодобности Херста в диапазоне *H* = 0,5…1 соответственно. Кроме того, необходимо каждое полученное значение интервала времени до следующей заявки $Z_i$ уменшить на величину *b* для обеспечения реалистичности трафика (распределение Парето не дает величины, меньшие *b*, но реально такие значения могут быть).

Параметр формы *a* распределения Парето и коэффициент Херста *H* принято считать [4], что находятся в такой зависимости:

$$H = \frac{3-a}{2}. \qquad (7)$$

Однако, результаты моделирования, представленные на рис. 5 показывают, что для распределения Парето (как и Вейбулла) нет линейной зависимости (7) коэффициента Херста $H$ от параметра формы $a$ распределения.

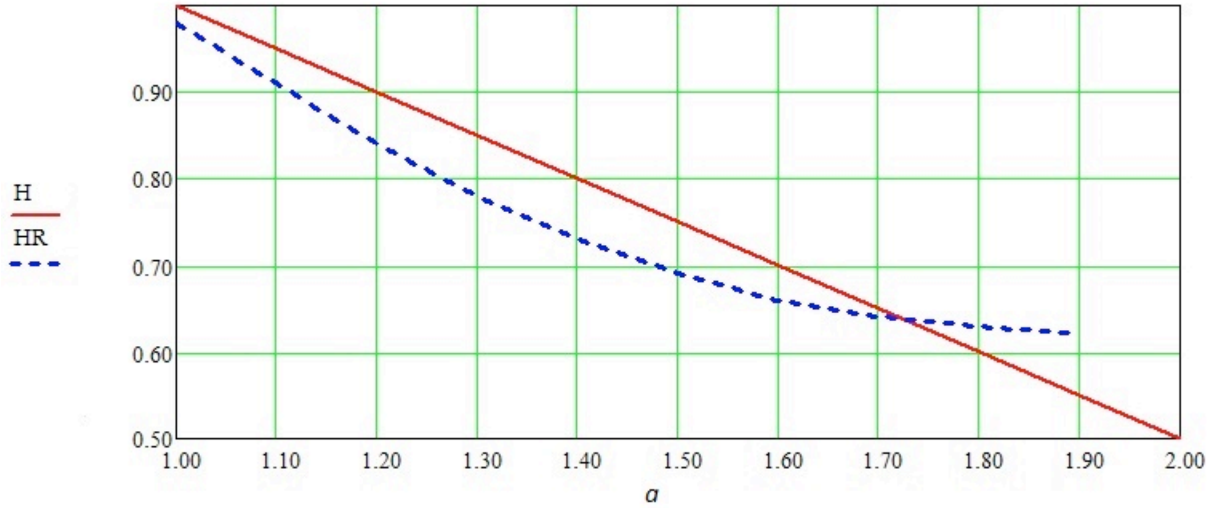


Рисунок 5 – Моделирование коэффициента самоподобности $H$ в модели $fBM/D/1/\infty$

Из рис. 5 видно, что реальный коэффициент Херста HR (пунктирная кривая) зависит от параметра формы $a$ распределения Парето нелинейно (сплошная линия), а по закону, близкому к экспонентному.

Таким образом, если реальная статистика трафика (интервал времени между пакетами) аппроксимируется распределением Парето, то для расчета характеристик качества обслуживания по формуле Норроса (1) следует рассчитывать коэффициент самоподобности Херста не по формуле (7), а по формуле аппроксимирующей кривой HR, показанной на рис. 5 штриховой линией. В этом случае точность расчета возрастает на порядок, причем при этом погрешность не превышает 10…20 %.

По результатам имитационного моделирования, осуществленного при помощи алгоритма [6], для расчета коэффициента Херста трафика, описываемого распределением Парето, предложена очень простая формула:

$$H = a^{-0,8}, \tag{8}$$

где $a$ – это параметр формы распределения Парето.

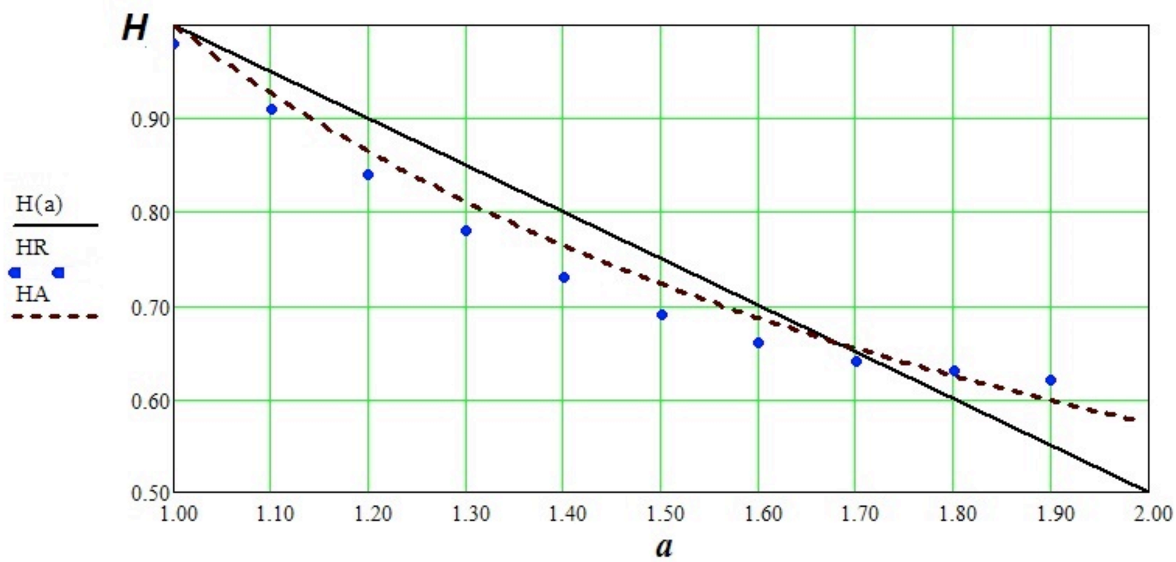


Рисунок 6 – Аппроксимация коэффициента Херста $HA$ в модели $fBM/D/1/\infty$

Аппроксимация (8) коэффициента Херста *HA* (штриховая линия) не полностью соответствует кривой реального изменения коэффициента Херста в зависимости от параметра формы *a* распределения Парето, но даже и в таком виде обеспечивает точность расчета характеристик качества обслуживания в среднем на порядок высшую, чем при расчетах с использованием формулы (7). При этом погрешность расчета в среднем не превышает 10…50 %.

По формуле [1] и аппроксимации [8] через параметр формы распределения Парето *a* можно рассчитать, например, среднее количество заявок в системе *N* так:

$$N = \frac{(1-\rho)^{\frac{a^{-0,8}}{a^{-0,8}-1}}}{\rho^{\frac{0,5}{a^{-0,8}-1}}}. \qquad (9)$$

С учетом приведенных аппроксимаций (4) и (8) при оценке характеристик качества обслуживания достаточно рассчитать через параметр *a* формы распределения Вейбулла или Парето соответственно только одну из характеристик, например, среднее количество заявок в системе *N* по формуле (1). Все оставшиеся характеристики *QoS* рассчитываются по нижеследующим формулам, поскольку такие характеристики, как среднее количество заявок в очереди *Q*, среднее время пребывания заявок в системе *T* и среднее время задержки заявок в системе *W* связаны с *N* известными функциональными соотношениями:

$$Q = N - \rho; \qquad T = \frac{N}{\rho}; \qquad W = T - 1.$$

В заключение следует отметить, что данный метод позволяет рассчитывать характеристики качества обслуживания (*QoS*) самоподобного трафика, описываемого распределениями Вейбулла или Парето, в одноканальной системе *fBM*/*D*/1/∞ с дискретным временем обслуживания заявок значительно проще. Эта простота объясняется тем, что для расчета необходимо знать лишь параметр *a* формы распределения Вейбулла или Парето и нет необходимости рассчитывать достаточно сложным и трудоемким способом (например, методом *R*/*S*-статистики) коэффициент самоподобности Херста для трафика. Все приведенные графики демонстрируют существенное отличие реальной (4) и используемой сейчас линейной зависимости (3) коэффициента самоподобности *H* от параметра *a* формы распределения Вейбулла или отличие реальной (8) и используемой сейчас линейной зависимости (7) коэффициента самоподобности *H* от параметра *a* формы распределения Парето в системе *fBM*/*D*/1/∞. Использование реальных функциональных зависимостей *H* и *a* позволяет повысить точность расчета характеристик качества обслуживания на порядок.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ложковский А.Г. Сравнительный анализ методов расчета характеристик качества обслуживания при самоподобных потоках в сети / А.Г. Ложковский // Моделювання та інформаційні технології: зб. наук. пр. ІПМЕ ім. Г.Є. Пухова НАН України. – К., 2008. – Вип. 47. – С. 187-193.
2. Ложковский А.Г. Математическая модель пакетного трафика / А.Г. Ложковский, О.В. Вербанов, В.А. Каптур, В.М. Колчар // Вестник национального политехнического университета «ХПИ». – 2011. – № 9. – С. 113-119.
3. Norros Ilkka. A storage model with self-similar input. – Queuing Systems, 1994. – Vol. 16.
4. Крылов В.В.Теория телетрафика и её приложения / В.В. Крылов, С.С. Самохвалова. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 288 с.: ил.
5. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы // Компьютинг в математике, физике, биологии; пер. с англ. Б. Мандельброт. – М.: Изд-во Института компьютерных исследований, 2002. – С. 145-148.
6. Ложковский А.Г. Моделирование многоканальной системы обслуживания с организацией очереди / А.Г. Ложковский, Н.С. Салманов, О.В. Вербанов // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2007. – № 3/6 (27). – С. 72-76.

REFERENCES:

1. Lozhkovskii A.G. Comparative analysis of methods for calculating the quality of service characteristics with self-similar flows in the network / A.G. Lozhkovskii // Modeling and Information Technologies: Coll. Science. pr. IPM NAS of Ukraine. – K., 2008. – Vol. 47. – P. 187-193.
2. Lozhkovskij A.G. Matematicheskaja model' paketnogo trafika / A.G. Lozhkovskij, O.V. Verbanov, V.A. Kaptur, V.M. Kolchar // Vestnik nacional'nogo politehnicheskogo universiteta «HPI». – 2011. – № 9. – S. 113-119.
3. Norros Ilkka. A storage model with self-similar input. – Queuing Systems, 1994. – Vol. 16.
4. Krylov V.V, Samohvalova S.S. Teorija teletrafika i prilozhenija. – SPb.: BHV-Peterburg. – 2005. – 288 s.
5. Mandel'brot B. Fraktal'naja geometrija prirody // Komp'juting v matematike, fizike, biologii. Per. s angl. – M.: Izd-vo Instituta komp'juternyh issledovanij, 2002.
6. Lozhkovskii A.G. Simulation of multi-channel queuing system with queuing / A.G. Lozhkovskii, N.S. Salmanov, O.V. Verbanov // Eastern European journal of advanced technologies. – 2007. – № 3 / 6 (27). – P. 72-76.