

МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ

Викулин И.М., Коробицын Б.В., Криськив С.К.

*Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова,
65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнечная, 1.*

kriskiv2@yandex.ua

МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОСТІ МЕТАЛІВ

Вікулін І.М., Коробіцин Б.В., Криськів С.К.

*Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова,
65029, Україна, м. Одеса, вул. Кузнечна, 1.*

kriskiv2@yandex.ua

MODEL OF ELECTRICAL CONDUCTIVITY OF METALS

Vikulin I.M., Korobitsin B.V., Kryskiv S.K.

*O.S. Popov Odessa national academy of telecommunicationians,
1 Kuznechna St., Odessa, 65029, Ukraine.*

kriskiv2@yandex.ua

Аннотация. Названы наиболее важные явления, наблюдаемые в металлах. Рассмотрено распределение электронов в типичном металле в пространстве импульсов с использованием статистики Ферми-Дирака. Показано изменение этого распределения во внешнем электрическом поле, соответствующее протеканию электрического тока. Введено понятие подвижности и дрейфовой скорости ансамбля свободных электронов и показана их связь с макроскопическими параметрами металла. Рассмотрена зона проводимости металла и ее заполнение электронами с указанием на ней средней энергии и энергии Ферми. Произведена оценка скорости хаотического движения электронов проводимости и ее влияние на электропроводность металлов и подвижность электронов.

Ключевые слова: поверхность Ферми, подвижность носителей заряда, дрейфовая скорость.

Анотація. Названі найбільш важливі явища, які спостерігаються в металах. Розглянуто розподіл електронів у типовому металі в просторі імпульсів з застосуванням статистики Фермі-Дирака. Показана зміна цього розподілу у зовнішньому полі, що відповідає протіканню електричного струму. Введено поняття рухливості та дрейфової швидкості ансамблю вільних електронів та показано їх зв'язок з макроскопічними параметрами металу. Розглянута зона провідності металу та її заповнення електронами з вказівкою на ній середньої енергії та енергії Фермі. Виконана оцінка швидкості хаотичного руху електронів та її вплив на електропровідність металів та рухливість електронів.

Ключові слова: поверхня Фермі, рухливість носіїв заряду, дрейфова швидкість.

Abstract. Named the most important phenomena observed in metals. Reviewed the distribution of electrons in a typical metal in the space pulses with the use of statistics, Fermi-Dirac. Shows the change in this distribution in an external electric field corresponding to the electric current flow. The notion of mobility and drift velocity of the ensemble of free electrons and shows their relationship with the macroscopic parameters. Examined the conduction band of the metal and its filled with electrons, indicating on it the average energy and the Fermi energy. The estimation of the speed of the random motion of conduction electrons and its influence on electrical conductivity of metals and the electron mobility.

Key words: the Fermi surface, the mobility of the charge carriers, drift velocity.

Физические явления в металлах, например, эффект Холла, термоэлектричество, магнетизм, электропроводность определяются различными процессами и могут рассматриваться в зависимости от поставленной задачи в различных аспектах.

Целью данной статьи является согласование измеряемых на практике величин – электропроводности, подвижности и концентрации электронов со статистическими свойствами электронного газа в металле. Электропроводность металлов не является простым процессом и может рассматриваться в зависимости от поставленной задачи в различных аспектах. Здесь рассмотрим модель, объясняющую некоторые важные свойства электропроводности металлов, опираясь на зонную теорию твердого тела и свойства распределения Ферми-Дирака.

На рис. 1 показана двумерная проекция трехмерного распределения свободных электронов в пространстве импульсов при отсутствии и наличии внешнего электрического поля. Сферическая поверхность, ограничивающая распределение, является поверхностью Ферми и соответствует энергии Ферми. Подобный подход использовался ранее в [1]. В отсутствие электрического поля ее центр находится в начале ординат ($p_x = 0; p_y = 0; p_z = 0$). Здесь же показано смещение сферы и центра распределения в направлении против поля на величину импульса p_0 , который является средним импульсом электронного ансамбля в данном электрическом поле.

Энергия Ферми

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (1)$$

где n – концентрация электронов; m – масса электронов проводимости. С другой стороны,

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m}, \quad (2)$$

где p_F – импульс электронов, обладающих энергией Ферми, т.е. максимальный импульс.

Из (2) получим

$$p_F = \sqrt{h^2 \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}}} = h \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (3)$$

Объем сферы Ферми

$$V_F = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi p_F^3 = \frac{4\pi h^3 \cdot 3n}{3 \cdot 8\pi} = \frac{h^3}{2} n \quad (4)$$

и равен половине объема элементарной ячейки фазового пространства, умноженного на концентрацию электронов. Множитель $\frac{1}{2}$ отражает двукратное спиновое вырождение каждого электронного состояния.

Таким образом, движение свободных электронов металла во внешнем поле можно представить как движение центра сферы Ферми со скоростью:

$$v_0 = \frac{p_0}{m}, \quad (5)$$

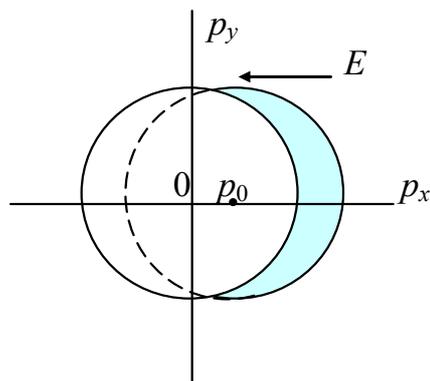


Рисунок 1 – Положение распределения Ферми в отсутствие внешнего электрического поля (сплошная линия) и при действии внешнего поля (штрихованная линия)

где m – масса свободного электрона; v_0 – скорость движения ансамбля электронов как целого; n – полная концентрация электронов. Таким образом, скоростью дрейфа можно считать скорость направленного движения электронного распределения как целого, не учитывая интенсивного хаотического движения электронов, которое не переносит ток. Скорости дрейфа соответствует эффективная подвижность ансамбля электронов, которую можно измерить на опыте.

С другой стороны, большую проводимость металлов можно объяснить большой величиной тока, переносимого небольшой группой быстрых электронов на вершине распределения Ферми (затемненная область на рис. 1), а не высоким значением полной концентрации свободных электронов, которым можно придать небольшую дрейфовую скорость. Тем не менее, в расчет электропроводности входит полная концентрация электронов n . Это связано с тем, что большие скорости на вершине распределения Ферми определяются именно высокой полной концентрацией электронов.

Скорость движения центра распределения является скоростью дрейфа электронов:

$$v_0 = v_{др} = \mu E, \quad (6)$$

где μ – эффективная подвижность электронов, т.е. подвижность центра распределения. В этой модели будем считать, что все электроны движутся с одинаковой дрейфовой скоростью.

Подвижность определяем по результатам измерений удельной электропроводности ρ :

$$\mu = \frac{\rho}{e \cdot n}, \quad (7)$$

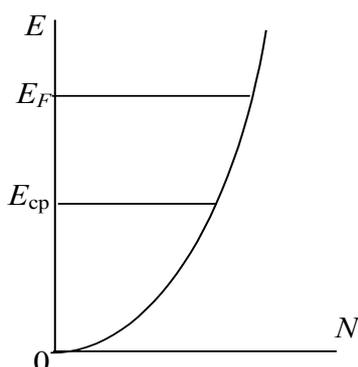


Рисунок 2 – Распределение свободных электронов в зоне проводимости металла по энергиям

а концентрация электронов – по концентрации атомов и их валентности или из измерений эффекта Холла.

Известно [2], что реальные скорости дрейфа электронов в представлении одинаковой роли их в металлах находятся в пределах $10^{-5} \dots 10^{-4}$ м/с. Сравним эту скорость со скоростью «теплового» движения электронов, обладающих средней энергией распределения Ферми (рис. 2).

Среднюю энергию электронов $E_{ср}$ вычислим из условия, что число электронов n_1 с энергией меньше $E_{ср}$ равно числу электронов n_2 с энергией больше $E_{ср}$.

Число электронов найдем как интеграл функции плотности состояний в определенном интервале

энергий при вероятности заполнения равной единице

$$n_1 = \int_0^{E_{ср}} \frac{4\pi}{h^3} (2m_n)^{\frac{3}{2}} (E - 0)^{\frac{1}{2}} dE, \quad (8)$$

$$n_2 = \int_{E_{ср}}^{E_F} \frac{4\pi}{h^3} (2m_n)^{\frac{3}{2}} (E - E_{ср})^{\frac{1}{2}} dE, \quad (9)$$

где h – постоянная Планка; m_n – эффективная масса электрона.

Из условия $n_1 = n_2$, сократив обе части равенства на одинаковые величины, получим

$$\int_0^{E_{cp}} (E - 0)^{\frac{1}{2}} dE = \int_{E_{cp}}^{E_F} (E - E_{cp})^{\frac{1}{2}} dE. \quad (10)$$

Проинтегрировав, получим

$$\left. \frac{E^{\frac{3}{2}}}{3/2} \right|_0^{E_{cp}} = \left. \frac{E^{\frac{3}{2}}}{3/2} \right|_{E_{cp}}^{E_F}, \quad (11)$$

или

$$E_{cp}^{\frac{3}{2}} = E_F^{\frac{3}{2}} - E_{cp}^{\frac{3}{2}}. \quad (12)$$

Отсюда

$$E_{cp} = \frac{E_F}{2^{2/3}} = 0,630E_F. \quad (13)$$

Найдем E_{cp} с учетом (1):

$$E_{cp} = 0,630 \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n_0 DN_A}{8\pi M} \right)^{\frac{2}{3}} = 0,0764 \frac{h^2}{m} \left(\frac{n_0 DN_A}{M} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (14)$$

где n_0 – валентность; D – плотность; N_A – число Авогадро; M – молярная масса вещества.

Средняя скорость, соответствующая средней энергии

$$v_{cp} = \sqrt{\frac{2E_{cp}}{m}} = \sqrt{0,153 \frac{h^2}{m^2} \left(\frac{n_0 DN_A}{M} \right)^{\frac{2}{3}}} = 0,391 \frac{h}{m} \left(\frac{n_0 DN_A}{M} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (15)$$

Максимальная скорость больше средней в 1,26 раз. Эта скорость не зависит от температуры, т.е., по существу, не является тепловой.

Для натрия, например, она равна $8,47 \cdot 10^5$ м/с, т.е. на 10 порядков больше дрейфовой.

Итак, скоростью дрейфа будем считать скорость направленного движения электронного распределения как целого, не учитывая интенсивного хаотического движения, которое не переносит ток.

Такая модель проста, отражает свойства большинства металлов и связана с параметрами, легко определяемыми из опыта.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Викулин И.М. Физика электрорадиоматериалов / Викулин И.М., Коробицын Б.В., Криськив С.К. – К.: Кафедра, 2012. – 376 с.
2. Антипов Б.Л. Материалы электронной техники / Антипов Б.Л., Сорокин В.С., Терехов В.А. – М.: Высшая школа, 1990. – 208 с.

REFERENCES:

1. Vikulin I.M. Elektroradiomaterialov Physics/ Vikulin I.M., Korobitsin B.V., Kryskiv S.K. – K.: Kafedra, 2012. – 376 p.
2. Antipov B.L. Materials electronic engineering/ Antipov B.L., Sorokin V.S., Terekhov V.A. – Moscow: Higher School, 1990. – 208 p.