

**ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ  
ТА РОЗДІЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ АНАЛІТИЧНОГО БАГАТОЧАСТОТНОГО  
ФАЗОВОГО МЕТОДУ ВИМІРЮВАННЯ ДАЛЬНОСТІ**

*Любчик В.Р.<sup>1</sup>, Сенчишина Ю.В.<sup>2</sup>, Троцишин І.В.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> – Хмельницький національний університет,  
29016, Україна, м. Хмельницький, вул. Інститутська, 11.

<sup>2</sup> – Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова,  
65029, Україна, м. Одеса, вул. Кузнечна, 1.

*vitaly1612@gmail.com, senchyshyna.y@gmail.com, [vottp.tiv@gmail.com](mailto:vottp.tiv@gmail.com)*

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ И РАЗРЕШАЮЩЕЙ  
СПОСОБНОСТИ АНАЛИТИЧЕСКОГО МНОГОЧАСТОТНОГО  
ФАЗОВОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ДАЛЬНОСТИ**

*Любчик В.Р.<sup>1</sup>, Сенчишина Ю.В.<sup>2</sup>, Троцишин И.В.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> – Хмельницкий национальный университет,  
29016, Украина, г. Хмельницкий, ул. Институтская, 11.

<sup>2</sup> – Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова,  
65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнечная, 1.

*vitaly1612@gmail.com, senchyshyna.y@gmail.com, [vottp.tiv@gmail.com](mailto:vottp.tiv@gmail.com)*

**RESEARCH MEASUREMENT ACCURACY AND RESOLUTION FOR ANALYTICAL  
MULTI-FREQUENCY PHASE METHOD OF MEASUREMENT RANGE**

*Liubchik V.R.<sup>1</sup>, Semchyshyna Y.V.<sup>2</sup>, Trotsyshyn Y.V.<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Natsyonalnyy Khmelnytsky University,  
Street. Instytutska 1, Khmelnytsky, 29016, Ukraine.

<sup>2</sup> -O.S. Popov Odessa national academy of telecommunications,  
1 Kuznechna St., Odessa, 65029, Ukraine.

*vitaly1612@gmail.com, senchyshyna.y@gmail.com, vottp.tiv@gmail.com*

**Анотація.** В роботі розглянуто виникнення похибок вимірювання дальності за багаточастотним фазовим методом дальнометрії. Показано, що на похибку вимірювання дальності впливають значення похибок амплітуд та фазових зсувів сумарних відбитих сигналів, що є сумою сигналів відбитих від кожного з об'єкта та особливості математичного перетворення отриманих значень вектора відбитих сигналів у значення коефіцієнтів степеневого рівняння та розв'язання даного степеневого рівняння.

**Ключові слова:** багаточастотний фазовий метод, вимірювання дальності, похибка, радіолокація.

**Аннотация.** В работе рассмотрено возникновение погрешностей измерения дальности при многочастотном фазовом методе дальнометрии. Показано, что на погрешность измерения дальности влияют значения погрешностей амплитуд и фазовых сдвигов суммарных отраженных сигналов, которые являются суммой сигналов отраженных от каждого объекта, и особенности математического преобразования полученных значений векторов отраженных сигналов в значения коэффициентов степенного уравнения и решения данного степенного уравнения.

**Ключевые слова:** многочастотный фазовый метод, измерение дальности, погрешность, радиолокация.

**Abstract.** In the paper is shown the occurrence of measurement errors for multifrequency phase method of measuring distances. It is shown that the error affected from values of error of amplitude value and error of phase shifts of total reflected signal which is the sum of signals reflected from each object and features of mathematical transformation of values of vectors the reflected signals to coefficients of a power equation and solving a power equation.

**Key words:** multi-frequency phase method, measurement range, error, radar.

Подальший розвиток методів вимірювання дальності до декількох об'єктів фазовим методом привів до розробки низки багаточастотних фазових методів, які дозволяють значно звужити частотний діапазон зондуючих сигналів та підвищити точність вимірювання дальності. Так, запропонований у роботах [1, 2] метод дозволяє вимірювати дальність в обмеженому частотному діапазоні. Проте він має суттєвий недолік, а саме: необхідність використання значних обчислювальних можливостей комп'ютерної техніки, внаслідок необхідності розраховувати коефіцієнти системи лінійних рівнянь, а також розв'язання цієї системи, тому що кількість рівнянь зі зростанням кількості об'єктів збільшується за нелінійною залежністю. Удосконалений аналітичний фазовий метод використовує значно простіші залежності для знаходження коефіцієнтів системи лінійних рівнянь. Кількість рівнянь завжди в два рази більша за кількість об'єктів, що значно спрощує обчислення та суттєво обмежує частотний діапазон зондуючих сигналів. Необхідно дослідити точність багаточастотного фазового методу вимірювання відстаней до багатьох об'єктів.

**Метою статті** є дослідження точності вимірювання та роздільної здатності імітаційної моделі для випадку аналітичного багаточастотного фазового методу вимірювання дальності.

Метод багаточастотного фазового вимірювання дальності полягає у зондуванні усіх об'єктів гармонічними сигналами у деякому частотному діапазоні. Значення частот зондуючих сигналів обирається із умови однозначного вимірювання дальності впродовж заданого максимального значення.

Формування сітки гармонічних зондуючих сигналів в області високих частот передбачає наступні значення частот:  $f_0$ ,  $f_0 + \Delta f$ ,  $f_0 + 2\Delta f$ , ...,  $f_0 + n\Delta f$ . Після прямого та зворотного поширення сигналів від випромінювача до об'єкта та назад до приймального сенсора чи антени, сигнали відбиті від об'єктів додаються, в результаті отримуємо один гармонічний сигнал, який можна описати виразом:

$$a_{\Sigma r} \cdot e^{-j\varphi_{\Sigma r}} = a_{1r} \cdot e^{-j\varphi_{1r}} + a_{2r} \cdot e^{-j\varphi_{2r}} \dots a_{nr} \cdot e^{-j\varphi_{nr}}, \quad (1)$$

де  $n$  – кількість об'єктів;  $r$  – початкова частота.

Фазовий зсув, який набуває зондуючий сигнал після поширення до об'єкта і назад до приймального сенсора, пропорційний дальності  $l_i$  та поточній частоті:

$$\varphi_i = \frac{4\pi l_i}{\lambda_r} = \frac{4\pi l_i}{v_n} f_r, \quad (2)$$

де  $v_n$  – швидкість поширення сигналів у середовищі.

Після збільшення частоти на  $\Delta f$  фазовий зсув відбитий від одного об'єкта набуває значення:

$$\varphi_{i+1} = \frac{4\pi l_i}{\lambda_r} = \frac{4\pi l_i}{v_n} (f_r + \Delta f). \quad (3)$$

Після збільшення на  $k$  кроків з частотою  $\Delta f$  фазовий зсув буде мати значення:

$$\varphi_{i+k} = \frac{4\pi l_i}{\lambda_r} = \frac{4\pi l_i}{v_n} (f_r + k\Delta f). \quad (4)$$

Враховуючи вирази (1)...(4), сигнали в заданому діапазоні частот будуть описуватись системою рівнянь:

$$\begin{cases} a_{\Sigma r} \cdot e^{-j\varphi_{\Sigma r}} = \sum_{i=1}^N a_i \cdot e^{-j \frac{4\pi l_i}{v_n} f_r}; \\ a_{\Sigma(r+1)} \cdot e^{-j\varphi_{\Sigma(r+1)}} = \sum_{i=1}^N a_i \cdot e^{-j \frac{4\pi l_i}{v_n} (f_r + \Delta f)}; \\ \dots \\ a_{\Sigma(r+k)} \cdot e^{-j\varphi_{\Sigma(r+k)}} = \sum_{i=1}^N a_i \cdot e^{-j \frac{4\pi l_i}{v_n} (f_r + k\Delta f)}. \end{cases} \quad (5)$$

Для спрощення математичних перетворень системи (5) введемо значення:

$$\dot{b}_r = a_{\Sigma r} \cdot e^{-j\varphi_{\Sigma r}}, \dots, \dot{b}_{r+k} = a_{\Sigma(r+k)} \cdot e^{-j\varphi_{\Sigma(r+k)}}, \quad (6)$$

$$\dot{c}_{ir} = e^{-j\varphi_{ir}}, \Delta \dot{c}_i = e^{-j\Delta\varphi_i}. \quad (7)$$

За таких значень, систему рівнянь (5) можна записати:

$$\begin{cases} \dot{b}_{r+1} = \sum_{i=1}^N a_i \cdot \dot{c}_{ir} \cdot \Delta \dot{c}_i; \\ \dot{b}_{r+2} = \sum_{i=1}^N a_i \cdot \dot{c}_{ir} \cdot \Delta \dot{c}_i^2; \\ \dots \\ \dot{b}_{r+k} = \sum_{i=1}^N a_i \cdot \dot{c}_{ir} \cdot \Delta \dot{c}_i^k. \end{cases} \quad (8)$$

У роботах [1, 2] показаний спосіб перетворення системи (8) для знаходження векторів сигналів відбитих від кожного об'єкта. Це дозволяє знайти дальності кожного об'єкта. Відповідно до наведених математичних перетворень можна записати систему рівнянь, невідомими якої є коефіцієнти степеневого рівняння, корені якого, у свою чергу, є вектори сигналів, відбиті від кожного об'єкта. Цю систему рівнянь можна записати у матричному вираженні:

$$\dot{B} = \dot{H} \cdot \dot{Y} \quad (9)$$

де

$$\dot{B} = \begin{vmatrix} \dot{b}_{r+n+1} \\ \dot{b}_{r+n+2} \\ \dots \\ \dot{b}_{r+2n} \end{vmatrix}, \quad \dot{H} = \begin{vmatrix} \dot{b}_{r+1} & -\dot{b}_{r+2} & \dots & \dot{b}_{r+n} \\ -\dot{b}_{r+2} & \dot{b}_{r+3} & \dots & \dot{b}_{r+n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dot{b}_{r+n} & \dot{b}_{r+n+1} & \dots & \dot{b}_{r+2n-1} \end{vmatrix}, \quad \dot{Y} = \begin{vmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dots \\ \dot{y}_n \end{vmatrix}.$$

Метод полягає у вимірюванні векторів сумарних сигналів, що є сумою сигналів відбитих від всіх об'єктів:  $\bar{a}_{\Sigma i}$ . Кожен вектор визначається його амплітудою  $|\bar{a}_{\Sigma i}|$ , виміряною вольтметром і фазовим зсувом сигналу  $\varphi_{\Sigma i}$ . При проведенні вимірювань кожен

параметр визначається з деякою похибкою  $\delta$  методом вимірювання. Помилка вимірювання модуля сумарних сигналів –  $\delta|\bar{a}_{\Sigma i}|$  і помилка вимірювання фазового зсуву –  $\delta\varphi_{\Sigma i}$ . Таким чином, отримуємо вектор сумарних сигналів з помилками (рис. 1):

$$\bar{\tilde{a}}_{\Sigma i} = \bar{a}_{\Sigma i} + \delta\bar{a}_{\Sigma i}, \quad (10)$$

де  $\delta\bar{a}_{\Sigma i}$  – помилка вектора сумарного сигналу, обумовлена його модулем  $\delta|\bar{a}_{\Sigma i}|$  і фазою  $\delta\varphi_{\Sigma i}$ .

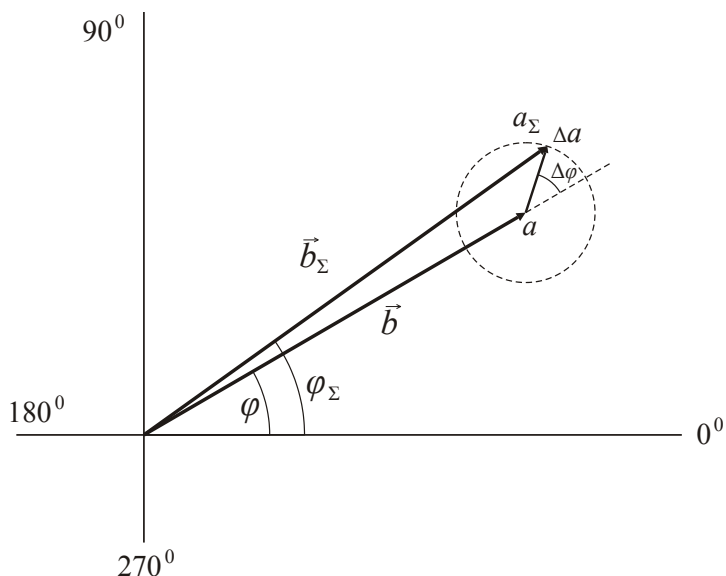


Рисунок 1 – Похибка вимірювання вектора сумарного сигналу

Значення вектора стовпчика  $\dot{B}$  та  $\dot{H}$  визначається із похибкою  $\delta\dot{B}$  і  $\delta\dot{H}$ . Після розв'язання системи рівнянь (9) відносно  $\dot{Y}$ , ці значення також знаходяться із похибками  $\delta\dot{Y}$ .

$$\dot{Y} = \dot{H}^{-1} \cdot \dot{B}. \quad (11)$$

Враховуючи похибки, система рівнянь (9) набуває вигляду:

$$(\dot{H} + \delta\dot{H}) \cdot (\dot{Y} + \delta\dot{Y}) = \dot{B} + \delta\dot{B}. \quad (12)$$

Розкривши дужки отримуємо:

$$\dot{H}\dot{Y} + \delta\dot{H}\dot{Y} + \dot{H}\delta\dot{Y} + \delta\dot{H}\delta\dot{Y} = \dot{B} + \delta\dot{B}. \quad (13)$$

У виразі (13) добуток матриць  $\dot{H}\dot{Y}$  можна скоротити із  $\dot{B}$  відповідно до виразу (9). Також можна знехтувати добутком  $\delta\dot{H}\delta\dot{Y}$ , як величиною другого порядку меншості. В такому разі отримуємо вираз:

$$\delta\dot{H}\dot{Y} + \dot{H}\delta\dot{Y} = \delta\dot{B}. \quad (14)$$

Розв'язавши дану систему рівнянь відносно  $\delta\dot{Y}$ , отримуємо вираз:

$$\delta\dot{Y} = \dot{H}^{-1}(\delta\dot{B} - \delta\dot{H} \cdot \dot{Y}). \quad (15)$$

Отриманий вираз (15) є значення похибок коефіцієнтів степеневого рівняння, що призводять до похибки розв'язання рівняння. Тому що степеневі рівняння розв'язуються чисельними методами для степені рівняння 5 і вище, отже вплив похибки коефіцієнтів відповідний чисельному методу розв'язання.

Аналіз виразу (15) показує, що найменша похибка визначення відстані буде спостерігатись, коли будуть найменшими похибки сумарного відбитого сигналу та число обумовленості матриці  $\hat{H}$ .

Розроблено імітаційну модель дослідження багаточастотного фазового методу вимірювання дальності об'єктів, яка складається із розрахункових виразів знаходження значень векторів сумарних сигналів із урахуванням нестабільності частоти зондуючих сигналів, похибки вимірювання фазового зсуву та амплітуди сумарного сигналу, статистичного накопичення результатів вимірювання.

Отже, розроблено математичну модель імітаційного моделювання дослідження багаточастотного фазового методу вимірювання дальності об'єктів, яка враховує фізичні властивості середовищ. В основу моделі покладено вирази, що дозволяють розраховувати фазові зсуви сумарних гармонійних сигналів та їх амплітуди шляхом послідовного розрахунку по кожному середовищу.

У результаті імітаційного моделювання було встановлено, що нестабільність частоти тактового генератора синтезатора частоти впливає на похибку вимірювання дальності об'єктів за експоненційним законом.

#### ЛІТЕРАТУРА:

1. Любчик В.Р. Розробка аналітичного фазового методу вимірювання відстаней до трьох об'єктів / В.Р. Любчик, Ю.В. Сенчишина, Г.Б. Параска, О.М. Килимник // Вісник Хмельницького національного університету. – 2009. – № 2. – С. 142–147.
2. Шинкарук О.М. Аналітичний багаточастотний фазовий метод вимірювання дальностей / О.М. Шинкарук, В.Р. Любчик, М.О. Лантвойт // Вісник НТУУ "КПІ". – (Серія "Радіотехніка. Радіоапаратобудування"). – 2013. – № 52. – С. 72–78.

#### REFERENCES:

1. Lyubchik V.R. Rozrobka analitychnoho fazovoho metodu vymiryuvannya vidstaney do tr'okh ob'yektiv / V.R. Lyubchik, Yu.V. Senchyshyna, H.B. Paraska, O.M. Kylymnyk // Visnyk Khmel'nyts'koho natsional'noho universytetu. – 2009. – № 2. – S. 142–147.
2. Shynkaruk O.M. Analitychnyy bahatochastotnyy fazovyy metod vymiryuvannya dal'nostey / O.M. Shynkaruk, V.R. Lyubchik, M.O. Lantvoyt // Visnyk NTUU "KPI". – (Seriya "Radiotekhnika. Radioaparatobuduvannya"). – 2013. – № 52. – S. 72–78.