

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ИМПУЛЬСНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ С ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНЫМ МЕТОДОМ РЕГУЛИРОВАНИЯ**MATHEMATICAL MODEL OF ELECTRICAL PROCESSES IN PULSE CONVERTERS OF CONSTANT VOLTAGE WITH A PULSE-WIDTH METHOD OF REGULATION**

Аннотация. Представлена математическая модель электрических процессов в преобразователях постоянного напряжения с автотрансформаторным включением дросселя обобщенная к трем режимам работы – безразрывному, граничному и разрывному и восьми типам силовых каналов.

Summary. The mathematical model of electrical processes in converters of constant voltage with autotransformer insert of an among choke generalized to three mode of operations – continuous, boundary and discontinuous, and eight types of power channels is shown.

На предприятиях связи существует проблема гарантированного бесперебойного электроснабжения. Импульсные преобразователи электрической энергии позволяют создавать источники вторичного электропитания и системы гарантированного бесперебойного электроснабжения предприятий связи с высокими значениями технико-экономических показателей, отвечающих требованиям международных стандартов. Разработка и исследование характеристик современных схем импульсных преобразователей постоянного напряжения существенно упрощается при наличии математических моделей, описывающих их характеристики и поведение. В известных научно-технических публикациях [1-5] специфика конкретной схемы преобразователя, режим ее работы отражаются отдельной, специально разработанной математической моделью. Использование в работе [6] метода коэффициентов конфигурации обеспечивает единый подход к анализу произвольной схемы силового канала (СК) преобразователя. Однако и здесь разрывный и безразрывный режимы работы отражаются отдельной математической моделью. В результате, с увеличением количества рассматриваемых схем и режимов их работы, увеличивается (пропорционально) и количество математических моделей, что усложняет решение задачи повышения эффективности процесса разработки, решение задач анализа, автоматизированного исследования, синтеза и оптимизации преобразователей электрической энергии с использованием ЭВМ. Поэтому требуется унифицировать описание режимов работы современных импульсных преобразователей постоянного напряжения.

Цель работы – разработка математической модели, которая одновременно описывает восемь наиболее известных схемотехнических решений импульсных преобразователей постоянного напряжения и режимов их работы.

Восемь основных типов (γ) схем силовой части – силовых каналов (СК) преобразователей постоянного напряжения приведены на рис. 1. Электрические процессы в СК при различных режимах работы преобразователя приведены на рис. 2. В общем случае, накопительные дроссели сглаживающих фильтров могут включаться по автотрансформаторной схеме. Такое исполнение дросселя позволяет или уменьшить (рис. 1, а, б, в), или увеличить (рис. 1, г, д, е) напряжение на силовом коммутирующем элементе по сравнению с простейшими типами силовых каналов с однообмоточным дросселем.

При выполнении анализа импульсных преобразователей были приняты следующие допущения: силовые коммутирующие элементы (транзисторы, диоды) являются идеальными ключами, время их переключения равно нулю; активные сопротивления обмоток дросселей и внутреннее сопротивление источника электропитания равны нулю; выходное напряжение U_n и ток I_n нагрузки – постоянны; индуктивности обмоток дросселя и емкость фильтра линейны; между обмотками дросселя преобразователя обеспечивается 100% магнитная связь, индуктивности рассеяния дросселей и трансформаторов равны нулю.

Возможны три типа режимов функционирования преобразователей: с безразрывными, граничными и разрывными токами накопительных дросселей $i_L(t)$ (рис. 2) силовых сглаживающих фильтров. Для миниатюризации преобразователей электрической энергии целесообразно уменьшение индуктивности дросселя силового фильтра, но это приводит к разрывному току в

дресселе. Разрывный режим работы возможен и в случаях, когда параметры схемы преобразователя выбраны из условия функционирования в установившемся состоянии с безразрывным током дросселя, например, при подключении и отключении источника первичного электропитания, при сбросе тока нагрузки.

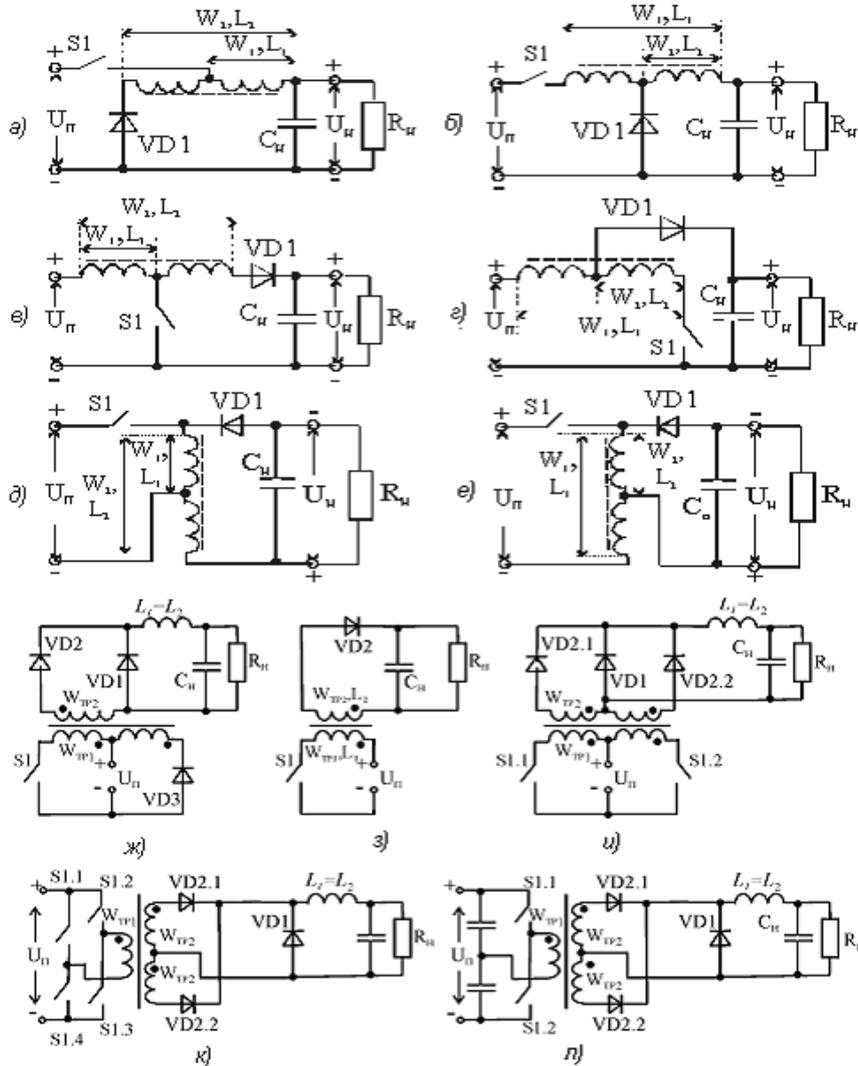


Рисунок 1 – Силовые каналы преобразователей постоянного напряжения

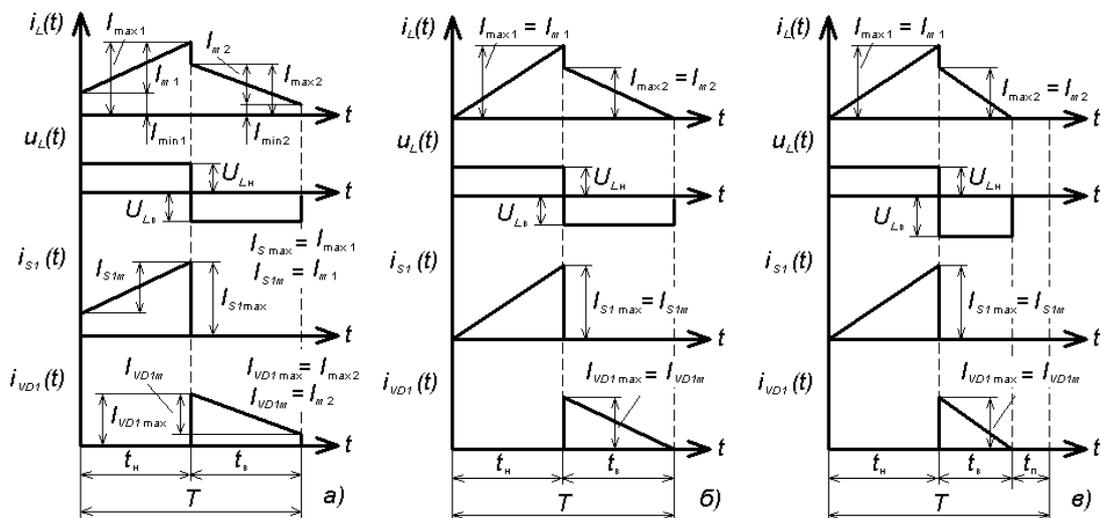


Рисунок 2 – Временные диаграммы работы преобразователя при безразрывном (а), граничном (б) и разрывном (в) режимах работы

При широтно-импульсном методе (ШИМ) регулирования на силовой ключ SI подаются с выхода схемы управления управляющие импульсы напряжения с постоянным периодом $T_{cy} = \text{const}$ и с изменяющимися длительностью t_n и коэффициентом заполнения $k_3 = t_n / T_{cy}$. Период электрических процессов в дросселе T , зависит от топологии преобразователя и связан с T_{cy} в соответствии с табл. 1.

Таблица 1– Параметры силовых каналов

у	Силовой канал	F_{ny}	F_{vy}	k_{tp}	U_{bx}	T	Схема
1	Понижающий	1	0	1	U_n	T_{cy}	рис.1, а, б
2	Повышающий	0	1	1	U_n	T_{cy}	рис.1, в, г
3	Инвертирующий	0	0	1	U_n	T_{cy}	рис.1, д, е
4	С пр. вкл. диода	1	0	W_{tp2} / W_{tp1}	$U_n W_{tp2} / W_{tp1}$	T_{cy}	рис.1, ж
5	С обр. вкл. диода	0	0	1	U_n	T_{cy}	рис.1, з
6	С выв. ср. т. тр-ра	1	0	W_{tp2} / W_{tp1}	$U_n W_{tp2} / W_{tp1}$	$0,5 \cdot T_{cy}$	рис.1, и
7	Мостовой	1	0	W_{tp2} / W_{tp1}	$U_n W_{tp2} / W_{tp1}$	$0,5 \cdot T_{cy}$	рис.1, к
8	Полумостовой	1	0	W_{tp2} / W_{tp1}	$0,5 \cdot U_n W_{tp2} / W_{tp1}$	$0,5 \cdot T_{cy}$	рис.1, л

Для преобразователей с рассматриваемыми типами СК характер изменения тока $i_L(t)$ и напряжения $u_L(t)$ дросселя выходного сглаживающего фильтра, а также токов ключей $i_{S1}(t)$, $i_{VD1}(t)$ и выходной емкости $i_C(t)$ может быть описан в виде соотношений табл. 2. Здесь приняты следующие обозначения: I_{min1} , I_{min2} , I_{m1} , I_{m2} – минимальные токи и размахи пульсаций токов соответственно в индуктивности L_1 обмотки с числом витков W_1 и в индуктивности L_2 обмотки с числом витков W_2 силового дросселя; $i_{W1}(t)$, $i_{W2}(t)$, $i_{W1 \cup W2}(t)$ – токи соответственно обмотки W_1 , W_2 а также общих витков обмоток W_1 и W_2 ; U_{Lh} , U_{Lb} – напряжения обмоток дросселя выходного сглаживающего фильтра на интервалах времени соответственно накопления и возврата; F_{ny} , F_{vy} – коэффициенты топологии схем СК преобразователей, позволяющие учесть специфику конфигурации рассматриваемых типов (у) СК на интервалах времени соответственно накопления и возврата; U_{bx} – напряжение, прикладываемое на вход силового сглаживающего фильтра, k_{tp} – коэффициент трансформации силового трансформатора СК, W_{tp1} , W_{tp2} – числа витков соответственно первичной и вторичной обмоток силового трансформатора СК.

Таблица 2 – Уравнения токов и напряжений элементов силовых каналов

№ п.п.	Зависимость	Интервал периода		
		$0 < t \leq t_h$	$t_h < t \leq t_b$	$t_b < t \leq T$
1	$u_L(t)$	$U_{Lh} = U_{bx} - F_{ny} U_H$	$U_{Lb} = U_H - F_{vy} U_{bx}$	0
2	$i_L(t)$, $i_{W1 \cup W2}(t)$	$i_{Lh} = I_{min1} + I_{m1} t / t_h$	$i_{Lb} = I_{min2} + I_{m2} [1 + (t_h - t) / t_b]$	0
3	$i_{S1}(t)$, $i_{W1}(t)$	$I_{min1} + I_{m1} t / t_h$	0	0
4	$i_{VD1}(t)$, $i_{W2}(t)$	0	$I_{min2} + I_{m2} [1 + (t_h - t) / t_b]$	0
5	$i_{bx}(t)$	$k_{tp} [I_{min1} + I_{m1} t / t_h]$	$F_{vy} k_{tp} (I_{min2} + I_{m2} [1 + (t_h - t) / t_b])$	0
6	$i_{vbx}(t)$	$F_{ny} [I_{min1} + I_{m1} t / t_h]$	$I_{min2} + I_{m2} [1 + (t_h - t) / t_b]$	0
7	$i_C(t)$	$F_{ny} [I_{min1} + I_{m1} t / t_h] - I_H$	$I_{min2} + I_{m2} [1 + (t_h - t) / t_b] - I_H$	$-I_H$

Индуктивность дросселя L_2 связана с индуктивностью L_1 обмотки W_1 соотношением

$$L_2 = L_1 n_{21}^2; \quad n_{21} = W_2 / W_1. \quad (8)$$

В соответствии с законом полного тока

$$I_{m1} = n_{21} I_{m2}, \quad I_{\min 1} = n_{21} I_{\min 2}. \quad (9)$$

При анализе электрических преобразователей рассматриваемых типов, функционирующих в режимах слежения и стабилизации, выберем дополнительно в качестве базового параметра и длительность интервала времени $t_{\text{нв}} = t_{\text{н}} + t_{\text{в}}$ (и характеризующего его коэффициента накопления-возврата $\kappa_{\text{нв}}$), в течение которой электрическая энергия в дросселе сглаживающего фильтра больше нуля.

В течение интервала накопления $0 \leq t \leq t_{\text{н}}$, равного $t_{\text{н}}$ – рис. 2, силовой коммутирующий ключ SI открыт. К первичной обмотке силового дросселя силового канала с индуктивностью L_1 и числом витков, равным W_1 , в течение интервала времени $0 \leq t \leq t_{\text{н}}$ приложено напряжение $U_{L\text{н}}$. Это обеспечивает накопление электрической энергии в индуктивности L_1 обмотки W_1 дросселя выходного сглаживающего фильтра.

Определим размах пульсаций тока дросселя на интервале накопления $0 \leq t \leq t_{\text{н}}$, исходя из средних значений параметров:

$$I_{m1} = \frac{1}{L_1} \int_0^{t_{\text{н}}} u_L(t) dt = U_{L\text{н}} t_{\text{н}} / L_1 = U_{L\text{н}} \kappa_{\text{н}} T / L_1, \quad (10)$$

где $\kappa_{\text{н}} = t_{\text{н}} / T$ – коэффициент накопления, $0 \leq \kappa_{\text{н}} \leq 1$.

На интервале возврата в интервале времени $t_{\text{н}} < t \leq T$ ко вторичной обмотке дросселя с индуктивностью L_2 и числом витков W_2 приложено напряжение $U_{L\text{в}}$. При этом накопленная дросселем энергия индуктивностью L_2 обмотки W_2 дросселя передается в цепь нагрузки $R_{\text{н}}$ через блокирующий диод VDI в течение интервала времени $t_{\text{н}} \leq t \leq (t_{\text{н}} + t_{\text{в}})$, равного $t_{\text{в}}$.

Определим размах пульсации тока дросселя на интервале возврата $t_{\text{н}} \leq t \leq (t_{\text{н}} + t_{\text{в}})$ исходя из средних значений параметров:

$$I_{m2} = \frac{1}{L_2} \int_{t_{\text{н}}}^{t_{\text{н}}+t_{\text{в}}} u_L(t) dt = U_{L\text{в}} t_{\text{в}} / L_2 = U_{L\text{в}} \kappa_{\text{в}} T / L_2. \quad (11)$$

где $\kappa_{\text{в}} = t_{\text{в}} / T$ – коэффициент возврата.

Если в конце интервала $t_{\text{в}}$ ток дросселя уменьшается до нуля, то в течение интервала времени паузы $t_{\text{нв}} < t \leq T$, равного $t_{\text{п}} = T - t_{\text{нв}}$, энергия в дросселе отсутствует (см. рис. 2, в) и ток дросселя имеет разрывный характер.

Коэффициент накопления-возврата определяется как

$$\kappa_{\text{нв}} = (t_{\text{н}} + t_{\text{в}}) / T = t_{\text{нв}} / T = \kappa_{\text{н}} + \kappa_{\text{в}}. \quad (12)$$

Среднее значение тока нагрузки $I_{\text{н}} = U_{\text{н}} / R_{\text{н}}$ равно среднему значению выходного тока преобразователя и его можно выразить через параметры тока дросселя:

$$I_{\text{н}} = \frac{1}{T} \int_0^T i_{\text{вых}}(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{t_{\text{н}}} F_{\text{нв}} \left[I_{\min 1} + I_{m1} \frac{t}{t_{\text{н}}} \right] dt + \frac{1}{T} \int_{t_{\text{н}}}^{t_{\text{н}}+t_{\text{в}}} \left[I_{\min 2} + I_{m2} \left(1 + \frac{t_{\text{н}} - t}{t_{\text{в}}} \right) \right] dt. \quad (13)$$

Учитывая (9) и (12), получим

$$I_{\text{н}} = [\kappa_{\text{нв}} + \kappa_{\text{н}} (F_{\text{нв}} n_{21} - 1)] \cdot (I_{\min 2} + I_{m2} / 2). \quad (14)$$

При разрывном режиме работы $I_{\min 2} = 0$. Определим из (14) размах пульсаций тока дросселя на интервале возврата при разрывном режиме:

$$I_{m2} = 2I_{\text{н}} / [\kappa_{\text{нв}} + \kappa_{\text{н}} (F_{\text{нв}} n_{21} - 1)]. \quad (15)$$

Приравнявая (10) (с учетом (9)), (11) и (15), с учетом (1), (12), определим величину $\kappa_{\text{нв}}$ в виде, представленном в табл. 3. При безразрывном режиме работы $I_{\min 2} \neq 0$ и формула (15) некорректна. Однако в этом случае однозначно $\kappa_{\text{нв}} = 1$.

Приравнявая (10) и (11) с учетом (1), (9) и (12), определим напряжения (и их относительные нормированные значения $\bar{U}_{\text{н}} = U_{\text{н}} / U_{\text{п}}$), на выходах СК рассматриваемых типов преобразователей в виде, представленном в табл. 3.

Соотношения \bar{U}_H как функции от коэффициента накопления являются регулировочными характеристиками преобразователей постоянного напряжения.

Приравнивая $k_{нв} = 1$ (табл. 3), определим граничные значения индуктивности $L_{гп}$ обмотки W_1 дросселя и сопротивления $R_{гп}$ в цепи нагрузки, при которых обеспечивается граничный режим работы дросселя в виде, представленном в табл. 3.

Средние значения токов обмоток $W_1, W_2, W_1 \cup W_2$ ключей SI, VDI , а также тока, потребляемого от ИПЭ, определим, интегрируя соответствующие выражения (табл. 2):

$$I_{W1} = \int_0^T i_{W1}(t)dt; \quad I_{W2} = \int_0^T i_{W2}(t)dt; \quad I_{W1 \cup W2} = \int_0^T i_{W1 \cup W2}(t)dt;$$

$$I_{S1} = \int_0^T i_{S1}(t)dt; \quad I_{VD1} = \int_0^T i_{VD1}(t)dt; \quad I_{вх} = \int_0^T i_{вх}(t)dt.$$
(16)

Расчетные соотношения полученной математической модели представлены в табл. 3. Они являются обобщенными относительно восьми типов основных наиболее известных схем силовых каналов и их режимов работы – стабилизации и слежения с разрывным, граничным и безразрывным током. Они позволяют проводить требуемые расчеты при решении задач исследования и проектирования.

В случаях, когда специфика конкретной схемы преобразователя электрической энергии, режим ее работы отражаются отдельной математической моделью [1-5], алгоритм расчета может быть представлен в виде, изображенном на рис. 3, а. Укрупненный алгоритм расчета для ЭВМ с использованием полученной математической модели приведен на рис. 3, б. Из рис. 3 видно, что одним из достоинств полученной обобщенной математической модели является существенное упрощение алгоритмов расчета.

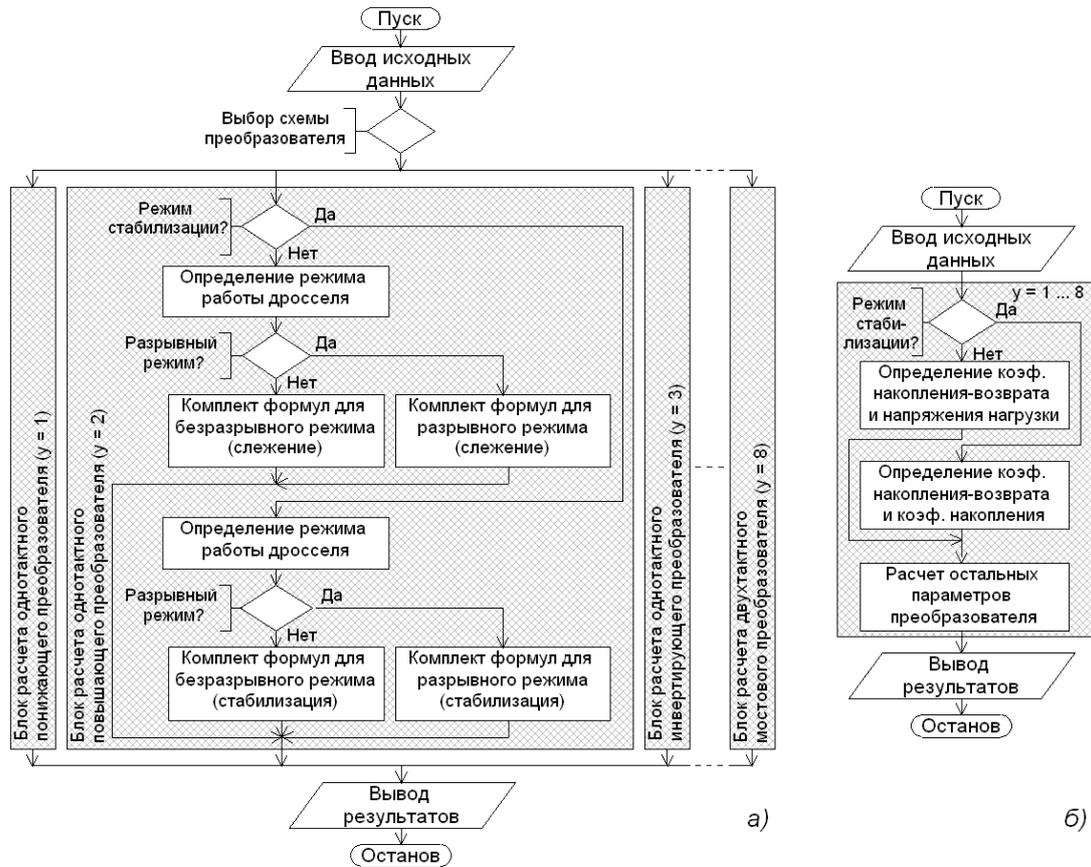


Рисунок 3 – Алгоритмы расчета параметров преобразователей

Таблица 3 – Расчетные соотношения параметров электрических процессов СК

Наименование и обозначение параметра	Режим стабилизации	Режим слежения
Коэф. реактивности нагрузки, g	$\frac{2L_1}{R_H T}$	
Коэффициент накопления возврата, $\kappa_{HB} = (t_H + t_B)/T$ $\kappa_{HB} \leq 1$	$\sqrt{\frac{U_H g [U_{BX} (n_{21} - F_{BY}) + U_H (1 - F_{HY} n_{21})]^2}{U_{BX} (U_{BX} U_H - F_{BY} U_{BX}^2 - F_{HY} U_H^2)}}$,	$\kappa_H + \frac{gn_{21}F_{BY}}{2\kappa_H} - \frac{n_{21}\kappa_H F_{HY}}{2} + \frac{n_{21}}{2} \sqrt{4g + (F_{HY}\kappa_H)^2 + \left(\frac{F_{BY}g}{\kappa_H}\right)^2}$,
Коэф. накопления, $\kappa_H = t_H/T$	$\frac{(U_H - F_{BY}U_{BX})\kappa_{HB}}{n_{21}(U_{BX} - F_{HY}U_H) + U_H - F_{BY}U_{BX}}$	κ_3
Норм. напр. нагр., $\bar{U}_H = U_H/U_n$	$\frac{U_H}{U_{BX}}$	$\frac{\kappa_{HB}F_{BY} + \kappa_H(n_{21} - F_{BY})}{\kappa_{HB} + \kappa_H(F_{HY}n_{21} - 1)}$
Гранич. знач. L_1 , $L_{1гр}$	$\frac{R_H T}{2} \cdot \frac{U_{BX} [U_{BX} U_H - F_{BY} U_{BX}^2 - F_{HY} U_H^2]}{U_H [U_{BX} (n_{21} - F_{BY}) + U_H (1 - F_{HY} n_{21L})]^2}$	$\frac{R_H T}{2} \cdot \frac{\kappa_H [(1 - \kappa_H)(1 - \kappa_H + F_{HY}\kappa_H n_{21})]}{n_{21} [n_{21}\kappa_H + (1 - \kappa_H)F_{BY}]}$
Гранич. знач. R_H , $R_{Hгр}$	$\frac{2L_1}{T} \cdot \frac{U_H [U_{BX} (n_{21} - F_{BY}) + U_H (1 - F_{HY} n_{21L})]^2}{U_{BX} [U_{BX} U_H - F_{BY} U_{BX}^2 - F_{HY} U_H^2]}$	$\frac{2L_1}{T} \cdot \frac{n_{21} [n_{21}\kappa_H + (1 - \kappa_H)F_{BY}]}{\kappa_H (1 - \kappa_H)(1 - \kappa_H + F_{BY}\kappa_H n_{21})}$
Коэф. возврата, $\kappa_B = t_B/T$	$\kappa_{HB} - \kappa_H$	
Разм. пульс. тока в обмотке W_1 , I_{m1}	$U_{BX} \kappa_H T / L_1$	
Разм. пульс. тока в обмотке W_2 , I_{m2}	I_{m1} / n_{21}	
Мин. (макс.) ток в обмотке W_1 , $I_{\min(\max)1}$	$\frac{U_H n_{21}}{R_H [\kappa_{HB} + \kappa_H (F_{HY} n_{21} - 1)]} \mp \frac{I_{m1}}{2}$	
Мин. (макс.) ток в обмотке W_2 , $I_{\min(\max)2}$	$I_{\min(\max)1} / n_{21}$	
Средн. знач. тока ключа, SI, I_{SI}	$\kappa_{тр} \kappa_H (I_{\min 1} + 0,5I_{m1})$	
Средн. знач. тока блокир. диода, I_{VD1}	$\kappa_B (I_{\min 2} + 0,5I_{m2})$	
Средн. знач. тока, потр. от ИПЭ., I_{II}	$\kappa_{тр} (\kappa_H n_{21} + F_{BY} \kappa_B) (I_{\min 2} + 0,5I_{m2})$	
Макс. ток ключа $SI, I_{SI \max}$	$\kappa_{тр} I_{\max 1}$	
Макс. ток блок. диода, $I_{VD1 \max}$	$I_{\max 2}$	
Средн. знач. тока нагрузки	$(\kappa_{HB} + \kappa_H (F_{HY} n_{21} - 1)) (I_{\min 2} + 0,5I_{m2})$	

Результат моделирования $i_L(t)$ с использованием полученных соотношений и с использованием программы Micro-Cap V – разработки фирмы Spectrum Software показал, что расхождение результатов расчёта не превышает 1%. Результаты моделирования с использованием более сложных математических моделей [1-5] полностью совпадают. На рис. 4 приведены в качестве иллюстрации нормированные зависимости средних токов транзистора и диода преобразователя понижающего типа ($\gamma = 1$), построенные по полученной математической модели.

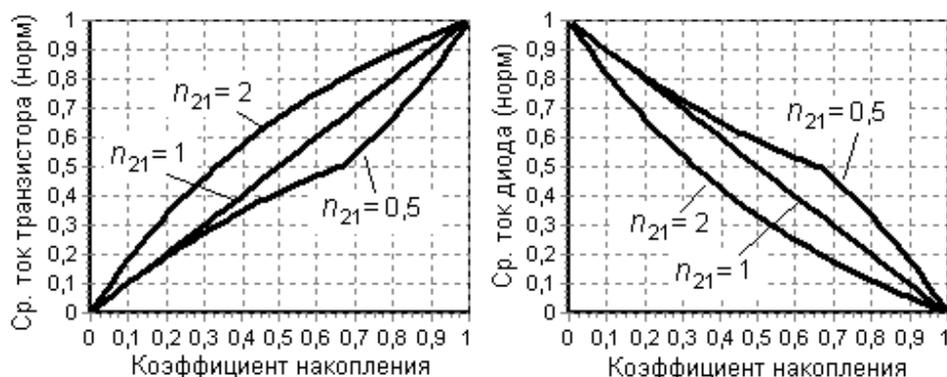


Рисунок 4 – Нормированные зависимости средних токов транзистора и диода преобразователя понижающего типа

В качестве выводов можно выделить следующее.

1. Использование в качестве исходных базовых параметров тока $i_L(t)$ и напряжения $u_L(t)$ дросселя сглаживающего фильтра позволило с единых позиций провести анализ рассматриваемых импульсных преобразователей.

2. Полученные соотношения для расчета электрических параметров являются обобщенными относительно восьми типов основных наиболее известных схем силовых каналов и их режимов работы – стабилизации и слежения с разрывным, граничным и безразрывным током. При этом дроссель может быть включен и по автотрансформаторной схеме.

3. Использование предлагаемых соотношений позволяет проводить требуемые расчеты при решении задач исследования и проектирования. Они позволяют ускорить разработку импульсных преобразователей за счет сокращения общего числа соотношений и упрощения алгоритмов расчета.

Литература

1. Головацкий В.А. Транзисторные импульсные усилители и стабилизаторы постоянного напряжения. – М: Советское радио, 1974. – 158 с.
2. Севернс Р., Блум Г. Импульсные преобразователи постоянного напряжения для систем вторичного электропитания. – М: Энергоатомиздат, 1988. – 294 с.
3. Моин В.С. Стабилизированные транзисторные преобразователи. – М: Энергоатомиздат, 1986 – 376 с.
4. P.P.K. Ghetty Switch – mode power supply design TAB Books Inc., 1986.
5. Поликарпов А.Г., Сергиенко Е.Ф. Однотактные преобразователи напряжения в устройствах электропитания РЭА. – М: Радио и связь, 1989. – 160 с.
6. Смольников Л.Е. Транзисторные преобразователи напряжения: Учебное пособие для вузов / Под ред. А.А. Голикова. – М.: МЭИ, 1983. – 224 с.