

УДК 681.3.06

**КОНСТРУКТИВНЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ
ДЛИНЫ $N = 20$ С ОПТИМАЛЬНЫМ СПЕКТРОМ УОЛША-АДАМАРА**

Соколов А.В.

*Одесский национальный политехнический университет,
65044, Украина, г. Одесса, пр-т Шевченко, 1.
radiosquid@gmail.com*

**КОНСТРУКТИВНИЙ МЕТОД СИНТЕЗУ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ
ДОВЖИНИ $N = 20$ З ОПТИМАЛЬНИМ СПЕКТРОМ УОЛША-АДАМАРА**

Соколов А.В.

*Одеський національний політехнічний університет,
65044, Україна, м. Одеса, пр-т Шевченка, 1.
radiosquid@gmail.com*

**CONSTRUCTIVE SYNTHESIS METHOD OF SEQUENCES
OF LENGTH $N = 20$ WITH OPTIMAL WALSH-HADAMARD SPECTRUM**

Sokolov A.V.

*Odessa National Polytechnic University,
ave. Shevchenko, 1, 65044, Ukraine, Odessa.
radiosquid@gmail.com*

Аннотация. Статья посвящена актуальному вопросу синтеза последовательностей длины $N = 20$, обладающих минимальным значением пик-фактора спектра Уолша-Адамара применительно к использованию в качестве S -кодов в технологии CDMA. Рассмотрены все три неэквивалентные структуры матриц Адамара порядка $N = 20$, установлено, что вид матрицы Адамара не влияет на мощность множества последовательностей с минимальным значением пик-фактора спектра Уолша-Адамара. Установлены свойства найденного класса последовательностей, на основе которых разработан конструктивный метод синтеза полного класса последовательностей с минимальным значением пик-фактора спектра Уолша-Адамара. Синтезированные последовательности могут быть рекомендованы к использованию в качестве S -кодов в практических системах с CDMA, использующих функции Уолша в качестве ортогонального преобразования, а также как материал для дальнейших теоретических исследований, направленных на построение S -кодов большей длины.

Ключевые слова: S -код, CDMA, пик-фактор, бент-последовательность.

Анотація. Стаття присвячена актуальному питанню синтезу послідовностей довжини $N = 20$, що володіють мінімальним значенням пік-фактора спектра Уолша-Адамара і можуть бути використані в якості S -кодів у технології CDMA. Розглянуто всі три нееквівалентні структури матриць Адамара порядку $N = 20$, встановлено, що вид матриці Адамара не впливає на потужність множини послідовностей з мінімальним значенням пік-фактора спектра Уолша-Адамара. Встановлено властивості знайденого класу послідовностей, на основі яких розроблено конструктивний метод синтезу повного класу послідовностей з мінімальним значенням пік-фактора спектра Уолша-Адамара. Синтезовані послідовності можуть бути рекомендовані до використання в якості S -кодів в практичних системах з CDMA, що використовують функції Уолша в якості ортогонального перетворення, а також як матеріал для подальших теоретичних досліджень, спрямованих на побудову S -кодів більшої довжини.

Ключові слова: S -код, CDMA, пік-фактор, бент-послідовність.

Abstract. The paper is devoted to the actual problem of synthesis of sequences of length $N = 20$, having a minimum value of the PAPR (Peak-to-Average Power Ratio) of Walsh-Hadamard spectrum, which

can be used as C-codes in CDMA technology. We considered all three nonequivalent structures of Hadamard matrices of order $N = 20$, it was found that the form of the Hadamard matrix does not affect the cardinality of the set of sequences with the minimum value of the PAPR of Walsh-Hadamard spectrum. We investigated the properties of the discovered class of sequences on the basis of which we designed a constructive method for synthesis of the complete class of sequences with the minimum PAPR of Walsh-Hadamard spectrum. The synthesized sequences can be recommended for use as C-codes in practical CDMA systems, using Walsh functions as orthogonal transform, and also as a material for further theoretical studies aimed at constructing C-codes of greater length.

Key words: C-code, CDMA, PAPR, bent-sequence.

В связи со стремительным развитием беспроводных сетей передачи данных, в частности, третьего 3G и четвертого 4G поколений, а также активной разработки пятого поколения 5G, основанных на технологии кодового разделения каналов CDMA (Code Division Multiple Access), все большее внимание исследователей уделяется её дальнейшему развитию и совершенствованию. Ключевым объектом технологии CDMA являются ортогональные функции Уолша, одна (DS-CDMA, Direct Sequence Code Division Multiple Access) или несколько (MC-CDMA, Multi-Code Code Division Multiple Access) которых выделяются пользователю для передачи данных [1]. Использование такого принципа позволяет добиться высоких скоростей передачи данных, адаптивности систем связи, а также существенной помехозащищенности.

В системе с CDMA каждый бит данных b_i , поступающий на i -й канал системы, изменяет знак одной из N ортогональных функций Уолша дискретного времени $h_i(t)$, а выход является суммой этих N модулированных функций [2,3]. Другими словами, передаваемый сигнал представляет собой спектр Уолша-Адамара последовательности $\{b_i\}$

$$S_b(t) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i h_i(t) = \{b_i\} A_N, \quad i = 0, 1, \dots, N-1, \quad (1)$$

где A_N – матрица Адамара порядка N , которая определяется следующим рекуррентным соотношением

$$A_N = \begin{bmatrix} A_{N/2} & A_{N/2} \\ A_{N/2} & -A_{N/2} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $A_1 = 1$.

Использование в качестве применяемых в системе сигналов коэффициентов преобразования Уолша-Адамара приводит к появлению существенного недостатка системы, связанного с высоким значением пик-фактора

$$\kappa = \frac{P_{\max}}{P_{\text{cp}}} = \frac{1}{N} \max_t \left\{ |S_b(t)|^2 \right\}, \quad (3)$$

где P_{\max} – пиковая мощность сигнала $S_b(t)$;

P_{cp} – средняя мощность сигнала $S_b(t)$.

Высокие значения пик-фактора κ означают нерациональное использование мощности передатчика, а значит, уменьшение автономности, появление нелинейных искажений, усложнение и удорожание применяемой аппаратуры. Таким образом, вопрос оптимизации значений пик-фактора сигнала является актуальным [4].

Целью настоящей статьи является разработка метода синтеза последовательностей, обладающих оптимальным значением пик-фактора для матриц Адамара порядка $N = 20$.

В настоящее время в литературе были предложены схемотехнические, а также вероятностные методы борьбы с высоким пик-фактором сигнала κ , тем не менее, наиболее перспективным является регулярный метод, основанный на применении C -кодов (рис. 1) [1].

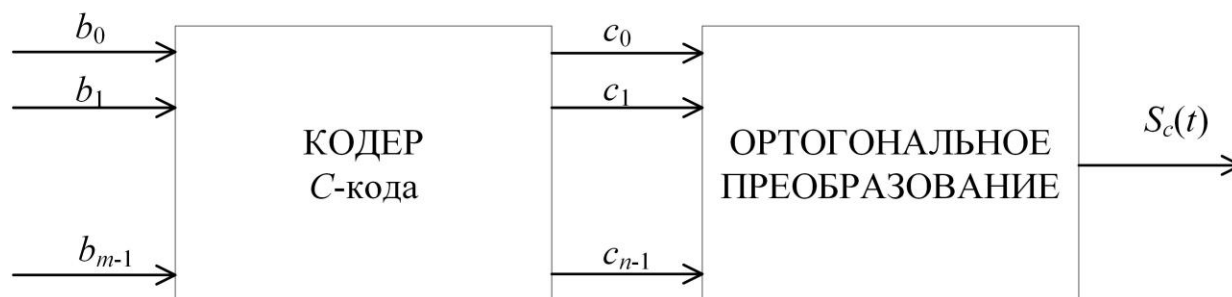


Рисунок 1 – Схема кодирования информации с помощью C -кода

Каждый вектор, составленный из символов b_i , пришедших на вход каждого канала системы, заменяется на кодовое слово C -кода $\{c_i\}$, обладающее заданным уровнем пик-фактора κ . Таким образом, пик-фактор результирующего сигнала становится легко контролируемым. Тем не менее, возникает актуальная задача разработки методов построения C -кодов с минимальным значением пик-фактора κ для различных длин ортогональных систем сигналов и, соответственно, различного числа разделяемых по технологии CDMA каналов.

Известно, что для коэффициентов преобразования Уолша-Адамара справедливо равенство Парсеваля

$$\sum_{\omega \in V_n} (W(\omega))^2 = 2^{2n}, \quad (4)$$

где $W(\omega) = \{b_i\} A_N$ – трансформанты Уолша-Адамара;

V_n – линейное векторное пространство векторов длины n ;

$n = \log_2 N$ – число переменных, от которых зависит эквивалентная сигналу $\{b_i\}$ булева функция.

Минимум пик-фактора спектра Уолша-Адамара $\kappa = 1$ достигается тогда, когда модули трансформант равны между собой и принимают значения $|W(\omega)| = \pm 2^{n/2}, \forall \omega \in V_n$. В этом случае последовательность $\{b_i\}$ называют бент-последовательностью [5].

Определение 1. Бинарная последовательность $B = [b_0, b_1, \dots, b_i, \dots, b_{N-1}]$, где коэффициенты $b_i \in \{\pm 1\}$, четной длины $N = 2^n$; $n = 2, 4, 6, \dots$ называется бент-последовательностью, если она имеет равномерный по модулю спектр Уолша-Адамара, который представим в матричной форме

$$W_B(\omega) = B \cdot A_N = \pm 2^{n/2}, \quad \omega = \overline{0, N-1}, \quad (5)$$

Таблица 1 – Распределение значений пик-фактора для матриц $H_1 \dots H_3$

H_i / κ	1,8	3,2	5	7,2	9,8	12,8	16,2	20
H_1	40128	322848	437760	193800	45600	7600	800	40
H_2	40128	322848	437760	193800	45600	7600	800	40
H_3	40128	322848	437760	193800	45600	7600	800	40

Изучение данных табл. 1 позволяет сделать выводы, что все три неэквивалентные матрицы Адамара (6) порядка $N = 20$ обладают одинаковым распределением значений пик-фактора κ , а, следовательно, одинаковой практической ценностью в случае использования в системах с CDMA.

Также, изучение данных табл. 1 показывает, что минимальным значением пик-фактора спектра Уолша-Адамара для последовательностей длины $N = 20$ является значение $\kappa = 1,8$.

Определение 2. Последовательность длины $N = 20$, обладающая пик-фактором спектра Уолша-Адамара $\kappa = 1,8$, называется оптимальной кодирующей последовательностью (ОКП).

Актуальной является задача разработки конструктивных методов синтеза полных множеств ОКП, которая решается в настоящей статье. Далее, показан пример синтеза полного множества ОКП для матрицы H_1 , однако, по разработанному методу может быть выполнен синтез полного множества ОКП также для матриц H_2 и H_3 .

Для построения полного множества ОКП длины $N = 20$ для матрицы H_1 в настоящей статье установлены следующие их свойства:

Свойство 1. ОКП длины $N = 20$ для матрицы H_1 обладает одним из возможных весов Хэмминга $wt = (7, 9, 11, 13)$.

Свойство 2. Инверсия ОКП также является ОКП.

Подробный анализ *Свойств 1, 2* позволяет установить, что множество последовательностей веса $wt = 11$ является инверсией множества последовательностей веса $wt = 9$, тогда как множество последовательностей веса $wt = 13$ является инверсией множества последовательностей веса $wt = 7$. Данное обстоятельство позволяет синтезировать лишь множества ОКП весов $wt = \{7, 9\}$, тогда как полное множество ОКП может быть получено путем инверсии этих множеств.

Для построения ОКП весов $wt = \{7, 9\}$ рассмотрим линейное векторное пространство бинарных векторов $z(w)$ длины $N = 5$, заданного веса w , количество которых определяется числом сочетаний $|z(w)| = C_5^w$. В табл. 2 представлено распределение числа векторов в зависимости от их веса.

Таблица 2 – Распределение числа векторов длины $N = 5$ заданного веса

Вес, w	0	1	2	3	4	5
Число векторов, $ z(w) $	1	5	10	10	5	1

Каждую ОКП можно представить в виде горизонтальной конкатенации четырех бинарных векторов $z(w)$ длины $N = 5$

$$\text{ОКП} = [z(w_1) \ z(w_2) \ z(w_3) \ z(w_4)], \quad (7)$$

тогда ясно, что для выполнения условия, определяемого *Свойством 1* ОКП, должно выполняться следующее соотношение

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 7, \quad w_i = 0, 1, \dots, 5. \quad (8)$$

Экспериментальные исследования показывают, что всего существуют 104 набора значений $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$, которые удовлетворяют условию (8), и только 103 из них допускают построение ОКП. При этом количество ОКП, которое генерирует каждый из наборов $W_i, i = 1, 2, \dots, 103$ составляет λ_i (табл. 3).

Таблица 3 – Наборы значений $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$, генерирующие ОКП веса $wt = 7$

W_i	λ_i	W_i	λ_i	W_i	λ_i	W_i	λ_i	W_i	λ_i	W_i	λ_i
{0,0,2,5}	1	{0,3,3,1}	57	{1,1,4,1}	79	{2,0,2,3}	118	{2,5,0,0}	1	{4,0,2,1}	30
{0,0,3,4}	8	{0,3,4,0}	8	{1,1,5,0}	2	{2,0,3,2}	140	{3,0,0,4}	11	{4,0,3,0}	5
{0,0,4,3}	9	{0,4,0,3}	7	{1,2,0,4}	33	{2,0,4,1}	27	{3,0,1,3}	73	{4,1,0,2}	36
{0,0,5,2}	3	{0,4,1,2}	29	{1,2,1,3}	322	{2,0,5,0}	3	{3,0,2,2}	134	{4,1,1,1}	63
{0,1,1,5}	3	{0,4,2,1}	25	{1,2,2,2}	680	{2,1,0,4}	23	{3,0,3,1}	70	{4,1,2,0}	41
{0,1,2,4}	34	{0,4,3,0}	9	{1,2,3,1}	318	{2,1,1,3}	300	{3,0,4,0}	10	{4,2,0,1}	43
{0,1,3,3}	64	{0,5,0,2}	2	{1,2,4,0}	37	{2,1,2,2}	665	{3,1,0,3}	68	{4,2,1,0}	36
{0,1,4,2}	31	{0,5,1,1}	4	{1,3,0,3}	65	{2,1,3,1}	293	{3,1,1,2}	320	{4,3,0,0}	8
{0,1,5,1}	7	{0,5,2,0}	3	{1,3,1,2}	320	{2,1,4,0}	29	{3,1,2,1}	321	{5,0,1,1}	5
{0,2,0,5}	4	{1,0,1,5}	6	{1,3,2,1}	331	{2,2,0,3}	136	{3,1,3,0}	71	{5,0,2,0}	1
{0,2,1,4}	29	{1,0,2,4}	33	{1,3,3,0}	66	{2,2,1,2}	677	{3,2,0,2}	125	{5,1,0,1}	2
{0,2,2,3}	124	{1,0,3,3}	59	{1,4,0,2}	35	{2,2,2,1}	677	{3,2,1,1}	320	{5,1,1,0}	2
{0,2,3,2}	123	{1,0,4,2}	29	{1,4,1,1}	78	{2,2,3,0}	116	{3,2,2,0}	131	{5,2,0,0}	1
{0,2,4,1}	30	{1,0,5,1}	3	{1,4,2,0}	35	{2,3,0,2}	119	{3,3,0,1}	67	-	-
{0,2,5,0}	1	{1,1,0,5}	3	{1,5,0,1}	3	{2,3,1,1}	294	{3,3,1,0}	59	-	-
{0,3,0,4}	8	{1,1,1,4}	76	{1,5,1,0}	6	{2,3,2,0}	131	{3,4,0,0}	9	-	-
{0,3,1,3}	65	{1,1,2,3}	315	{2,0,0,5}	2	{2,4,0,1}	33	{4,0,0,3}	6	-	-
{0,3,2,2}	133	{1,1,3,2}	332	{2,0,1,4}	34	{2,4,1,0}	29	{4,0,1,2}	30	-	-

Таким образом, суммируя все объемы ОКП λ_i , полученные в табл. 3, получаем полное множество ОКП длины $N = 20$ веса $wt = 7$

$$J_7 = \sum_{i=1}^{103} \lambda_i = 10032. \quad (9)$$

Например, вектору $W_1 = \{w_1, w_2, w_3, w_4\} = \{0, 0, 2, 5\}$, который является решением уравнения (8) соответствует множество из одной ОКП и, соответственно, её спектральных коэффициентов

$$\text{ОКП}_1 = [+++++ \quad +++++ \quad +++-- \quad -----]; \quad (10)$$

$$W(\omega) = [6 \ 6 \ 2 \ 6 \ 6 \ 6 \ 2 \ -2 \ -6 \ 6 \ -6 \ -2 \ -6 \ -6 \ -2 \ -2 \ -2 \ -2 \ 2],$$

из непосредственного анализа которых нетрудно в соответствии с (3) найти пик-фактор $\kappa = 36/20 = 1,8$.

Аналогичным образом может быть проведен синтез ОКП длины $N = 20$ веса $wt = 9$, в этом случае уравнение (8) примет вид

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 9, \quad w_i = 0, 1, \dots, 5. \quad (11)$$

Экспериментальные исследования показывают, что существуют всего 140 наборов значений $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$, которые удовлетворяют условию (11), и только 138 из них допускают построение ОКП. При этом количество ОКП, которое генерирует каждый из наборов $W_i, i = 1, 2, \dots, 138$ составляет λ_i (табл. 4).

Таблица 4 – Наборы значений $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$, генерирующие ОКП веса $wt = 9$

W_i	λ_i	W_i	λ_i	W_i	λ_i	W_i	λ_i	W_i	λ_i	W_i	λ_i
{0,0,4,5}	1	{0,5,3,1}	1	{1,4,3,1}	79	{2,3,2,2}	599	{3,2,2,2}	644	{4,2,0,3}	28
{0,0,5,4}	2	{0,5,4,0}	2	{1,4,4,0}	5	{2,3,3,1}	295	{3,2,3,1}	285	{4,2,1,2}	158
{0,1,3,5}	3	{1,0,3,5}	2	{1,5,0,3}	3	{2,3,4,0}	38	{3,2,4,0}	30	{4,2,2,1}	136
{0,1,4,4}	6	{1,0,4,4}	6	{1,5,1,2}	18	{2,4,0,3}	38	{3,3,0,3}	52	{4,2,3,0}	25
{0,1,5,3}	4	{1,0,5,3}	2	{1,5,2,1}	16	{2,4,1,2}	139	{3,3,1,2}	295	{4,3,0,2}	33
{0,2,2,5}	7	{1,1,2,5}	17	{1,5,3,0}	5	{2,4,2,1}	149	{3,3,2,1}	292	{4,3,1,1}	74
{0,2,3,4}	34	{1,1,3,4}	71	{2,0,2,5}	9	{2,4,3,0}	27	{3,3,3,0}	57	{4,3,2,0}	34
{0,2,4,3}	25	{1,1,4,3}	75	{2,0,3,4}	24	{2,5,0,2}	5	{3,4,0,2}	34	{4,4,0,1}	8
{0,2,5,2}	7	{1,1,5,2}	17	{2,0,4,3}	35	{2,5,1,1}	14	{3,4,1,1}	66	{4,4,1,0}	5
{0,3,1,5}	2	{1,2,1,5}	20	{2,0,5,2}	7	{2,5,2,0}	8	{3,4,2,0}	30	{4,5,0,0}	1
{0,3,2,4}	30	{1,2,2,4}	144	{2,1,1,5}	7	{3,0,1,5}	5	{3,5,0,1}	2	{5,0,1,3}	2
{0,3,3,3}	61	{1,2,3,3}	313	{2,1,2,4}	150	{3,0,2,4}	35	{3,5,1,0}	4	{5,0,2,2}	6
{0,3,4,2}	29	{1,2,4,2}	160	{2,1,3,3}	279	{3,0,3,3}	67	{4,0,0,5}	2	{5,0,3,1}	4
{0,3,5,1}	2	{1,2,5,1}	21	{2,1,4,2}	134	{3,0,4,2}	27	{4,0,1,4}	7	{5,1,0,3}	2
{0,4,0,5}	2	{1,3,0,5}	3	{2,1,5,1}	12	{3,0,5,1}	5	{4,0,2,3}	32	{5,1,1,2}	9
{0,4,1,4}	8	{1,3,1,4}	73	{2,2,0,5}	8	{3,1,0,5}	3	{4,0,3,2}	26	{5,1,2,1}	10
{0,4,2,3}	20	{1,3,2,3}	307	{2,2,1,4}	149	{3,1,1,4}	67	{4,0,4,1}	4	{5,1,3,0}	3
{0,4,3,2}	29	{1,3,3,2}	307	{2,2,2,3}	611	{3,1,2,3}	298	{4,0,5,0}	2	{5,2,0,2}	10
{0,4,4,1}	7	{1,3,4,1}	62	{2,2,3,2}	611	{3,1,3,2}	289	{4,1,0,4}	9	{5,2,1,1}	8
{0,4,5,0}	1	{1,3,5,0}	3	{2,2,4,1}	144	{3,1,4,1}	78	{4,1,1,3}	79	{5,2,2,0}	9
{0,5,0,4}	1	{1,4,0,4}	3	{2,2,5,0}	5	{3,1,5,0}	1	{4,1,2,2}	144	{5,3,0,1}	4
{0,5,1,3}	4	{1,4,1,3}	77	{2,3,0,4}	25	{3,2,0,4}	35	{4,1,3,1}	90	{5,3,1,0}	5
{0,5,2,2}	7	{1,4,2,2}	151	{2,3,1,3}	305	{3,2,1,3}	268	{4,1,4,0}	11	{5,4,0,0}	1

Таким образом, суммируя все объемы ОКП λ_i , представленные в табл. 4, получаем полное множество ОКП длины $N = 20$ веса $wt = 9$

$$J_9 = \sum_{i=1}^{138} \lambda_i = 10032. \quad (12)$$

С учетом *Свойства 2* общее количество ОКП длины $N = 20$ составляет

$$J = 2 \cdot 10032 + 2 \cdot 10032 = 40128, \quad (13)$$

что также подтверждается данными экспериментальных исследований.

Аналогичным образом могут быть построены полные классы ОКП для матриц H_2 и H_3 . Особенности построения полного множества ОКП для матрицы H_2 состоят в том, что веса полного множества ОКП распределяются следующим образом $wt = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$. Следовательно, с учетом *Свойства 2* должны быть составлены и решены уравнения, подобные (8) и (11) для весов ОКП $wt = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$.

Распределение же весов полного множества ОКП для матрицы H_3 полностью совпадает с распределением весов полного множества ОКП для матрицы H_1 . Таким образом, метод синтеза полного класса ОКП полностью подобен случаю матрицы H_1 , за исключением вида уравнений и количеств синтезируемых ими ОКП.

Выводы. Разработан метод синтеза полного класса оптимальных кодирующих последовательностей длины $N = 20$, мощности $J = 40128$, обладающих пик-фактором спектра Уолша-Адамара $k = 1,8$. Установлено, что для исследуемых эквивалентных матриц Адамара и длины последовательностей $N = 20$, в отличие от длины $N = 16$ вид матрицы Адамара не влияет на мощность класса оптимальных кодирующих последовательностей.

Построенный полный класс оптимальных кодирующих последовательностей может быть использован для построения C -кодов для снижения пик-фактора сигналов в системах, использующих технологию CDMA, тогда как предложенный метод может стать базой для дальнейших теоретических исследований.

Актуальной задачей является рассмотрение других, больших порядков матриц Адамара, и разработка регулярных методов синтеза полных классов ОКП для них, что может являться предметом дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Paterson K. G. Sequences For OFDM and Multi-code CDMA: two problems in algebraic coding theory // K.G. Paterson. – Sequences and their applications. Seta 2001. Second Int. Conference (Bergen, Norway, May 13–17, 2001). Proc. Berlin: Springer, 2002. – P. 46–71.
2. Schwengler T. TLEN 5510 - Wireless & Cellular Communications [Electronic Resource] / T. Schwengler. – <http://morse.colorado.edu/~tlen5510/text/classweb.html> .
3. Мазурков М.И. О влиянии вида ортогонального преобразования на пик-фактор спектра сигналов в системах с CDMA / М.И. Мазурков, А.В. Соколов, Н.А. Барабанов // Информатика и математические методы в моделировании. – 2015. – Т.5. – №1. – С. 28–37.
4. Гепко И.А. Формирование частотно-компактных сигналов с минимальным пик-фактором для систем MC-CDMA с расширением спектра в частотной области / И. А. Гепко // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2001. – 44. – № 11–12, [ч. 1]. – С. 15–25.
5. Токарева Н.Н. Бент-функции: результаты и приложения. Обзор работ / Н.Н. Токарева // Приклад. дискрет. Математика. – 2009. – Сер. №1(3). – С. 15–37.

6. Мазурков М.И. Генератор ключевых последовательностей на основе дуальных пар бент-функций / М.И. Мазурков, Н.А. Барабанов, А.В. Соколов // Труды Одесского политехнического университета. – 2013. – Вып. 3 (42). – С. 150–156.
7. Соколов А.В. Быстродействующий генератор ключевых последовательностей на основе клеточных автоматов / А.В. Соколов // Труды Одесского политехнического университета. – 2014 – №1(43). – С. 180 –186.
8. Sokolov A.V. Constructive method for the synthesis of nonlinear S-boxes satisfying the strict avalanche criterion / A.V. Sokolov // Radioelectronics and Communications Systems. – 2013. – Vol. 56. – N 8. – P. 415–423.
9. Соколов А.В. Построение троичных бент-последовательностей / А.В. Соколов, О.Н. Жданов, Н.А. Барабанов // Материалы XIX международного молодежного форума «Радиоэлектроника и молодежь в XXI веке». – Харьков. – Т.3. – С.131–132.
10. Sloane N. J. A. A Library of Hadamard Matrices [Electronic Resource]. – <http://neilsloane.com/hadamard/> .

REFERENCES:

1. Paterson K. G. Sequences For OFDM and Multi-code CDMA: two problems in algebraic coding theory // K.G. Paterson. – Sequences and their applications. Seta 2001. Second Int. Conference (Bergen, Norway, May 13–17, 2001). Proc. Berlin: Springer, 2002. – P. 46–71.
2. Schwengler T. TLEN 5510 - Wireless & Cellular Communications [Electronic Resource] / T. Schwengler. – <http://morse.colorado.edu/~tlen5510/text/classweb.html> .
3. Mazurkov M.I. On the effect of the type of orthogonal transform on PAPR of signal spectrum in CDMA / M.I. Mazurkov, A.V. Sokolov, N.A. Barabanov // Computer and mathematical methods in modeling, 2015. – V.5, N 1. – P. 28–37.
4. Gepko I.A. Design of the compact frequency signals with minimal PAPR for MC-CDMA systems with spectrum spreading in frequency domain / I.A. Gepko. – Proceedings of universities. Electronics. – 2001 – 44, N 11–12, [h. 1]. – P. 15–25.
5. Tokareva N.N. Bent functions: results and applications. A review of studies / N.N. Tokareva // Applied Discrete Mathematics, 2009. – Ser. N1 (3). – P. 15–37.
6. Mazurkov M.I. The key sequences generator based on bent-functions dual couples / M.I. Mazurkov, N.A. Barabanov, A.V. Sokolov // Proceedings of the Odessa Polytechnic University, 2013. – Vol. 3 (42). – P. 150–156.
7. Sokolov A.V. The cellular automata key sequences generator / AV Sokolov. – Proceedings of the Odessa Polytechnic University, 2014 – N 1 (43). – P. 180–186.
8. Sokolov A.V. Constructive method for the synthesis of nonlinear S-boxes satisfying the strict avalanche criterion / A.V. Sokolov // Radioelectronics and Communications Systems. – 2013. – Vol. 56, N 8. – P. 415–423.
9. Sokolov A.V. Construction of ternary bent-sequences / A.V. Sokolov, O.N. Zhdanov, N.A. Barabanov // Proceedings of the XIX International Youth Forum "Radioelectronics and Youth in XXI century". – Kharkiv. – V.3. – S.131–132.
10. Sloane N. J. A. A Library of Hadamard Matrices [Electronic Resource]. – <http://neilsloane.com/hadamard/> .