

ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПЕЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА ПРИ
ПЕРИОДИЧЕСКОМ ЭКСПОФУНКЦИОНАЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

INVESTIGATION OF FIRST-ORDER CIRCUITS UNDER
PERIODIC EXPOFUNCTIONAL EXCITATION

Аннотация. Усовершенствован метод нахождения установившейся реакции цепи на периодические негармонические сигналы в замкнутой форме. Определена установившаяся реакция RL- и RC- цепи на периодическое экспофункциональное воздействие.

Summary. The method of finding steady-state response of circuit on periodic nonharmonic signals in closed form is improved. Steady-state response RL- and RC- circuit on expofunctional excitation is determined.

Исследование радиотехнических элементов и узлов на основе новых физических явлений способствует развитию современных радиотехнологий, что позволяет облегчить решение проблемы повышения качества радиосвязи. К таким новым физическим явлениям относится явление выделения активной мощности реактивными элементами электрической цепи [1]. Это явление наблюдается при экспофункциональных воздействиях на электрическую цепь [2]. В работе [2] решена задача анализа электрических цепей, содержащих реактивные элементы при неперiodических экспофункциональных сигналах с ограниченной длительностью. В работе [3] предложен подход построения экспофункциональных сигналов произвольной длительности. Однако в литературе отсутствуют сведения об исследовании линейных цепей при воздействии на них периодических экспофункциональных сигналов. Поэтому цель данной работы – провести исследование цепей первого порядка при периодическом экспофункциональном воздействии.

1. Усовершенствование метода определения установившейся реакции. Одним из способов определения реакции цепи на периодическую несинусоидальную функцию $e(t)$ является метод, основанный на ее разложении в ряд Фурье [4]. Тогда установившуюся реакцию можно найти, сложив реакции на каждую гармонику, число которых бесконечно. Это является неудобным, в частности, при моделировании на ЭВМ. Обычно ограничиваются конечным числом гармоник. Тогда возникают погрешности, что приводит к необходимости решать проблему повышения точности расчетов [5]. Другой способ, свободный от указанных недостатков, основан на определении сумм рядов Фурье в замкнутой форме с последующим составлением таблиц периодических решений для отдельных сигналов [6]. Однако набор решений в таких таблицах ограничен. Существует также метод, основанный на теореме о нахождении установившейся периодической реакции $r_0(t)$ при нулевых начальных условиях цепи как разности на первом периоде между полной реакцией в первом периоде $r_1(t)$ и свободной реакцией $r_c(t)$ с использованием преобразования Лапласа [7]. В указанной теореме полная реакция в первом периоде $r_1(t)$ определяется как обратное преобразование Лапласа функции $[E_1(p)H(p)]$, где $E_1(p)$ – изображение $e_1(t)$; $e_1(t)$ – отрезок воздействующей функции включения $e(t)1(t)$ на первом периоде; $1(t)$ – единичная функция включения. Однако, как показано в [7], теорему о вычетах в полюсах передаточной функции $H(p)$ нельзя применять непосредственно. Требуется применение дополнительных операций. В частности, необходимо отбрасывание тех слагаемых, которые не имеют отношения к первому периоду, т.е. находятся при множителе $1(t-1)$. Могут быть и более сложные ситуации в случае, когда функция $e_1(t)$ является кусочно-непрерывной. Указанные выше операции при неаккуратном применении могут привести к ошибке. Следовательно, данный метод нуждается в усовершенствовании.

Согласно теореме установившаяся реакция определяется по формуле

$$\left. \begin{aligned} r_0(t) &= L^{-1} [E_1(p)H(p)] - \sum \text{вычетов} \frac{E_1(p)H(p)}{1 - e^{-ap}} e^{pt} \text{ в полюсах } H(p), \text{ при } 0 \leq t < a \\ r_0(t + ka) &= r_0(t), \text{ при } ka \leq t < (k + 1)a, \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где L^{-1} – обратное преобразование Лапласа; a – период функции; k – целое число. Из (1) следует, что полная реакция $r_1(t)$ на первом периоде может быть представлена как реакция цепи на неперiodическое воздействие $e_1(t)$ и может быть найдена любым известным методом. В данной

работе для определения $r_1(t)$ при нулевых начальных условиях предлагается использовать метод интеграла Дюамеля, как наиболее удобный.

Для доказательства справедливости применения интеграла Дюамеля проиллюстрируем усовершенствованный метод (теорему) на примере, приведенном в [7]. Дана дифференцирующая RC-цепь ($C = 1, R = 2$) при нулевых начальных условиях. К ней приложено периодическое ($a = 1$) пилообразное напряжение $e(t)$. Функция включения $e(t)1(t)$ представлена как повторяющийся отрезок $e_1(t)$:

$$e(t)1(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e_1(t - ka)1(t - ka), \quad (2)$$

где

$$e_1(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < 0 \text{ и } t \geq 1 \\ t, & \text{при } 0 \leq t < 1 \end{cases} \quad (3)$$

– значения функции $e(t)1(t)$ за первый период.

Согласно методу интеграла Дюамеля реакция цепи с переходной характеристикой $h(t)$ равна [7]

$$r_1(t) = e_1(t)h(0) + \int_0^t e_1(\tau)h'(t - \tau)d\tau. \quad (4)$$

Для данной цепи передаточная функция и переходная характеристика равны

$$H(p) = \frac{R}{R + 1/pC} = \frac{p}{p + 1/2}, \quad h(t) = e^{-t/2}.$$

После подстановки выражений для $H(p)$ и $h(t)$ в формулу (4) получим

$$r_1(t) = t - \frac{1}{2} \int_0^t \tau e^{-\frac{t-\tau}{2}} d\tau = 2 - 2e^{-\frac{t}{2}},$$

что совпадает с полной реакцией в первом периоде, рассчитанной в [7]. Это подтверждает правильность предложенного подхода. Данный метод удобно использовать для расчета реакции цепей любого порядка на периодическое экспофункциональное воздействие. Решим с помощью данного метода поставленную в статье задачу.

2. Определение установившейся реакции RL- и RC- цепи. Определим с помощью данного метода установившуюся реакцию RL-цепи (рис. 1) на периодическое (с периодом T) экспофункциональное воздействие (рис. 2).

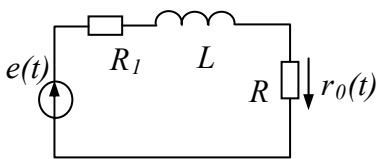


Рисунок 1

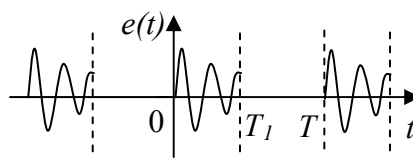


Рисунок 2

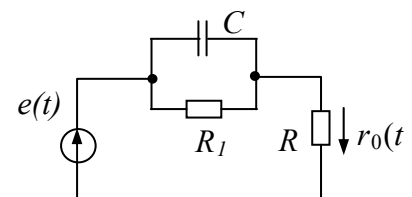


Рисунок 3

Воздействующая периодическая функция включения описывается выражением (2), где

$$e_1(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < 0 \text{ и при } t \geq T \\ U_m e^{-\lambda_1 t} \sin(\omega t + \varphi_1), & \text{при } 0 \leq t < T_1 \\ 0, & \text{при } T_1 \leq t < T \end{cases} \quad (5)$$

Итак, воздействующий сигнал состоит из двух частей (рис. 2). На интервале $[0, T_1]$ содержится рабочая часть сигнала, используемая для компенсации потерь. На интервале $[T_1, T]$ значение сигнала равно нулю и эту часть не предполагается использовать для компенсации потерь.

На интервале $[0, T]$ функцию $e_1(t)$ можно представить в виде

$$e_1(t) = U_m e^{-\lambda_1 t} \sin(\omega t + \varphi_1)[1(t) - 1(t - T_1)],$$

тогда

$$e_1(t) = U_m e^{-\lambda_1 t} \sin(\omega t + \varphi_1)1(t) - U_m e^{-\lambda_1(t+T_1)} \sin(\omega t + \varphi_1)1(t - T_1).$$

Изображение данной функции имеет вид

$$E_1(p) = U_m \frac{(p + \lambda_1) \sin \varphi_1 + \omega \cos \varphi_1}{(p + \lambda_1)^2 + \omega^2} - U_m e^{-\lambda_1 T_1} e^{-p T_1} \frac{(p + \lambda_1) \sin \varphi_1 + \omega \cos \varphi_1}{(p + \lambda_1)^2 + \omega^2}.$$

Передаточная функция и переходная характеристика данной цепи равны:

$$H(p) = \frac{R}{R_1 + R + pL} = \frac{R/L}{p + (R_1 + R)/L}, \quad h(t) = \frac{R}{R_1 + R} \left(1 - e^{-\frac{(R_1 + R)}{L}t}\right).$$

Определим полную реакцию $r_1(t)$ RL-цепи на интервале $[0, T)$. Воздействие $e_1(t)$, прикладываемое к цепи состоит из двух частей:

а) на интервале $[0, T_1)$ воздействие равно $U_m e^{-\lambda_1 t} \sin(\omega t + \varphi_1)$;

б) на интервале $[T_1, T)$ воздействие равно нулю.

Тогда полная реакция цепи на интервале $[0, T)$ также состоит из двух частей $r_{1a}(t)$ и $r_{1b}(t)$:

а) на интервале $[0, T_1)$ полная реакция цепи $r_1(t) = r_{1a}(t)$, рассчитанная по формуле (4), равна

$$r_{1a}(t) = \frac{U_m R}{L} e^{-\frac{(R_1 + R)}{L}t} \int_0^t e^{\frac{(R_1 + R)}{L} - \lambda_1 \tau} \sin(\omega \tau + \varphi_1) d\tau =$$

$$= e^{-\lambda_1 t} \left\{ \frac{U_m R}{L} e^{-\frac{(R_1 + R)}{L} - \lambda_1 t} \left[e^{\frac{(R_1 + R)}{L} - \lambda_1 t} \cos \varphi_1 \frac{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1) \sin \omega t - \omega \cos \omega t}{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1)^2 + \omega^2} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + e^{\frac{(R_1 + R)}{L} - \lambda_1 t} \sin \varphi_1 \frac{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1) \cos \omega t + \omega \sin \omega t}{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1)^2 + \omega^2} - \frac{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1) \sin \varphi_1}{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1)^2 + \omega^2} + \frac{\omega \cos \varphi_1}{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1)^2 + \omega^2} \right] \right\}; \quad (6)$$

б) на интервале $[T_1, T)$ полная реакция цепи $r_1(t) = r_{1b}(t)$ согласно формуле (4) равна

$$r_{1b}(t) = \frac{U_m R}{L} e^{-\frac{(R_1 + R)}{L}t} \int_0^{T_1} e^{\frac{(R_1 + R)}{L} - \lambda_1 \tau} \sin(\omega \tau + \varphi_1) d\tau =$$

$$= e^{-\lambda_1 t} \left\{ \frac{U_m R}{L} e^{-\frac{(R_1 + R)}{L} - \lambda_1 t} \left[e^{\frac{(R_1 + R)}{L} - \lambda_1 T_1} \cos \varphi_1 \frac{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1) \sin \omega T_1 - \omega \cos \omega T_1}{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1)^2 + \omega^2} + \right. \right.$$

$$\left. \left. + e^{\frac{(R_1 + R)}{L} - \lambda_1 T_1} \sin \varphi_1 \frac{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1) \cos \omega T_1 + \omega \sin \omega T_1}{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1)^2 + \omega^2} - \frac{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1) \sin \varphi_1}{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1)^2 + \omega^2} + \frac{\omega \cos \varphi_1}{(\frac{R_1 + R}{L} - \lambda_1)^2 + \omega^2} \right] \right\}. \quad (7)$$

Определим свободную реакцию RL- цепи как сумму вычетов в полюсах $H(p)$:

$$r_c(t) = \operatorname{Res}_{p = \frac{R_1 + R}{L}} [E(p)H(p)e^{pt}],$$

где

$$E(p) = \sum_{k=0}^{\infty} E_1(p)e^{-kTp} = \frac{E_1(p)}{1 - e^{-Tp}} - \text{изображение } e(t);$$

$$r_c(t) = \text{Res}_{p=\frac{R_1+R}{L}} \left[\left(U_m \frac{(p+\lambda_1)\sin\varphi_1 + \omega\cos\varphi_1}{[(p+\lambda_1)^2 + \omega^2](1-e^{-Tp})} - U_m e^{-\lambda_1 T_1} e^{-pT_1} \frac{(p+\lambda_1)\sin\varphi_1 + \omega\cos\varphi_1}{[(p+\lambda_1)^2 + \omega^2](1-e^{-Tp})} \right) \frac{R/L}{p + \frac{R_1+R}{L}} e^{pt} \right] =$$

$$= e^{-\lambda_1 t} \left\{ \frac{U_m R}{L} e^{-\frac{(R_1+R-\lambda_1)t}{L}} \frac{-\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)\sin\varphi_1 + \omega\cos\varphi_1}{\left[\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2\right]\left(1 - e^{-\frac{R_1+R}{L}T}\right)} \left[1 - e^{-\frac{(R_1+R-\lambda_1)T_1}{L}} \right] \right\}. \quad (8)$$

Установившаяся реакция цепи $r_0(t)$ интервале $[0, T)$ состоит из двух частей $r_{0a}(t)$ и $r_{0b}(t)$:

а) на интервале $[0, T_1)$ установившаяся реакция цепи $r_0(t) = r_{0a}(t)$ согласно (1) равна

$$r_{0a}(t) = e^{-\lambda_1 t} \left\{ \frac{U_m R}{L} e^{-\frac{(R_1+R-\lambda_1)t}{L}} \left[e^{\frac{(R_1+R-\lambda_1)t}{L}} \cos\varphi_1 \frac{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)\sin\omega t - \omega\cos\omega t}{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} + \right. \right.$$

$$+ e^{\frac{(R_1+R-\lambda_1)t}{L}} \sin\varphi_1 \frac{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)\cos\omega t + \omega\sin\omega t}{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} - \frac{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)\sin\varphi_1}{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} + \left. \frac{\omega\cos\varphi_1}{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} \right] -$$

$$\left. - \frac{U_m R}{L} e^{-\frac{(R_1+R-\lambda_1)t}{L}} \frac{-\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)\sin\varphi_1 + \omega\cos\varphi_1}{\left[\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2\right]\left(1 - e^{-\frac{R_1+R}{L}T}\right)} \left[1 - e^{-\frac{(R_1+R-\lambda_1)T_1}{L}} \right] \right\}; \quad (9)$$

б) на интервале $[T_1, T)$ установившаяся реакция цепи $r_0(t) = r_{0b}(t)$ согласно (1) равна

$$r_{0b}(t) = e^{-\lambda_1 t} \left\{ \frac{U_m R}{L} e^{-\frac{(R_1+R-\lambda_1)t}{L}} \left[e^{\frac{(R_1+R-\lambda_1)T_1}{L}} \cos\varphi_1 \frac{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)\sin\omega T_1 - \omega\cos\omega T_1}{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} + \right. \right.$$

$$+ e^{\frac{(R_1+R-\lambda_1)T_1}{L}} \sin\varphi_1 \frac{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)\cos\omega T_1 + \omega\sin\omega T_1}{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} - \frac{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)\sin\varphi_1}{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} + \left. \frac{\omega\cos\varphi_1}{\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} \right] -$$

$$\left. - \frac{U_m R}{L} e^{-\frac{(R_1+R-\lambda_1)t}{L}} \frac{-\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)\sin\varphi_1 + \omega\cos\varphi_1}{\left[\left(\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2\right]\left(1 - e^{-\frac{R_1+R}{L}T}\right)} \left[1 - e^{-\frac{(R_1+R-\lambda_1)T_1}{L}} \right] \right\}. \quad (10)$$

Для всех других интервалов времени согласно (1) $r_0(t+kT) = r_0(t)$.

Аналогичным образом, для интервала $[0, T)$ рассчитана установившаяся реакция RC-цепи (рис. 3):

а) на интервале $[0, T_1)$ установившаяся реакция цепи $r_0(t) = r_{0a}(t)$ согласно (1) равна

$$r_{0a}(t) = e^{-\lambda_1 t} \left\{ -\frac{U_m}{RC} e^{-\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)t} \left[e^{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)t} \cos \varphi_1 \frac{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right) \sin \omega t - \omega \cos \omega t}{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + e^{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)t} \sin \varphi_1 \frac{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right) \cos \omega t + \omega \sin \omega t}{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} - \frac{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right) \sin \varphi_1}{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\omega \cos \varphi_1}{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} \right] - \left(U_m - \frac{U_m}{RC} \right) e^{-\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)t} \frac{-\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right) \sin \varphi_1 + \omega \cos \varphi_1}{\left[\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2\right] \left(1 - e^{\frac{R_1+R}{RR_1C} T}\right)} \left[1 - e^{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right) T_1} \right] \right\}; (11)$$

б) на интервале $[T_1, T)$ установившаяся реакция цепи $r_0(t) = r_{0b}(t)$ согласно (1) равна

$$r_{0b}(t) = e^{-\lambda_1 t} \left\{ -\frac{U_m}{RC} e^{-\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)t} \left[e^{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)t} \cos \varphi_1 \frac{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right) \sin \omega T_1 - \omega \cos \omega T_1}{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + e^{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)t} \sin \varphi_1 \frac{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right) \cos \omega T_1 + \omega \sin \omega T_1}{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} - \frac{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right) \sin \varphi_1}{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} + \frac{\omega \cos \varphi_1}{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2} \right] - \right. \\ \left. - \left(U_m - \frac{U_m}{RC} \right) e^{-\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)t} \frac{-\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right) \sin \varphi_1 + \omega \cos \varphi_1}{\left[\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right)^2 + \omega^2\right] \left(1 - e^{\frac{R_1+R}{RR_1C} T}\right)} \left[1 - e^{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C} - \lambda_1\right) T_1} \right] \right\}. (12)$$

Для всех других интервалов времени согласно (1) $r_0(t + kT) = r_0(t)$.

Проанализируем полученные результаты. Напомним, что рабочая часть сигнала находится на интервале $[0, T_1)$. Поэтому, обратим внимание на установившуюся реакцию $r_{0a}(t)$. Из формулы (9) следует, что установившаяся реакция $r_{0a}(t)$ является экспофункцией с тем же множителем $e^{-\lambda_1 t}$, что и для воздействующего сигнала $U_m e^{-\lambda_1 t} \sin(\omega t + \varphi_1)$. Ядро экспофункции $r_{0a}(t)$ состоит из разности ядер экспофункций $r_{1a}(t)$ и $r_c(t)$. Присутствие в выражении (6) в ядре экспофункции $r_{1a}(t)$ повторяющегося выражения $\frac{R_1+R}{L} - \lambda_1 = \frac{R_1}{L} + \frac{R}{L} - \lambda_1$ свидетельствует о том, что воздействующее напряжение вида $U_m e^{-\lambda_1 t} \sin(\omega t + \varphi_1)$ порождает отрицательное сопротивление $-\lambda_1 L$, включенное последовательно с индуктивностью, т.е. возможна полная компенсация потерь электрической энергии при выполнении условия $R_1 = \lambda_1 L$ [2]. В формуле (8) для $r_c(t)$ полная компенсация не выполняется, так как это решение однородного уравнения, в котором отсутствует сигнал порождающий компенсацию. Ядро экспофункции свободной составляющей $r_c(t)$ необходимо стремиться сделать значительно меньше, чем ядро экспофункции $r_{1a}(t)$. В этом случае свободная составляющая практически не оказывает влияние на установившуюся реакцию и ею можно

пренебречь. Это возможно при выполнении условия $\frac{R_1 + R}{L}T \geq 4$. В данном случае отклик исследуемой цепи будет такой же как и у цепи не содержащей потерь ($R_1 = 0$). Аналогичные результаты можно получить и при анализе выражений (11) и (12) для RC- цепи.

Моделирование процессов на ЭВМ (MATLAB 6.5) с использованием полученных выражений подтвердило, что максимальное значение свободной составляющей при выполнении условия $\frac{R_1 + R}{L}T \geq 4$ не превышает 0,4% от максимального значения установившейся реакции даже при $T_1 = T$. Это дает возможность неограниченно приближать длительность воздействующего радиоимпульса T_1 к периоду воздействующей функции T (рис. 2). Получается, что экспофункциональный сигнал вида $U_m e^{-\lambda t} \sin(\omega t + \varphi_1)$ может существовать на всем периоде $[0, T)$. Отсюда следует, что и в случае применения периодических сигналов также можно достигнуть компенсации потерь в реактивных элементах без мешающего воздействия свободной составляющей переходного процесса.

Таким образом, в данной работе усовершенствован метод нахождения установившейся реакции цепи на периодические негармонические сигналы в замкнутой форме. С помощью данного метода исследованы цепи первого порядка при периодическом экспофункциональном воздействии. Показана возможность компенсации потерь с помощью периодических экспофункциональных сигналов.

Литература

1. *Іваницький А.М.* Явище виділення активної потужності реактивними елементами електричного кола/ Диплом на відкриття НВ №3, зареєстровано 12.01.99; пріоритет від 31.11.94 // Винахідник України. – 1999. – №2; 2000. – №1. – С.121-126.
2. *Іваницький А.М.* Реактивные элементы при экспофункциональных воздействиях // Информатика и связь: Сб. науч. тр. Укр. госуд. акад. связи им. А.С. Попова. – Одесса. – 1996. – № 1 – С. 236-240.
3. *Іваницький А.М.* Компенсация потерь электрической энергии в электрической цепи при воздействии сигналов произвольной длительности // Наукові праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – Одесса. – 1999. – № 1 – С. 50-52.
4. *Атабеков Г.И.* Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1969. – 424 с.
5. *Горбачев М.Н.* Энергетический анализ периодических процессов в цепи RL при негармоническом входном напряжении // Наукові праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – Одесса. – 2004. – № 1 – С. 59-62.
6. *Заездный А.М.* Линейные системы под воздействием периодических колебаний сложной формы. – Л.: Госэнергоиздат, 1962. – 26 с.
7. *Сешу С., Балабанян Н.* Анализ линейных цепей. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 545 с.