

УДК 621.372.8

**УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА НА БАЗЕ РЯДОВ ВОЛЬТЕРРА**

Педяш В.В.

*Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова,
65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнечная, 1.
pedyash@onat.edu.ua*

**УДОСКОНАЛЕННЯ МОДЕЛІ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ
ОПТИЧНОГО СИГНАЛУ НА БАЗІ РЯДІВ ВОЛЬТЕРРА**

Педяш В.В.

*Одеська національна академія зв'язку імені О.С. Попова,
65029, Україна, м. Одеса, вул. Ковальська, 1.
pedyash@onat.edu.ua*

**IMPROVEMENT OF MODEL OF OPTICAL SIGNAL PROPAGATION
ON THE BASIS OF VOLTERRA SERIES**

Pedyash V.V.

*O.S. Popov Odessa national academy of telecommunications,
1 Kovalska St., Odessa, 65029, Ukraine.
pedyash@onat.edu.ua*

Аннотация. Статья посвящена разработке усовершенствованной модели распространения сигнала в оптическом волокне на базе нелинейного уравнения Шредингера. Проведен анализ существующих методов решения данной задачи и показана целесообразность применения теории рядов Вольтерра. Предложено усовершенствованное выражение, позволяющее значительно повысить достоверность данного метода. Выполнено сопоставление погрешности моделирования стандартного и доработанного метода моделирования на базе рядов Вольтерра. В качестве эталонной имитационной модели оптического волокна использовался метод Фурье расщепления по физическим факторам. Установлено, что применение усовершенствованного метода рядов Вольтерра позволяет повысить точность моделирования более чем в 20 раз.

Ключевые слова: оптическое волокно, ВОСП, DWDM, модель, ряды Вольтерра, корректор.

Анотація. Стаття присвячена розробці удосконаленої моделі поширення сигналу в оптичному волокну на базі нелінійного рівняння Шредінгера. Проведений аналіз існуючих методів розв'язання даної задачі і показана доцільність застосування теорії рядів Вольтерра. Запропоновано удосконалений вираз, що дозволяє значно підвищити достовірність даного методу. Виконано порівняння похибки моделювання стандартного та удосконаленого методу моделювання на базі рядів Вольтерра. Як еталонна імітаційна модель оптичного волокна використовувався метод Фур'є розщеплення за фізичними факторами. Встановлено, що застосування удосконаленого методу рядів Вольтерра дозволяє підвищити точність моделювання більш ніж у 20 разів.

Ключові слова: оптичне волокно, ВОСП, DWDM, модель, ряди Вольтерра, коректор.

Abstract. The advanced model of distribution of a signal in optical fiber on the basis of the nonlinear equation of Schrödinger is considered in article. The analysis of the existing methods of the solution of this task is carried out and expediency of application of the Volterra series theory is shown. The advanced expression allowing to increase considerably reliability of this method is offered. Comparison of an modeling error of a standard and modified method of modeling on the basis of Volterra series is carried out. As reference model of optical fiber was used the split step Fourier method. It is shown that application of an advanced method of Volterra series allows to increase modeling accuracy more than 20 times.

Key words: fiber, optical communication system, ВОСП, DWDM, model, Volterra series, corrector.

Распространение широкополосных телекоммуникационных услуг при развертывании сетей последующего поколения (NGN) стало возможным благодаря использованию в качестве базовой среды распространения оптического волокна (ОВ). При определении основных характеристик систем передачи (СП) на базе ОВ (ВОСП) широко используется математическое и имитационное моделирование. Наиболее часто для моделирования распространения сигнала по ОВ используется метод Фурье расщепления по физическим факторам [1], который позволяет учитывать линейные (дисперсионные) и нелинейные искажения сигнала, вносимые средой распространения. Первым недостатком данного метода является рекурсивность и невозможность оценки параметров отдельных спектральных компонентов выходного сигнала без проведения полной процедуры вычисления спектра. Вторым недостатком метода является невозможность разделения принимаемого сигнала на линейные и нелинейные компоненты с целью оценки искажений, которые приводят к ухудшению приема. Указанных недостатков лишен метод моделирования среды распространения с использованием теории рядов Вольтерра [2]. Существенным недостатком классического варианта данного метода является высокая вычислительная сложность и недостаточная точность при использовании в расчетах ограниченного количества ядер Вольтерра, которая понижается с увеличением мощности оптического сигнала.

Целью настоящей статьи является усовершенствование метода моделирования ВОСП с использованием теории рядов Вольтерра и разработка на его основе корректных имитационных моделей распространения сигнала по ОВ.

Основой для построения всех моделей ОВ является известное нелинейное уравнение Шредингера:

$$\frac{dA}{dz} - j\frac{\beta_2}{2} \frac{d^2A}{dt^2} + \frac{\alpha}{2} A = -j\gamma |A|^2 A, \quad (1)$$

где $A(t)$ – амплитуда огибающей оптического сигнала;

β_2 – коэффициент дисперсии ОВ второго порядка;

α и γ – соответственно коэффициент затухания и нелинейности ОВ.

Амплитуда электромагнитного поля входного сигнала связана с его мощностью следующим выражением:

$$|A(t)| = \sqrt{P(t)}. \quad (2)$$

Метод рядов Вольтерра получил широкое распространение для моделирования электронных компонентов с нелинейными характеристиками [3], поскольку позволяет установить взаимосвязь между спектром входного $X(\omega)$ и выходного $Y(\omega)$ сигнала:

$$Y(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \int \dots \int H_n(\omega_1, \dots, \omega_{n-1}, \omega - \omega_1 - \dots - \omega_{n-1}) X(\omega_1) \dots X(\omega_{n-1}) \times \\ \times X(\omega - \omega_1 - \dots - \omega_{n-1}) d\omega_1 \dots d\omega_{n-1}, \quad (3)$$

где $H_n(\omega_1, \dots, \omega_n)$ - ядро Вольтерра порядка n .

В работе [2] показано, что взяв преобразование Фурье от (1) можно привести его к форме выражения (3):

$$A(\omega, z) = A(\omega) H_1(\omega, z) + \frac{1}{4\pi^2} \iint H_3(\omega_1, \omega_2, \omega - \omega_1 + \omega_2, z) A(\omega_1) A^*(\omega_2) \times \\ \times A(\omega - \omega_1 + \omega_2) d\omega_1 d\omega_2, \quad (4)$$

где $A(\omega) = A(\omega, z = 0)$ – спектральный компонент входного сигнала на частоте ω .

Первое слагаемое в выражении (4) соответствует линейному компоненту выходного сигнала, второе – нелинейному. Выражения ядер первого $H_1(\omega, z)$ и третьего $H_3(\omega_1, \omega_2, \omega, z)$ порядков имеют следующий вид [2]:

$$H_1(\omega, z) = e^{(-\alpha/2 - j\beta_2\omega^2/2)z} \quad (5)$$

и

$$H_3(\omega_1, \omega_2, \omega, z) = -j\gamma \exp\left(\left(-\frac{\alpha}{2} - j\frac{\beta_2\omega^2}{2}\right)z\right) \frac{1 - \exp(-\alpha z - j\beta_2(\omega_1 - \omega)(\omega_1 - \omega_2)z)}{\alpha + j\beta_2(\omega_1 - \omega)(\omega_1 - \omega_2)}. \quad (6)$$

В ВОСП с плотным волновым спектральным разделением каналов (DWDM) входной групповой сигнал $A(\omega, 0)$ состоит из суммы N индивидуальных канальных сигналов $A_i(\omega)$:

$$A(\omega) = \sum_{i=1}^N A_i(\omega). \quad (7)$$

В общем случае, интегрирование в выражении (4) выполняется над произведением спектральных компонентов трех каналов $A_i(\omega_1)A_j^*(\omega_2)A_k(\omega - \omega_1 + \omega_2)$. В табл. 1 показаны возможные комбинации номеров спектральных составляющих и типы порождаемых при этом нелинейных комбинационных продуктов [4].

Таблица 1 – Типы продуктов нелинейности

Условие	Тип нелинейной помехи
$i = j = k$	Фазовая самомодуляция (ФСМ)
$i = j \neq k$ $i \neq j = k$	Перекрестная фазовая модуляция (ПКФМ)
$i \neq j \neq k$	Четырехволновое смещение (ЧВС)

Рассчитав все спектральные компоненты выходного сигнала посредством выражения (4) можно определить форму отдельных его линейных $A_{\text{лин}}(t)$ и нелинейных $A_{\text{нелин}}(t)$ компонентов во временной области посредством преобразования Фурье от их спектра:

$$A_{\text{вых}}(t) = A_{\text{лин}}(t) + A_{\text{нелин}}(t). \quad (8)$$

В свою очередь, нелинейный компонент является суммой помех ПКФМ, ФСМ и ЧВС:

$$A_{\text{нелин}}(t) = A_{\text{ПКФМ}}(t) + A_{\text{ФСМ}}(t) + A_{\text{ЧВС}}(t). \quad (9)$$

Использование конечного числа ядер Вольтерра приводит к погрешности моделирования, которая проявляется в некотором завышении амплитуды выходного сигнала. Величина погрешности увеличивается с ростом мощности сигнала на входе модели среды распространения. Поэтому в дальнейшем корректность построения математической модели ВОСП будем оценивать по величине погрешности $\Delta A(t)$, которая равна отношению разности амплитуд текущего выходного $A_{\text{вых}}(t)$ и эталонного $A_{\text{вых эт}}(t)$ сигналов к пиковой мощности эталонного выходного сигнала $A_{\text{вых эт пик}}$:

$$\Delta A(t) = \frac{A_{\text{ВЫХ}}(t) - A_{\text{ВЫХ ЭТ}}(t)}{A_{\text{ВЫХ ЭТ ПИК}}} \cdot 100\% . \quad (10)$$

Коррекция линейных искажений (затухания и дисперсии) в современных ВОСП проводится при помощи оптических усилителей и компенсаторов дисперсии. Поэтому в математической модели также следует выполнять аналогичную операцию путем умножения спектра выходного сигнала (4) на передаточную функцию корректора линейных искажений, которая обратно пропорциональна линейному компоненту передаточной функции ОВ (5):

$$A_{\text{корр}}(\omega, z) = \frac{A(\omega, z)}{H_1(\omega, z)}, \quad (11)$$

где $A_{\text{корр}}(\omega, z)$ - амплитуда огибающей откорректированного сигнала.

В качестве эталонного сигнала для одноканальной модели ВОСП будем рассматривать сигнал на выходе корректора с передаточной функцией (11) при отсутствии нелинейных искажений в среде распространения. В этом случае эталонный выходной сигнал будет повторять форму входного сигнала: $A_{\text{ВЫХ ЭТ}}(t) = A_{\text{ВХ}}(t)$ и $A_{\text{ВЫХ ЭТ ПИК}} = A_{\text{ВХ ПИК}}$. В качестве примера, в табл. 2 показана зависимость максимального значения погрешности $\Delta A(t)$ от пиковой мощности входного сигнала $P_{\text{ВХ ПИК}}$. Результаты получены в программе MathCad 15 для входного сигнала в виде одиночного гауссового импульса длительностью $1 \cdot 10^{-10}$ с.

Таблица 2 – Погрешность моделирования метода рядов Вольтерра с ядрами первого и третьего порядков для одноканальной ВОСП

$P_{\text{ВХ ПИК}}, \text{ мВт}$	1	5	10	15	20	25
$\max(\Delta A(t)), \%$	0,02	2,3	9,6	21,0	35,6	52,2

С целью развития рассматриваемого метода для анализа характеристик ВОСП DWDM в среде MatLab была разработана имитационная модель трехканальной СП (рис. 1).

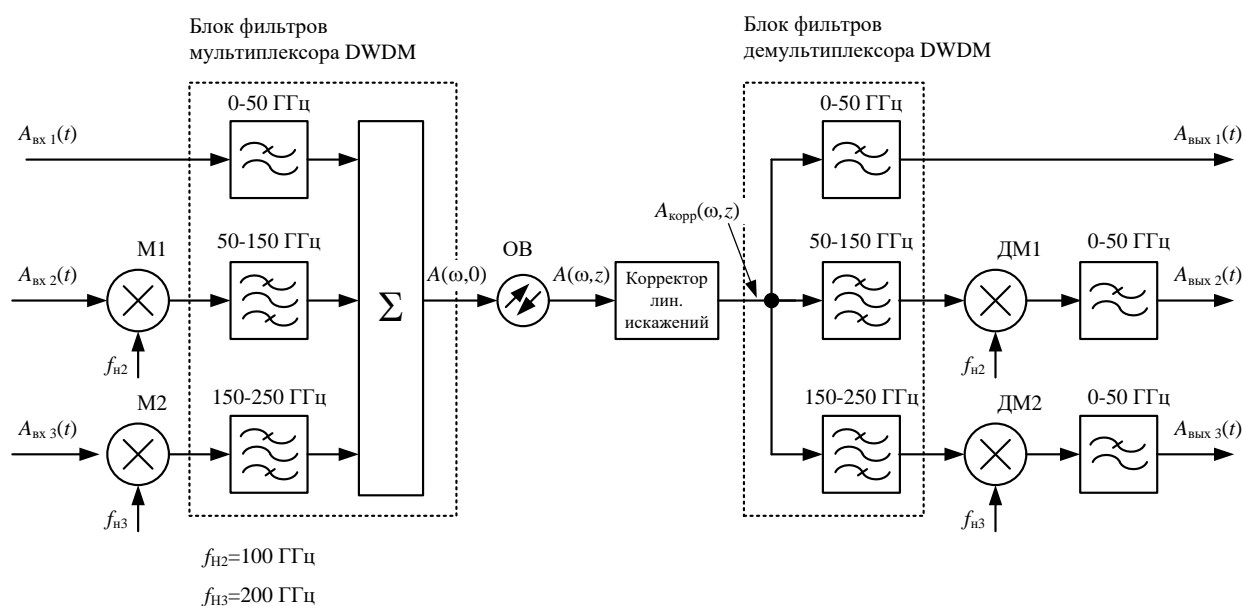


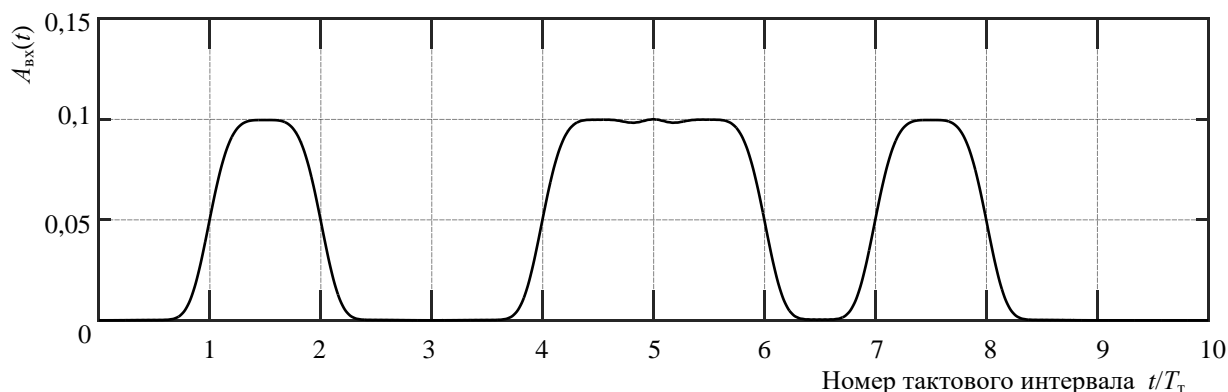
Рисунок 1 – Структурная схема имитационной модели ВОСП DWDM

Формирование группового сигнала с межканальным интервалом 100 ГГц осуществляется при помощи модуляторов (М), а также блока канальных фильтров мультиплексора DWDM. В тракте приема для выделения индивидуальных канальных сигналов из группового использованы блок фильтров и демодуляторы (ДМ). С целью уменьшения времени моделирования, расчет по выражениям (4)...(6) выполнялся во внешней подпрограмме на языке Fortran 90 с набором директив OpenMP.

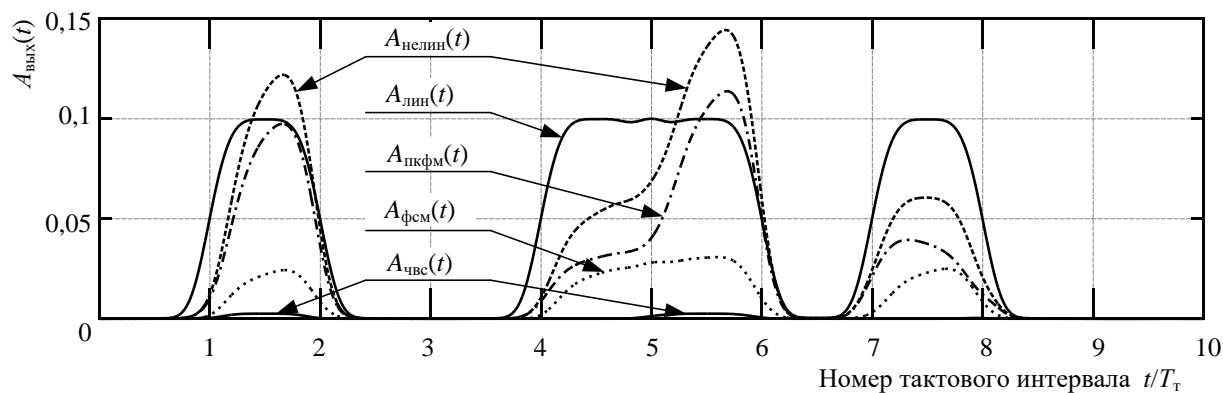
На вход каждого канала подавалась псевдослучайная последовательность импульсов супергауссовой формы (рис. 2,а), имитирующая огибающую оптического сигнала потока данных со скоростью 10 Гбит/с (длительность тактового интервала $T_T = 100$ пс). Временная форма сигнала на выходе второго канала $A_{\text{вых}2}(t)$ показана на рис. 2,б. Форма нелинейного слагаемого в тактовых интервалах 2 и 6 доказывает наличие существенной погрешности при моделировании среды передачи методом Вольтерра, поскольку в рассматриваемом примере нелинейный компонент выходного сигнала превышает амплитуду линейного компонента.

Повышение точности моделирования возможно путем использования ядер Вольтерра высоких (5-го и выше) порядков, что приводит к увеличению сложности модели и вычислительной ресурсоемкости. Выходом со сложившейся ситуации является применение модифицированной версии метода Вольтерра с ядрами 1 и 3-го порядков [5]. Он заключается в коррекции сигнала на выходе каждого канала в соответствии с выражением:

$$A(t, z) = \begin{cases} A_{\text{лин}}(t, z=0) \exp\left(\frac{A_{\text{нелин}}(t, z)}{A_{\text{лин}}(t, z)}\right), & \text{если } |A_{\text{нелин}}(t, z)| \leq A_{\text{лин}}(t, z); \\ A_{\text{лин}}(t, z) + A_{\text{нелин}}(t, z), & \text{если } |A_{\text{нелин}}(t, z)| > A_{\text{лин}}(t, z). \end{cases} \quad (12)$$



а)



б)

Рисунок 2 – Временная форма входного (а) и выходного (б) сигналов канала 2 ($\alpha = 0,2$ дБ/км; $\beta_2 = 2 \cdot 10^{-24}$ с²/км; $\gamma = 2,168$ 1/(Вт·км); $z = 100$ км; $P_{\text{вх пик}} = 10$ мВт)

Проведенное имитационное моделирование модифицированной версии метода Вольтерра показало, что, несмотря на свою математическую корректность, выражение (12) в ряде случаев приводит к ошибочным результатам, которые приводят к появлению в выходном сигнале скачков амплитуды с большим значением. Это вызвано тем, что имитационная модель содержит ряд блоков, обладающих неидеальными параметрами. Например, модель полосового фильтра, используемая для формирования на передаче и выделения на приеме канального сигнала, имеет конечное затухание в полосе задержания. В результате на выходе канала при входной мощности сигнала 10 мВт (пиковое значение $A_{\text{вх}}(t) = 0,1$) всегда присутствует незначительная помеха с амплитудой порядка $10^{-6} \dots 10^{-8}$. Ее осциллирующий характер приводит к тому, что в некоторые моменты времени возможны ситуации когда $A_{\text{нелин}}(t) \gg A_{\text{лин}}(t)$. В результате, при $A_{\text{лин}}(t) \rightarrow 0$, на выходе канала будут сформированы скачки сигнала, в пределе устремляющиеся к бесконечности.

Проведенный анализ результатов моделирования показал, что в выражении (12)

$$\left| \exp\left(\frac{A_{\text{нелин}}(t, z)}{A_{\text{лин}}(t, z)}\right) \right| \approx 1.$$

Выкладки в работе [1] показывают, что ПКФМ и ФСМ приводят к сдвигу фазы выходного сигнала, не изменяя энергетического состава сигнала. Четырехволновое смещение приводит к созданию новых спектральных составляющих сигнала, поэтому его можно рассматривать как аддитивную помеху. На основании этого была исследована возможность применения более корректного выражения:

$$A(t, z) = A_{\text{лин}}(t, z = 0) \exp(j\varphi_1) + A_{\text{чвс}}(t, z), \quad (13)$$

где фаза выходного сигнала φ_1 рассчитывается по выражению

$$\varphi_1 = \arg\left(\exp\left(\frac{A_{\text{нелин}}(t, z)}{A_{\text{лин}}(t, z)}\right)\right). \quad (14)$$

Корректность работы предложенной имитационной модели проверялась путем сравнения формы выходных сигналов с эталонными, полученными на выходе модели ВОСП со средой распространения на базе метода Фурье расщепления по физическим факторам. Процедура сопоставления формы сигналов выполнялась путем расчета погрешности моделирования ΔA по выражению:

$$\Delta A_i(t) = \frac{A_{\text{ввых В } i}(t) - A_{\text{ввых Ф } i}(t)}{A_{\text{вх пик } i}} \cdot 100\%, \quad (15)$$

где $A_{\text{ввых В } i}(t)$ – амплитуда сигнала на выходе модели ВОСП на базе рядов Вольтерра; $A_{\text{ввых Ф } i}(t)$ – амплитуда сигнала на выходе модели ВОСП на базе Фурье метода с расщеплением по физическим факторам; $A_{\text{пик } i}$ – пиковое значение входного сигнала; i – номер канала ВОСП DWDM.

Поскольку выходные сигналы являются комплексными, выражение (15) следует применять отдельно для сопоставления действительной и мнимой части. Результаты оценки максимального значения погрешности моделирования для пиковой мощности канального сигнала 10 мВт даны в табл. 3. Соответствующие параметры модели ВОСП и форма выходных сигналов показаны на рис. 3. Максимальное значение погрешности моделирования в 0,43% наблюдается для действительной части сигнала на выходе канала 2. Данный показатель в 22,3 раза меньше погрешности классического метода рядов Вольтерра (см. табл. 2). Серия проведенных расчетов при других параметрах функциональных блоков

модели ВОСП доказала существенное увеличение точности полученных результатов по сравнению со стандартным вариантом метода рядов Вольтерра.

Таблица 3 – Максимальная погрешность моделирования $\Delta A_i(t)$ модифицированного метода рядов Вольтерра с ядрами первого и третьего порядков для трехканальной ВОСП DWDM

Номер канала i	Действительная часть сигнала, %	Мнимая часть сигнала, %
1	0,18	0,21
2	0,43	0,15
3	0,26	0,29

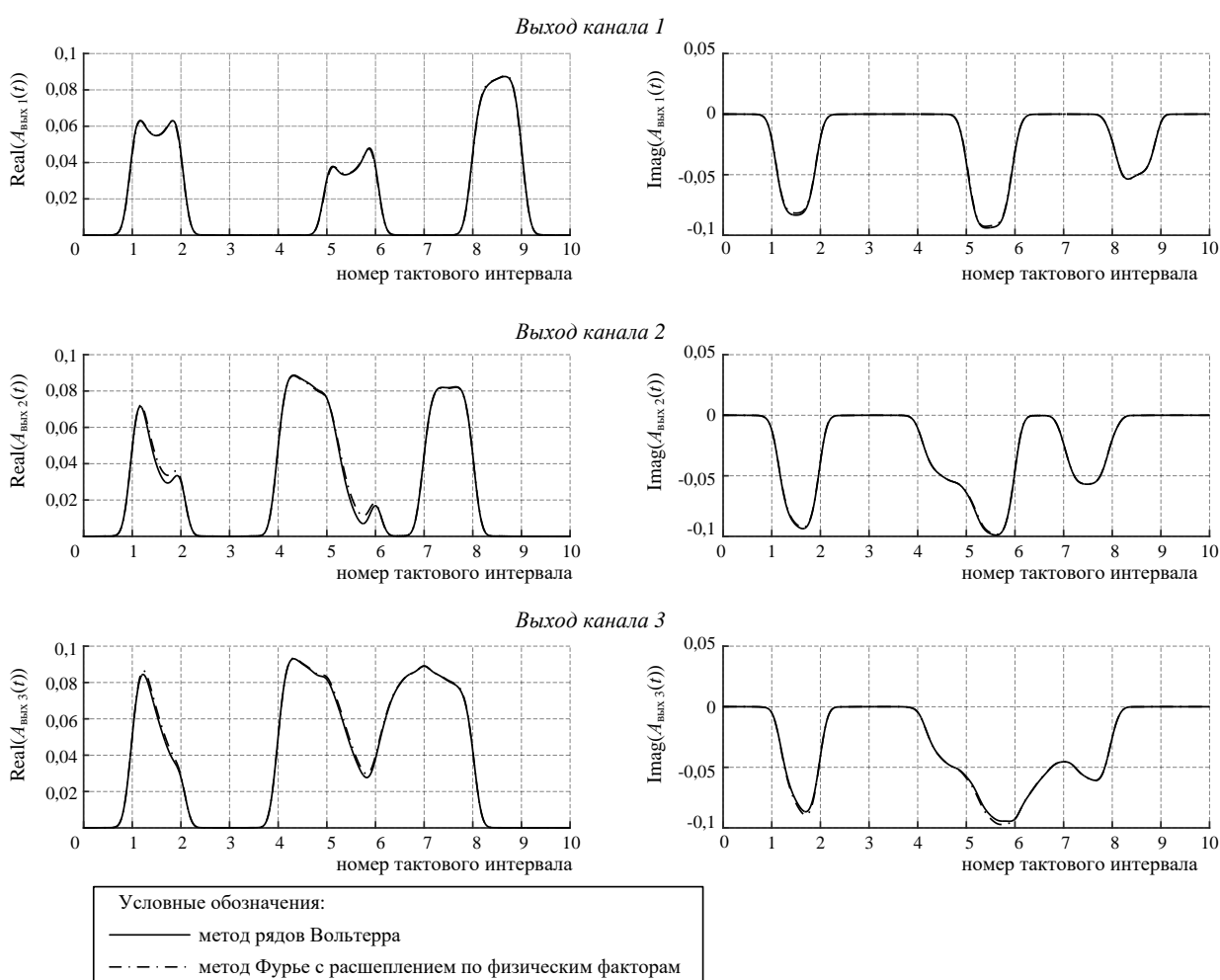


Рисунок 3 – Сравнение методов моделирования среды распространения по форме выходного сигнала ($\alpha = 0,2$ дБ/км; $\beta_2 = 2 \cdot 10^{-24}$ с²/км; $\gamma = 2,168$ 1/(Вт·км); $z = 100$ км; $P_{\text{вх пик}} = 10$ мВт)

В заключение можно сделать вывод о том, что поставленная в статье задача усовершенствования метода моделирования ВОСП с использованием теории рядов Вольтерра выполнена. В работе предложены выражения для оценки корректности предложенных имитационных моделей распространения сигнала по ОВ. Проведенное

моделирование показало, что для входного сигнала в виде гауссового импульса с пиковой мощностью 10 мВт погрешность моделирования с использованием классического варианта метода составляет 9,6%. Получена зависимость величины погрешности моделирования от пиковой мощности входного сигнала. Также в статье предложено усовершенствованное выражение для коррекции формы выходного сигнала с целью повышения точности моделирования. Расчеты показали, что для трехканальной ВОСП DWDM погрешность доработанного метода рядов Вольтерра составляет всего 0,43%, что в 22,3 раза меньше аналогичного показателя для его классического варианта. Проведенное сравнение позволяет рекомендовать предложенные выражения при разработке корректных имитационных моделей одноканальных и многоканальных ВОСП.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Agrawal G.P. Nonlinear fiber optics / Agrawal G.P. – London: Academic Press, 2007. – 534 p.
2. Peddanarappagari K.V. Volterra Series Transfer Function of Single-Mode Fibers / K.V. Peddanarappagari, M. Brandt-Pearce // Journal of Lightwave technology. – 1997. – Vol. 15. – No 12. – P. 2232-2241.
3. Anilionis R. Modeling of Nonlinear Circuit using Volterra Series / R. Anilionis, D. Andriukaitis, J. Anilioniene // Elektronika ir elektrotechnika. – 2012. – No 4(120). – P. 43-46.
4. Brandt-Pearce M. Comparison of FWM- and XPM-Induced Crosstalk Using the Volterra Series Transfer Function Method / M. Brandt-Pearce, B. Xu // Journal of Lightwave technology. – 2003. – Vol. 21. – No 1. – P. 40-53.
5. Brandt-Pearce M. Modified Volterra Series Transfer Function Method / B.Xu and M. Brandt-Pearce // IEEE Photonics technology letters. – 2002. – Vol.14. – No 1. - P. 47-49.

REFERENCES:

1. Agrawal, G. P. Nonlinear Fiber Optics. 4th ed. Amsterdam: Elsevier / Academic, 2007. Print.
2. Peddanarappagari, K.V., and M. Brandt-Pearce. "Volterra Series Transfer Function of Single-mode Fibers." J. Lightwave Technol. Journal of Lightwave Technology 15.12 (1997): 2232-241. Web.
3. R. Anilionis, D. Andriukaitis, and J. Anilioniene. "Modeling of Nonlinear Circuit using Volterra Series". J. Elektronika ir elektrotechnika 4. (2012): 43-46. Web.
4. Xu, Bo, and M. Brandt-Pearce. "Modified Volterra Series Transfer Function Method". J. IEEE Photonics technology letters 14.1(2003): 47-49. Web.
5. Xu, Bo, and M. Brandt-Pearce. "Comparison of FWM- and XPM-induced Crosstalk Using the Volterra Series Transfer Function Method." J. Lightwave Technol. Journal of Lightwave Technology 21.1 (2003): 40-53. Web.