

УДК 621.391

СТАТИСТИЧНІ ПАРАМЕТРИ СПОТВОРЕНЬ ТАЙМЕРНИХ СИГНАЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ В КАНАЛАХ МОДЕЛІ ГІЛЬБЕРТА

Захарченко М.В., Мартинова О.М., Горохов Ю.С., Бектурсунов Д.Н., Криль А.С.

*Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова,
65029, Україна, м. Одеса, вул. Ковальська, 1.
elena_martynova@ukr.net*

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ИСКАЖЕНИЙ ТАЙМЕРНЫХ СИГНАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ В КАНАЛАХ МОДЕЛИ ГИЛЬБЕРТА

Захарченко Н.В., Мартынова Е.Н., Горохов Ю.С., Бектурсунов Д.Н., Криль А.С.

*Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова,
65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнецкая, 1.
elena_martynova@ukr.net*

STATISTICAL PARAMETERS OF TIMER SIGNAL CONSTRUCTIONS DISTORTION IN GILBERT MODEL CHANNEL

Zakharchenko M.V., Martynova O.M., Horokhov Y.S., Bektursunov D.N., Kril A.S.

*O.S. Popov Odessa national academy of telecommunications,
1 Kovalska St., Odessa, Ukraine, 65029
elena_martynova@ukr.net*

Анотація. У зв'язку зі зростанням обсягів інформації в мережах зв'язку актуальним є підвищення швидкості передавання, особливо при роботі по каналах з обмеженою смугою пропускання і потужністю. У статті отримали подальший розвиток нові принципи й алгоритми завадостійкого кодування на основі таймерних сигналів, в яких додаткові перевірні символи не потрібні. Для цього були досліджені і визначені параметри якості передавання таймерними сигналами в «хорошому» і «поганому» станах каналу. Надано результати статистичних досліджень спотворень параметрів таймерних сигналів при використанні їх у каналах міської телефонної мережі загального користування.

Проведено аналіз якості передавання коригувальних таймерних сигналів по каналах моделі Гільберта. Визначені параметри якості передавання в «хорошому» і «поганому» станах каналу.

Ключові слова: таймерна сигнальна конструкція, канал, модель Гільберта, коефіцієнт групування помилок, швидкість передавання, енергетична відстань.

Аннотация. В связи с возрастанием объемов информации в сетях связи актуальным является повышение скорости передачи, особенно при работе по каналам с ограниченной полосой пропускания и мощностью. В статье получили дальнейшее развитие новые принципы и алгоритмы помехоустойчивого кодирования на основе таймерных сигналов, в которых дополнительные проверочные символы не требуются. Для этого были исследованы и определены параметры качества передачи таймерными сигналами в «хорошем» и «плохом» состояниях канала. Приведены результаты статистических исследований искажений параметров таймерных сигналов при использовании их в каналах городской телефонной сети общего пользования.

Проведен анализ качества передачи корректирующих таймерных сигналов по каналам модели Гильберта. Определены параметры качества передачи в «хорошем» и «плохом» состояниях канала.

Ключевые слова: таймерная сигнальная конструкция, канал, модель Гильберта, коэффициент группирования ошибок, скорость передачи, энергетическое расстояние.

Abstract. In connection with the increasing volumes of information in communications systems is to increase the current transmission rate, especially when operating over channels with limited bandwidth and power. In this paper further developed new principles and algorithms of noiseless coding based on timing signals where additional check bits are not required. For this purpose were investigated and determined the parameters of transmission quality timing signals in a "good" and "bad" states. Shown the results of the statistical research the distortion parameters of timing signals when they are used in the channels of the city telephone network.

Conducted the analysis of transmission quality correcting timer signal constructions in Gilbert model channels. Defined the parameters of quality to a "good" and "bad" state of the channel.

Key words: timer signal construction, channel, Hilbert model, clustering errors coefficient, data rate, energetic distance.

Теорія і практика побудови телекомунікаційних систем з автоматичним запитом передавання (Automatic Repeat Request – ARQ) показує, що понад 95 % надлишковості, яка припадає на один інформаційний двійковий елемент, який передається, визначається перевірними розрядами. Такий високий відсоток надлишковості пояснюється необхідністю використовувати короткі сигнальні конструкції для високодинамічних систем з обмеженим часом старіння інформації, а також наявністю групування помилок у реальних каналах зв'язку. Більшість таких каналів можна описати кусочно-стаціонарною моделлю Гільберта з двома станами каналу [1]:

– «хорошим» станом каналу, який відповідає (96...99) % часу передавання з імовірністю помилкового приймання елемента $p_0 < 10^{-8}$;

– «поганим» станом каналу з імовірністю помилки, яка наближається до значення 0,5.

Характерно, що при цьому середня ймовірність помилкового приймання елемента наближається до значення 10^{-3} і залежить в основному від «поганого» стану каналу. Такі статистичні характеристики каналу дозволяють дійти висновку про великий запас надійності передавання елементів коду в «хорошому» стані каналу і доцільності обміну якості передавання на кількість переданих елементів на цих інтервалах з подальшим обміном на якість, що обґрунтовує актуальність проведення досліджень у даному напрямку. Отже **метою статті** є статистична оцінка спотворень параметрів таймерних сигнальних конструкцій при передаванні їх по каналу моделі Гільберта.

Розглянемо більш докладно модель каналу Гільберта і визначимо її основні параметри. Така модель передбачає наявність двох станів дискретного каналу [1]. У «хорошому» стані, або Х-стані, помилок не виникає. У «поганому», або П-стані, можливе виникнення помилок із імовірністю $p_{\text{п}}$. Зміна станів описується ланцюгом Маркова. Поведінка системи може бути представлена графом (рис. 1).

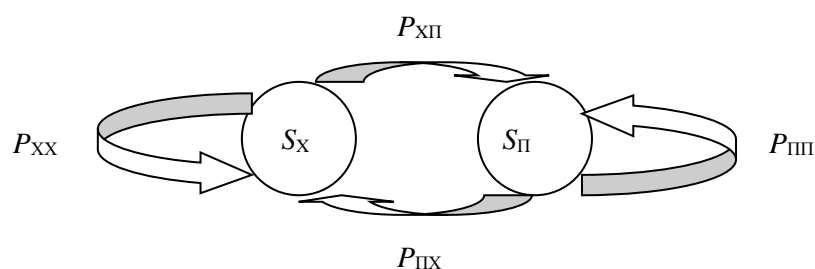


Рисунок 1 – Граф станів моделі Гільберта

Зміна станів моделі визначається матрицею перехідних імовірностей

$$P = \begin{bmatrix} P_{\text{xx}} & P_{\text{xp}} \\ P_{\text{px}} & P_{\text{pp}} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Дискретним кроком системи є одиничний елемент. Сенс перехідної ймовірності – P_{xy} є ймовірністю переходу системи на наступному кроці у стан y , якщо на поточному кроці

вона перебувала у стані x . Дана матриця стохастична, тобто сума членів кожного рядка дорівнює одиниці:

$$P_{xx} + P_{xp} = 1, P_{px} + P_{pp} = 1.$$

Фінальні (граничні) ймовірності знаходження у станах визначаються виразами [1]:

$$P_p = \frac{P_{xp}}{P_{px} + P_{xp}}; P_x = \frac{P_{px}}{P_{px} + P_{xp}}. \quad (2)$$

Середня ймовірність помилкового прийому елемента

$$\bar{p}_n = p_n \cdot P_p = p_n \cdot \frac{P_{xp}}{P_{px} + P_{xp}}. \quad (3)$$

Середні довжини «поганого» і «хорошого» станів каналу визначаються як [1]:

$$\tilde{l}_x = \frac{1}{P_{xp}}; \tilde{l}_p = \frac{1}{P_{px}}. \quad (4)$$

Коефіцієнт групування помилок

$$\alpha = 1 - P_{xp} - P_{px}. \quad (5)$$

Параметри моделі Гільберта визначають середні довжини «хорошого» і «поганого» станів, іншими словами середні довжини пакетів помилок і відстані між ними. Тому можна оцінювати шукані параметри, використовуючи статистику довжин станів \tilde{l}_x, \tilde{l}_p .

Визначивши середні довжини станів, можна легко оцінити параметри каналу:

$$P_{xp} = \frac{1}{\tilde{l}_x}; P_{px} = 1 - P_{xp}; P_{px} = \frac{1}{\tilde{l}_p}; P_{xx} = 1 - P_{px}. \quad (6)$$

Наявність елементарного посилання, яке дорівнює «елементу Найквіста», обмежує не тільки ефективність коду, а й мінімальну кодову відстань між кодограмами простого коду, що унеможлиблює при заданій елементності коду (n) реалізувати більше сигнальних конструкцій ніж a^n (a – число станів інформаційного параметра).

При формуванні сигнальних конструкцій з метою збільшення швидкості передавання інформації запропоновано два параметри:

– *перший параметр* обмежує мінімальну енергетичну відстань між дозволеними сигнальними конструкціями. Всупереч методу позиційного кодування, за якого мінімальна енергетична відстань визначається найквістовим елементом, у запропонованих конструкціях мінімальна відстань між ними Δ в декілька разів менше «елемента Найквіста» ($\Delta = t_0 / s$; $s \in 1, 2, \dots, k$ – ціле число).

Саме введення цього елемента Δ дає змогу за обмеженої довжини кодового слова збільшувати число реалізацій. Величина елемента Δ розраховується із забезпеченням доцільної ймовірності приймання одного кодового слова замість переданого на інтервалах «хорошого» стану каналу;

– *другий параметр* – мінімальна відстань τ_{cm} між суміжними значущими моментами модуляції реалізованої кодової конструкції (τ_{cm} – має нижню межу, що дорівнює найквістовому елементу):

$$\tau_{ci} \geq s\Delta + i\Delta; i \in 0, 1, 2, \dots, z - \text{ціле число}. \quad (7)$$

Перший доданок виразу (7) відповідає мініальному інтервалу, тобто найквістовому елементу ($t_0 = s\Delta$), а доданок $i\Delta$ показує наскільки τ_{ci} більше найквістового елемента в елементах Δ . За таких обмежень кількість реалізованих сигнальних конструкцій на інтервалі m найквістових елементів [2] становитиме

$$N_p = C_{ms-i(s-1)}^i \rightarrow \frac{[ms - i(s-i)]!}{i!(ms-is)!}, \quad (8)$$

де i – число заданих відрізків сигналу на інтервалі кодового слова довжиною m – найквістових елементів. Наприклад, для $m = 8$ і $s = 7$ при синтезі сигнальної конструкції з трьох інформаційних відрізків ($i = 3$)

$$N_p = C_{56-3(7-1)}^3 = C_{38}^3 = \frac{38!}{3!35!} = 8436,$$

що у 33 рази більше числа кодових слів позиційного коду при $m = 8$ ($2^8 = 256$).

З метою оцінки параметрів окремих станів каналів міської телефонної мережі м. Одеси були проведені експерименти: передача даних проводилася зі швидкістю модуляції $B = 1000$ Бод при смузі пропускання $\Delta F = 1300$ Гц (величина ΔF більше швидкості модуляції на 30 % з урахуванням нелінійності АЧХ і ФЧХ). З метою оцінки ефективності окремих синдромів для виправлення відповідних помилок на прийманні була забезпечена реєстрація всіх відхилень значущих моментів відновлення (ЗМВ) на прийманні. Сигнальні конструкції ТСК були синтезовані при $\Delta = \frac{1}{7}t_0$ ($\Delta = 0,1428t_0$) з реєстрацією елементів Δ у середній частині кожного. Якість передавання оцінювалась перевіркою рівняння якості [3]:

$$2x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 0 \pmod{19}, \quad (9)$$

де коефіцієнти 2; 3; 7 забезпечують відповідну відстань між кодовими словами (КС); x_i – інформаційні відрізки ($i = 3$) сигналів відповідної ТСК; i – номери інформаційних відрізків: ($i = 3$). Статистичні параметри одного фрагмента передавання наведені в табл. 1.

Визначимо середню відстань між «поганими» станами (наявність зміни числа ЗМВ):

$$\bar{l}_x = \frac{200000}{295} = 667.$$

Згідно з (6)

$$P_{\text{ХП}} = \frac{1}{\bar{l}_x} = \frac{1}{667} = 1,5 \cdot 10^{-3};$$

$$P_{\text{ПХ}} = 1 - P_{\text{ХП}} = 0,9985.$$

Таблиця 1 – Статистичні параметри одного фрагмента передавання

Передано кодових слів	200000
Прийнято вірно КС	198553
Прийнято КС зі зміною числа ЗМВ	295
Прийнято помилкові КС за наявності на прийманні трьох ЗМВ серед яких один має зміщення на величину ($\theta = 1\Delta$)	1151
В 295 КС, прийнятих із дробленням, не змінили місця модуляції сформовані на передаванні ЗММ: - перший ЗММ - другий ЗММ - третій ЗММ	в 29 конструкціях в 115 конструкціях в 144 конструкціях
Зареєстровано кодових слів при $i = 3$ із $N(\theta > 1\Delta) = 0$	

Аналіз прийнятих спотворених кодових слів при постійному числі значущих моментів відновлення ($i = 3$) і значенні зміщення ($\theta = 1\Delta$) констатує, що ймовірності зміщень окремих ЗМВ суттєво відрізняються, що підтверджує табл. 2.

Із таблиці випливає:

- 1) наявність нерівномірності відстаней між «поганими» станами каналу;
- 2) нерівномірність значень зміщень окремих ЗМВ у спотворених кодових словах;
- 3) ймовірність зміщень другого ЗМВ наближається до нуля.

З урахуванням отриманих статистичних параметрів оцінимо ймовірність вірного приймання ЗМВ в «хорошому» стані:

$$P_B = \frac{(200000 - 295) \cdot 3 - 1151}{(200000 - 295) \cdot 3} = \frac{597964}{599115} = 0,9980.$$

Враховуючи, що в «хорошому» стані каналу виникали зміщення в одному ЗМВ на величини, які виправляються синдромним методом, то помилка можлива лише у випадку завади, яка не змінює рівняння (9).

Таблиця 2 – Розподіл однократних помилок зі зміщенням на Δ

№ з/п	Номери кодових слів із дробленням (в «поганому» стані)	Кодові слова зі зміщенням на Δ (в «хорошому» стані)		№ з/п	Номери кодових слів із дробленням (в «поганому» стані)	Кодові слова зі зміщенням на Δ (в «хорошому» стані)	
		номер кодового слова	номер зміщеного ЗМВ			номер кодового слова	номер зміщеного ЗМВ
1	756 1549 $\Delta_1 = 793$	825 1067	3 1	6	4444 5052 $\Delta_6 = 608$	4916 4972	3 1
2	1549 2383 $\Delta_2 = 834$	1649 1695 2017 2030 2305	3 3 3 1 1	7	5052 5881 $\Delta_7 = 829$	5138 5508 5847	3 1 3
3	2383 3131 $\Delta_3 = 748$	2461 2543 2576 2717 2936 3042	3 1 3 1 1 3	8	5881 6677 $\Delta_8 = 796$	6089 6101 6215 6453	1 1 1 1
4	3131 3643 $\Delta_4 = 512$	3339 3408 3486 3530	1 1 1 1	9	6677 7453 $\Delta_9 = 776$	7437	2
5	3643 4444 $\Delta_5 = 801$	3723 3768 3838 3991 4040	1 2 1 3 1	10	Середнє значення $\Delta_c = 744$		

Ймовірність вірного приймання (у своїй зоні) визначається інтегралами ймовірностей:

$$P_B(\Delta) = 2 \frac{1}{\sqrt{2\sigma_0}} \int e^{-\frac{t^2}{2}} dz = 2\Phi\left(\frac{\Delta}{2\sigma_0}\right) = 0,9980;$$

$$2 \frac{1}{\sqrt{2\sigma_0}} \int_0^z e^{-t^2/2} dt = 2\Phi \frac{\Delta}{2\sigma},$$

де $\Phi(Z)$ – інтеграл ймовірностей.

Для даного значення P_b параметр $Z = \Delta/2 \sigma_0$ відповідає значенню $Z = 3,13$. Згідно з таблицями інтеграла ймовірностей при $Z = 3,13$:

$$Z = \frac{\Delta}{2\sigma_0} = 3,13,$$

$$\sigma_0 = \frac{0,1428}{2 \cdot 3,13} = 0,022t_0.$$

Зважаючи на те, що для каналу з ЧМ $\sigma_0 = \frac{1}{4h}$, $\left(h = \frac{u_c}{u_{ш}} \right)$. Для даного каналу

$$h = \frac{1}{4\sigma_0} = \frac{1}{0,088} = 11,36, h^2 = 129, \text{ що відповідає каналу моделі Гільберта.}$$

Знаючи значення σ_0 і Δ визначимо ймовірність зміщення ЗМВ на величину $0,5\Delta \leq \Theta_{ЗМ} \leq 1,5\Delta$, що відповідає зміщенню на 1Δ [3]

$$P_i(1\Delta) = \Phi\left(\frac{(i+0,5)\Delta}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{(i-0,5)\Delta}{\sigma}\right);$$

$$P_{ЗМ1}(1\Delta) = \Phi\left(\frac{(1+0,5)\Delta}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{(1-0,5)\Delta}{\sigma}\right) = 1,15 \cdot 10^{-3}.$$

Згідно зі статистикою експерименту кількість ЗМВ зі зміщенням ($\Theta = 1\Delta$) становить 1151, тому $P_{ЗМ1}(1\Delta) = \frac{1151}{(200000 - 295) \cdot 3} = 1,92 \cdot 10^{-3}$, що в межах допустимої вірності.

Слід зазначити, що отримане значення $P_{ЗМ1}(1\Delta) = 1,15 \cdot 10^{-3}$ дозволяє розрахувати значення появи двох і трьох зміщень ЗМВ на величину $\Theta = 1\Delta$ в одному КС:

$$P_{ЗМ2}(1\Delta) = C_3^2 (1,1 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0,9981 \approx 3,6 \cdot 10^{-6};$$

$$P_{ЗМ3}(1\Delta) = C_3^3 (1,1 \cdot 10^{-3})^3 \approx 1,3 \cdot 10^{-9}.$$

Таким чином, аналіз статистичних спотворень параметрів таймерних сигнальних конструкцій в каналі моделі Гільберта показав можливість виявлення помилок на інтервалі простого коду без уведення додаткових часових витрат, а також збільшення швидкості передавання в телекомунікаційній системі з ARQ в два і більше разів.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Блох Э.Л. Модели источника ошибок в каналах передачи цифровой информации / Блох Э.Л., Попова О.В., Турин В.Я. – М.: Связь, 1971. – 312 с.
2. Захарченко Н.В. Сравнение сигнальных конструкций разрядно-цифровых и многопозиционных временных кодов / Н.В. Захарченко, В.Н. Захарченко, А.В. Кузьминов // Информатика и связь: сб. науч. трудов. – Одесса, 1996. – С. 13-21.
3. Захарченко Н.В. Эффективность компенсации избыточности кода при использовании таймерных сигналов / Н.В. Захарченко, В.Е.Басов // Моделювання та інформаційні технології: зб. наук праць. – Вип. 31. – К., 2005. – С. 6–13.

REFERENCES:

1. Bloh Je.L. Modeli istochnika oshibok v kanalah peredachi cifrovoj informacii / Bloh Je.L., Popova O.V., Turin V.Ja. – M.: Svjaz', 1971. – 312 s.
2. Zaharchenko N.V. Sravnenie signal'nyh konstrukcij razrjadno-cifrovyyh i mnogopozicionnyh vremennyh kodov / N.V. Zaharchenko, V.N. Zaharchenko, A.V. Kuz'minov // Informatika i svjaz': sb. nauch. trudov. – Odessa, 1996. – S. 13-21.
3. Zaharchenko N.V. Jeffektivnost' kompensacii izbytochnosti koda pri ispol'zovanii tajmernyyh signalov / N.V. Zaharchenko, V.E.Basov // Modeljvannja ta informacijni tehnologii': zb. nauk prac'. – Vip. 31. – K., 2005. – S. 6–13.