

ИНВАРИАНТНОСТЬ МОДЕЛИ ПЕТРИ ПРОТОКОЛА TCP

INVARIANCE OF TCP PROTOCOL PETRI NET MODEL

Аннотация. Доказана инвариантность модели Петри для фаз установления соединения и разъединения протокола TCP. Выполнена декомпозиция модели Петри на функциональные подсети. Вычисление инвариантов осуществлено в процессе последовательной композиции, что обеспечило существенное ускорение вычислений.

Summary. Proof of the invariance of Petri net model for connection and disconnection phases of TCP protocol was implemented. Decomposition of Petri net model into functional subnets was realized. Calculation of invariants was implemented in the process of sequential composition, which allows the essential acceleration of computations.

TCP является основным транспортным протоколом Internet. Посредством протокола TCP ежедневно передаётся более двухсот петабит информации, как общего пользования, так и корпоративной. Таким образом, формальное доказательство корректности протокола TCP представляет собой проблему, имеющую ключевое значение для обоснования надёжности функционирования современных глобальных сетей.

Верификация протоколов является традиционной областью применения сетей Петри [1]. При этом для формального доказательства корректности протокола используют либо инварианты сетей Петри [2], либо анализ пространства состояний модели [3]. В случаях, когда модель имеет достаточно большую размерность, традиционно применяют редукцию сетей Петри [1,3]. Следует отметить, что редукция не является достаточно хорошо формализованной методикой и, кроме того, она не универсальна. Применение редукции не гарантирует существенного уменьшения размера произвольной заданной сети. Поэтому необходим поиск новых методов, позволяющих существенно ускорить инвариантный анализ моделей Петри.

В работах [4,5] представлен полиномиальный алгоритм декомпозиции заданной сети Петри на минимальные функциональные подсети. В работе [5] инварианты функциональных подсетей использованы для построения инвариантов исходной сети; показано, что полученное ускорение вычислений является экспоненциальным по отношению к количеству вершин сети. Эта методология успешно применена для верификации ряда известных протоколов [6,7]. Однако, для получения дополнительного ускорения вычислений следует организовать вычисление инвариантов в процессе последовательной композиции исходной сети Петри из её минимальных функциональных подсетей и использовать симметрию взаимодействия систем, характерную для большинства телекоммуникационных протоколов.

Целью настоящей работы является доказательство инвариантности модели Петри для фаз установления соединения и разъединения протокола TCP. Известно [2,3], что инвариантность модели Петри является необходимым условием корректности телекоммуникационного протокола. Спецификации протокола кроме указанных двух фаз определяют ещё основную фазу обмена информацией. Её исследование требует применения расширенных сетей Петри и выходит за рамки настоящей работы.

1. Спецификации протокола TCP. Стандартная спецификация протокола TCP была представлена в 1981 году в RFC 793 [8]. Этот документ явился результатом продолжительных обсуждений, отражённых, например, в RFC с номерами 44, 55, 761. В процессе эксплуатации в протокол были внесены изменения, касающиеся таких вопросов как медленный старт RFC 1122, быстрое восстановление RFC 2001, повторная передача RFC 2988. Совершенствование стандарта не прекращается и в настоящее время, о чём свидетельствуют, например, документы RFC 3360, 3481, 3562, в которых предлагаются средства надёжного взаимодействия при сбросе связи, обмен информацией по беспроводным линиям, алгоритмы обмена ключами для обеспечения защиты информации.

2. Модель Петри протокола TCP. Модель протокола TCP в форме сети Петри изображена на рис. 1. Далее использованы обозначения и определения, принятые в работе [5].

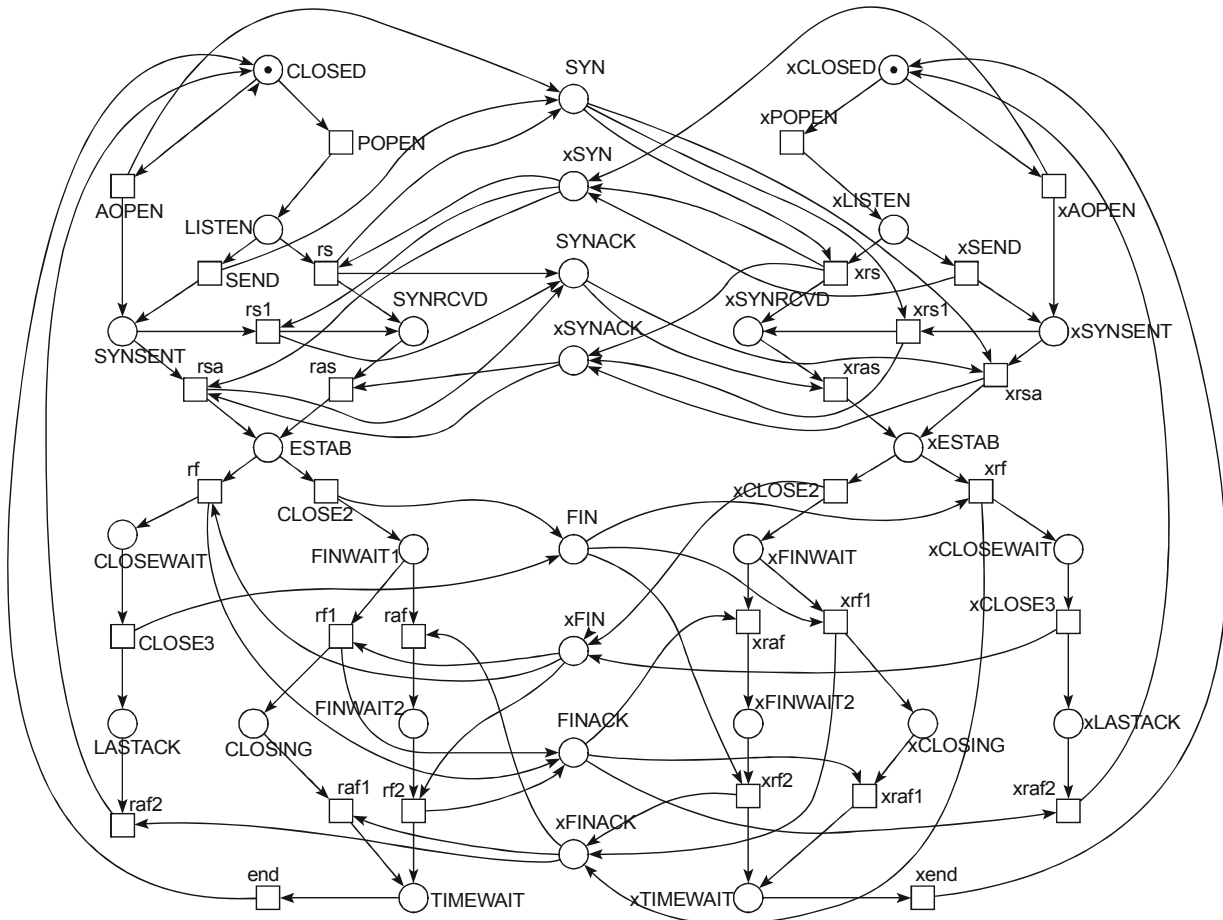


Рисунок 1 – Модель Петри протокола TCP

В модели можно выделить три основных части: левая взаимодействующая система; правая взаимодействующая система; коммуникационная подсистема. Каждая из взаимодействующих систем в точности соответствует стандартной диаграмме состояний протокола [8]. В обозначениях правой подсистемы присутствует префикс x. Состояния диаграммы представлены одноимёнными позициями сети Петри. Дуги диаграммы состояний представлены переходами сети Петри. При этом использованы дополнительные позиции, соответствующие флагам SYN, FIN, ACK заголовков пакетов. Эти позиции и образуют коммуникационную подсистему. Флаги пакетов, передаваемых правой взаимодействующей системой имеют префикс x. Отметим, что для наглядности модели флаг подтверждения ACK представлен отдельными позициями, соответствующими его получению в ответ на флаг SYN (SYNACK), либо в ответ на флаг FIN (FINACK). Кроме того, поскольку модель не содержит описаний протоколов прикладного уровня, команды OPEN, CLOSE, SEND представлены лишь в обозначениях соответствующих переходов. В качестве имён остальных переходов выбраны первые буквы ожидаемых флагов, представленные на стандартной диаграмме состояний протокола [8]. Отметим, что исходная диаграмма состояний, представленная в [8], уточнена в соответствии с RFC 896, предусматривающей средства устранения перегрузок (congestion avoidance), а также RFC 1122, изучающей проблематику медленного старта.

3. Декомпозиция модели. Выполним декомпозицию модели протокола TCP, представленной на рис. 1, на минимальные функциональные подсети в соответствии с алгоритмом, описанным в работах [4,5].

Применение алгоритма декомпозиции [4, 5] к модели протокола TCP (рис. 1) приводит к получению множества $\{Z^{1,1}, Z^{1,2}, Z^{2,1}, Z^{2,2}\}$, состоящего из четырёх минимальных функциональных подсетей, представленных на рис. 2. Граф функциональных подсетей изображён на рис. 3. Заметим, что в силу симметрии процессов взаимодействия систем, пары подсетей $Z^{1,1}$ и $Z^{1,2}$, а также $Z^{2,1}$ и $Z^{2,2}$ являются изоморфными. Поэтому в дальнейшем необходимо исследовать свойства лишь двух из перечисленных четырёх подсетей.

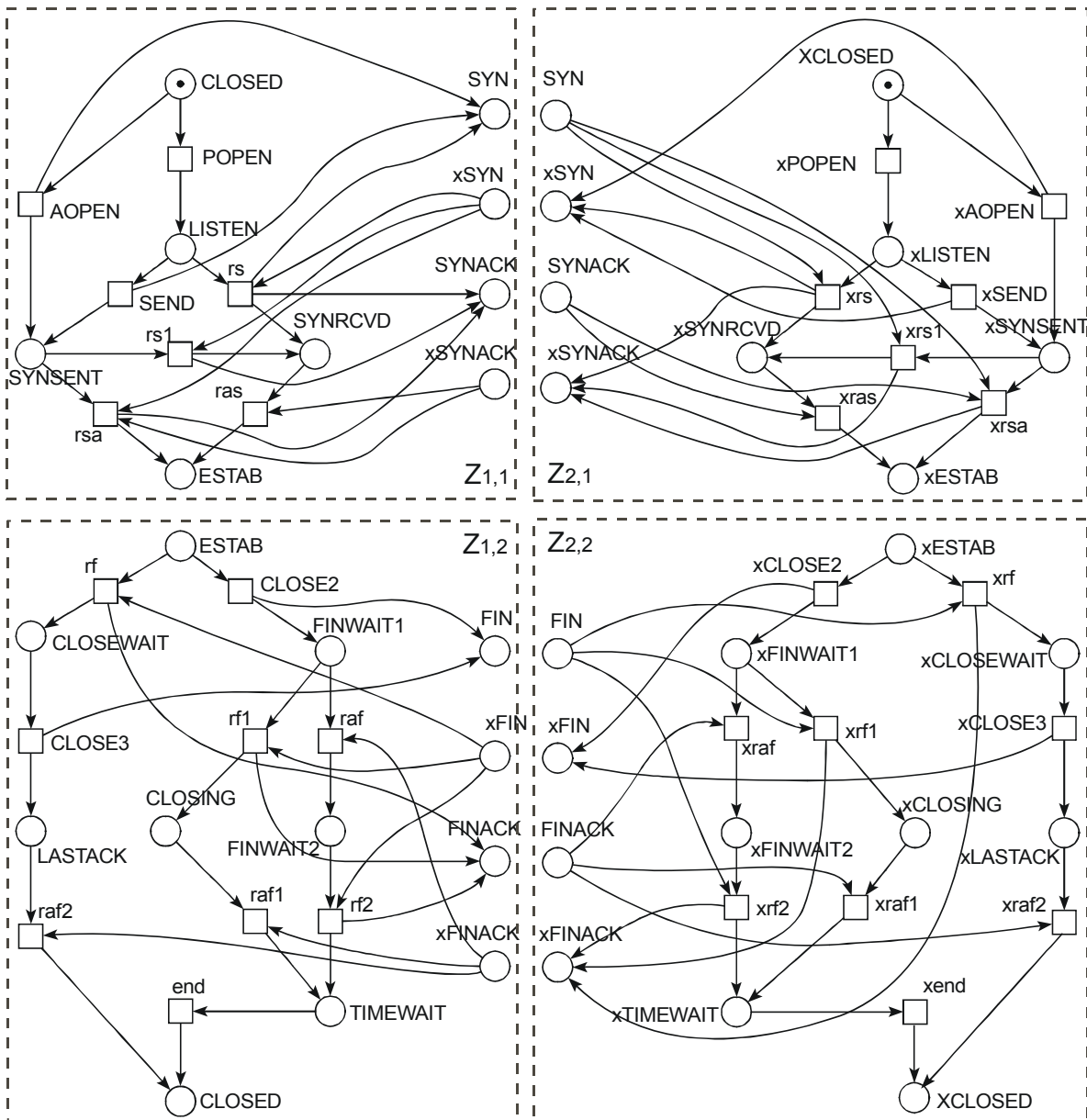


Рисунок 2 – Деконпозиция модели Петри протокола TCP

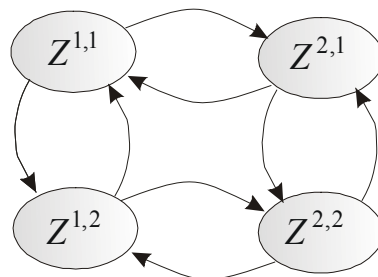


Рисунок 3 – Граф функциональных подсетей модели Петри протокола TCP

Различные способы композиция минимальных функциональных подсетей позволяет получить декомпозицию исходной модели на левую и правую взаимодействующие системы Z^1 и Z^2 , а также декомпозицию на сеть, устанавливающую соединение и сеть, выполняющую разъединение Z^1 и Z^2 , где $Z^1 = Z^{1,1} + Z^{1,2}$, $Z^2 = Z^{2,1} + Z^{2,2}$, $Z^{1'} = Z^{1,1} + Z^{2,1}$, $Z^{2'} = Z^{1,2} + Z^{2,2}$.

4. Инвариантность модели. Инварианты [1] являются мощным инструментом исследования структурных свойств сетей Петри. Они позволяют определять ограниченность, консервативность, необходимые условия живости и отсутствия тупиков. Эти свойства являются существенными для анализа поведения реальных объектов, в особенности, коммуникационных протоколов [2, 3].

Напомним, что инвариантом сети Петри [5] называют целые неотрицательные решения \bar{x} (вектор-строки) системы

$$\bar{x} \cdot A = 0, \tag{1}$$

где A – матрица инцидентности сети Петри для инвариантов позиций (р-инвариантов), либо транспонированная матрица инцидентности для инвариантов переходов (t-инвариантов).

В работах [2,3] показано, что корректный телекоммуникационный протокол должен быть инвариантным. Известные методы вычисления инвариантов [9-12] имеют экспоненциальную сложность, что затрудняет их применение для исследования моделей реальных объектов, насчитывающих тысячи элементов. Модель протокола TCP (рис. 1) позволяет достаточно убедительно это проиллюстрировать. Хотя сеть содержит всего 30 позиций и 28 переходов, вычисление инвариантов позиций с помощью известной системы автоматизированного анализа свойств сетей Петри Tina на компьютере Pentium не было завершено в течение двух суток. Вычисление инвариантов левой подсети Z^1 потребовало более 10 минут.

В соответствии с теоремой 2, доказанной в работе [5], сеть Петри N инвариантна тогда и только тогда, когда инвариантны все её минимальные функциональные подсети и существует общий ненулевой инвариант контактных позиций. Таким образом, для вычисления инвариантов сети Петри следует вычислить инварианты её минимальных функциональных подсетей, а затем найти общие инварианты контактных позиций. Показано, что результаты справедливы также для произвольного подмножества функциональных подсетей, определяющего разбиение множества переходов сети Петри.

Пусть общее решение для инварианта функциональной подсети Z^j представлено в виде

$$\bar{x} = \bar{z}^j \cdot G^j, \tag{2}$$

где \bar{z}^j – произвольный вектор-строка целых неотрицательных чисел, а G^j – матрица базисных решений. Тогда система уравнений для вычисления общих инвариантов контактных позиций имеет вид

$$\{\bar{z}^i \cdot G_p^i - \bar{z}^j \cdot G_p^j = 0, \quad p \in C, \tag{3}$$

где i, j – номера функциональных подсетей, инцидентных позиции $p \in C$, а G_p^j – столбец матрицы G^j , соответствующий позиции p .

Таким образом, переменные \bar{z}^j становятся теперь связанными. Заметим, что система (3) имеет ту же самую форму, что и исходная система (1). Следовательно, для её решения можно применить указанные ранее методы. Предположим, что $\bar{z} = \bar{y} \cdot R$, где R – матрица базисных решений системы (3), а \bar{y} – произвольные целые неотрицательные числа (вектор-строки). Тогда общее решение системы (1) в соответствии с (2) можно представить как

$$\bar{x} = \bar{y} \cdot H, \quad H = R \cdot G. \tag{4}$$

В тех случаях, когда модель обладает внутренней симметрией, вследствие чего некоторые минимальные функциональные подсети являются изоморфными, описанный процесс целесообразно выполнять последовательно.

Используем изоморфизм подсетей Z^1 и Z^2 : вначале вычислим инварианты подсети Z^1 , затем построим инвариант изоморфной сети Z^2 , и, наконец, вычислим инвариант всей заданной сети Петри. Для нахождения базиса целых неотрицательных решений однородных линейных диофантовых систем будем применять метод Тудика [9-12].

Базисные инварианты подсетей $Z^{1,1}$ и $Z^{1,2}$ представлены в табл. 1.

Таблица 1 – Инварианты функциональных подсетей

Подсеть $Z^{1,1}$		Подсеть $Z^{1,2}$	
№	Инвариант	№	Инвариант
1	CLOSED ESTAB LISTEN SYNRCVD SYNSENT	1	CLOSED CLOSEWAIT CLOSING ESTAB FINWAIT1 FINWAIT2 LASTACK TIMEWAIT
2	CLOSED LISTEN SYNACK SYNSENT	2	CLOSED CLOSEWAIT CLOSING LASTACK
3	ESTAB SYNRCVD xSYN	3	TIMEWAIT xFIN
4	CLOSED LISTEN SYN	4	ESTAB FINACK FINWAIT1 FINWAIT2
5	ESTAB xSYNACK	5	CLOSED FINWAIT2 TIMEWAIT xFINACK
6	SYNACK xSYN	6	CLOSEWAIT ESTAB FIN FINACK xFIN

По отношению к нумерации позиций, заданной в Таблице 2, инварианты могут быть представлены в матричной форме по отношению к векторам

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}) = (z_1^1, z_2^1, z_3^1, z_4^1, z_5^1, z_6^1) \cdot G^{1,1},$$

$$(x_1, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}) = (z_1^2, z_2^2, z_3^2, z_4^2, z_5^2, z_6^2) \cdot G^{1,2},$$

Таблица 2 – Номера позиций сети

№	Название	№	Название	№	Название	№	Название	№	Название
1	CLOSED	7	FINWAIT1	1	xSYN	1	xFINACK	2	xCLOSEWAIT
				3		9		5	
2	LISTEN	8	LASTACK	1	SYNACK	2	xCLOSED	2	xFINWAIT1
				4		0		6	
3	SYNSENT	9	CLOSING	1	xSYNACK	2	xLISTEN	2	xLASTACK
				5		1		7	
4	SYNRCVD	1	FINWAIT2	1	FIN	2	xSYNSENT	2	xCLOSING
		0		6		2		8	
5	ESTAB	1	TIMEWAIT	1	xFIN	2	xSYNRCVD	2	xFINWAIT2
		1		7		3		9	
6	CLOSEWAIT	1	SYN	1	FINACK	2	xESTAB	3	xTIMEWAIT
		2		8		4		0	

где матрицы $G^{1,1}$ и $G^{1,2}$ имеют вид:

$$G^{1,1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad G^{1,2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что компоненты вектора \bar{x} , соответствующие подсетям $Z^{1,1}$ и $Z^{1,2}$, выписаны в явном виде; они задают индексацию столбцов построенных матриц. Индексы строк соответствуют компонентам векторов $\bar{z}^1 = (z_1^1, z_2^1, z_3^1, z_4^1, z_5^1, z_6^1)$ и $\bar{z}^2 = (z_1^2, z_2^2, z_3^2, z_4^2, z_5^2, z_6^2)$.

Построим систему уравнений вида (2) для контактных позиций:

$$\begin{cases} z_1^1 + z_2^1 + z_4^1 - z_1^2 - z_2^2 - z_4^2 = 0, \\ z_1^1 + z_3^1 + z_5^1 - z_1^2 - z_3^2 - z_5^2 = 0. \end{cases}$$

Отметим, что в композиции подсетей $Z^{1,1}$ и $Z^{1,2}$ контактными являются позиции p_1 и p_5 .
Общее решение системы имеет вид

$$(z_1^1, z_2^1, z_3^1, z_4^1, z_5^1, z_1^2, z_2^2, z_3^2, z_4^2, z_5^2, z_6^2) = \bar{y} \cdot R^1, \quad R^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для вычисления базисных инвариантов сети Z^1 в соответствии с (4) построим из инвариантов подсетей $G^{1,1}$ и $G^{1,2}$ объединённую матрицу G^1 :

$$G^1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Индексация столбцов соответствует вектору (x_1, \dots, x_{19}) . Матрица базисных решений $H^1 = R^1 \cdot G^1$ имеет вид

$$H^1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Отметим, что из 19 представленных решений только 17 являются линейно независимыми; действительно, строка 3 является суммой строк 17 и 18, а строка 5 является суммой строк 17 и 19. В наглядной смысловой форме инварианты представлены в табл. 3.

Таблица 3 – Инварианты функциональной подсети Z^1

№	Инвариант
1	CLOSED CLOSEWAIT*2 CLOSING ESTAB FIN LASTACK LISTEN SYNRCVD SYNSENT
2	TIMEWAIT xFIN
3	CLOSED CLOSEWAIT CLOSING ESTAB FINWAIT1 FINWAIT2 LASTACK LISTEN SYN
4	SYNRCVD TIMEWAIT xSYN
5	CLOSED CLOSEWAIT CLOSING ESTAB FINWAIT1 FINWAIT2 LASTACK LISTEN
6	SYNACK SYNSENT TIMEWAIT xSYNACK
7	CLOSED CLOSEWAIT CLOSING ESTAB FINWAIT1 FINWAIT2 LASTACK LISTEN SYN
8	TIMEWAIT xSYNACK
9	CLOSED CLOSEWAIT CLOSING ESTAB FINWAIT1 FINWAIT2 LASTACK LISTEN
10	SYNRCVD SYNSENT TIMEWAIT
11	CLOSED ESTAB FINACK FINWAIT1 FINWAIT2*2 LISTEN SYNRCVD SYNSENT
12	TIMEWAIT xFINACK
13	CLOSED CLOSEWAIT ESTAB FIN FINWAIT2 LISTEN SYNRCVD SYNSENT TIMEWAIT
14	xFINACK
15	CLOSED CLOSEWAIT CLOSING LASTACK LISTEN SYNACK SYNSENT TIMEWAIT xFIN
16	CLOSED CLOSEWAIT CLOSING LASTACK LISTEN SYN TIMEWAIT xFIN
17	CLOSED FINWAIT2 LISTEN SYNACK SYNSENT TIMEWAIT xFINACK ESTAB FINACK FINWAIT1 FINWAIT2 SYNRCVD xSYN CLOSED FINWAIT2 LISTEN SYN TIMEWAIT xFINACK ESTAB FINACK FINWAIT1 FINWAIT2 xSYNACK CLOSEWAIT ESTAB FIN SYNRCVD xSYN CLOSEWAIT ESTAB FIN xSYNACK SYNACK xSYN FINACK xFIN

Далее аналогичным образом построим инварианты всей сети, являющейся композицией подсетей Z^1 и Z^2 . Система уравнений для контактных позиций имеет вид:

$$\begin{cases}
 p_{12} : z_1^1 + z_2^1 + z_9^1 + z_{10}^1 - z_2^2 - z_{11}^2 - z_{12}^2 - z_{16}^2 = 0, \\
 p_{13} : z_2^1 + z_{11}^1 + z_{12}^1 + z_{16}^1 - z_1^2 - z_2^2 - z_9^2 - z_{10}^2 = 0, \\
 p_{14} : z_3^1 + z_{13}^1 + z_{14}^1 + z_{16}^1 - z_1^2 - z_3^2 - z_7^2 - z_8^2 = 0, \\
 p_{15} : z_1^1 + z_3^1 + z_7^1 + z_8^1 - z_3^2 - z_{13}^2 - z_{14}^2 - z_{16}^2 = 0, \\
 p_{16} : z_4^1 + z_6^1 + z_8^1 + z_{12}^1 - z_4^2 - z_9^2 - z_{13}^2 - z_{17}^2 = 0, \\
 p_{17} : z_4^1 + z_9^1 + z_{13}^1 + z_{17}^1 - z_4^2 - z_6^2 - z_8^2 - z_{12}^2 = 0, \\
 p_{18} : z_5^1 + z_7^1 + z_{11}^1 + z_{17}^1 - z_5^2 - z_6^2 - z_{10}^2 - z_{14}^2 = 0, \\
 p_{19} : z_5^1 + z_6^1 + z_{10}^1 + z_{14}^1 - z_5^2 - z_7^2 - z_{11}^2 - z_{17}^2 = 0.
 \end{cases} \tag{5}$$

Система имеет 426 базисных решений, составляющих матрицу R . После построения объединённой матрицы G и вычисления произведения $R \cdot G$ получим матрицу H , состоящую из 426 базисных инвариантов модели ТСП. Приведём фрагмент полученной матрицы, содержащий дюжину инвариантов:

```

2 2 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 3 3 2 2 3 3 2 2 2 3 3
4 4 3 3 4 4 3 3 3 4 4 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 1 2 2 1 1 1 2 2
3 3 2 2 3 3 2 2 2 3 3 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 1 2 2 1 1 1 2 2
2 2 1 1 2 2 1 1 1 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 1 2 2 1 1 1 2 2
1 1 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 1 2 2 1 1 1 2 2
1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 1 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1
0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0 1
1 1 0 0 0 1 0 1 1 0 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 0 1 0

```

Так как, например, любая из первых четырёх строк имеет все компоненты большие нуля, то модель протокола является р-инвариантной и, следовательно, представляет собой ограниченную и консервативную сеть.

Аналогичным образом, используя двойственную сеть и декомпозицию, можно показать, что модель является также t-инвариантной. Это означает наличие стационарно повторяющихся процессов и, следовательно, необходимых условий живости сети.

Следует отметить, что временные затраты на вычисление инвариантов с помощью декомпозиции сети Петри на функциональные подсети вполне соответствуют экспоненциальным оценкам ускорения, представленным в [5]. Наиболее трудоёмкий этап решения системы (5) занял 1,2 секунды на компьютере Pentium, а суммарное время построения базисных инвариантов позиций не превысило 2 секунд.

В заключение можно сделать следующие выводы. Основным результатом настоящей работы является доказательство инвариантности модели Петри протокола ТСП. Инвариантность модели является необходимым условием корректности протокола. Применение декомпозиции модели Петри на функциональные подсети и последовательной композиции позволило получить существенное ускорение процесса вычисления инвариантов.

Таким образом, практическая ценность полученных результатов состоит не только в доказательстве инвариантности модели конкретного телекоммуникационного протокола ТСП, но, главным образом, в представлении метода вычисления инвариантов сетей Петри в процессе последовательной композиции функциональных подсетей, который может быть применён для ускорения инвариантного анализа моделей Петри большой размерности.

Литература

1. Murata T. Petri Nets: Properties, Analysis and Applications // Proceedings of the IEEE, April 1989.- Vol. 77.- p. 541-580.
2. Diaz M. Modelling and Analysis of Communication and Cooperation Protocols Using Petri Net Based Model // Computer Networks.- no 6.- 1982.- p. 419-441.
3. Berthelot G., Terrat R. Petri Nets Theory for the Correctness of Protocols // IEEE Trans. on Communications, no. 12, 1982. Vol. 30, p. 2497-2505.
4. Zaitsev D.A. Subnets with input and output places // Petri Net Newsletter.- April 2003.- Vol. 64.- p. 3-6, Cover Picture Story.

5. Зайцев Д.А. Инварианты функциональных подсетей // Научные труды ОНАС им. А.С. Попова.- №4.- 2003.- с. 57-63.
6. Зайцев Д.А. Декомпозиция протокола ЕСМА // Радиотехника: Всеукраинский межведомственный научно-технический сборник 2004, Вып. 138, с. 130-137.
7. Зайцев Д.А. Верификация протоколов Ethernet // Научные труды Одесской национальной академии связи им. А.С. Попова.- №1.- 2004.
8. Postel, J., Editor, "Transmission Control Protocol," STD 7, RFC 793, September 1981.
9. Toudic J.M. Linear Algebra Algorithms for the Structural Analysis of Petri Nets // Rev. Tech. Thomson CSF, 1982.- No. 1.- Vol. 14.- p. 136-156.
10. Zaitsev D.A. Formal Grounding of Toudic Method // Proc. of 10th Workshop Algorithms and Tools for Petri Nets.- September 26-27, 2003.- Eichstaett, Germany, p. 184-190.
11. Зайцев Д.А. Теоретическое обоснование метода Тудика // Научные труды Донецкого государственного технического университета, серия "Информатика, кибернетика и вычислительная техника", Вып. 74, 2004, с. 286-293.
12. Зайцев Д.А. К вопросу о вычислительной сложности метода Тудика // Искусственный интеллект.- 2004, №1, с. 29-37.