

ЭКОНОМИЧНЫЕ КВАДРАТИЧНЫЕ ФИЛЬТРЫ КОМПЕНСАЦИИ ПОМЕХ

THE ECONOMIC SQUARE-LAW FILTERS OF CLUTTER REJECTION

Аннотация. Рассмотрены возможности экономической реализации решающих статистик второго порядка для задач приема случайного сигнала в условиях помех с неизвестной ковариационной матрицей. Показано, что применение решетчатых структур позволяет уменьшить объем вычислений.

Summary. Opportunities of economic realization deciding statistics the second order for problems of reception of a casual signal in conditions of clutters from the unknown by a covariance matrix are considered. It is shown, that application of lattice structures allows to reduce the quantity of calculations.

Стремление к повышению помехозащищенности радиотехнических систем и внедрение цифровых методов обработки сигналов создают предпосылки для совершенствования адаптивных алгоритмов подавления помех в условиях априорной неопределенности относительно параметров сигнально-помеховой обстановки [1, 2].

Отличительной особенностью задач обнаружения случайных сигналов или с неизвестным законом модуляции является необходимость применения нелинейных решающих статистик. В частности, для обнаружения сигнала с неизвестными параметрами с выхода одного приемника применяются квадратичные решающие статистики на основе теста Хотелинга, а для выделения случайных сигналов с выходов двух приемников широко используется корреляционная обработка [2]. В обоих случаях формирование решающих статистик для N -импульсных выборок X_1 и X_2 процессов с выходов первого и второго приемников сводится к обработкам квадратичного вида

$$d_1 = X_1^{*T} X_1 = \sum_{i=1}^N x_i^2; \quad d_2 = X_1^{*T} X_2 = 0,5 \sum_{i=1}^N (x_{1i} + x_{2i})^2 - (x_{1i} - x_{2i})^2, \quad (1)$$

где $*, T$ – символы операций соответственно комплексного сопряжения и транспонирования.

При наличии коррелированных помех, определяемых ковариационной матрицей R размера $N \times N$, вычисление статистик (1) усложняется из-за необходимости нахождения обратной ковариационной матрицы R^{-1} помех

$$d_1 = X_1^{*T} R^{-1} X_1; \quad d_2 = X_1^{*T} R^{-1} X_2. \quad (2)$$

В настоящее время для анализа процессов, представляемых моделью авторегрессии широко применяются экономичные методы на решетчатых структурах [3, 4, 5]. В случае постоянного интервала дискретизации они позволяют перейти от оценивания $N \times N$ параметров обратной теплоцевой ковариационной матрицы помех к использованию лишь N значений вектора авторегрессии [6] или N коэффициентов отражения решетчатой структуры (РС). Известны также реализации линейных фильтров временной обработки на РС [4, 5], построенные при условии постоянного периода повторения импульсов известного сигнала. Однако для квадратичных фильтров отсутствуют данные по применению таких методов уменьшения вычислительных затрат.

Целью настоящей работы является синтез экономичных с вычислительной точки зрения нелинейных фильтров второго порядка на основе решетчатых структур.

Для этого предлагаются алгоритмы построения решающих статистик с учетом теплоцевой структуры ковариационной матрицы, а затем рассматриваются возможности их дальнейшего упрощения за счет априорной информации о порядке авторегрессии помех.

1. Модели сигналов и помех

Пусть входные процессы представляют собой аддитивную смесь $Y_i = X_i + V_i + S_i, i = 1, 2$ выборок коррелированной помехи X некоррелированных шумов V и сигнала S , которые определяются соответственно ковариационными матрицами размера $N \times N$ помехи R , шума $R_{ш}$, сигнала R_c

$$R = \overline{XX^{*T}}; \quad R_{ш} = \overline{VV^{*T}} = \sigma_{ш}^2 I_0; \quad R_c = \overline{SS^{*T}}, \quad (3)$$

где $\overline{\quad}$ – символ операции определения среднего значения. При этом собственные шумы первого и второго приемников не коррелированы $\overline{V_2^{*T} V_1} = 0$, а помехи и полезные сигналы в каналах не различаются $\overline{X_1 X_2^{*T}} = R; \quad \overline{S_1 S_2^{*T}} = R_c$.

В качестве другой формы описания помехи используется представление в виде процесса авторегрессии [6], одним из достоинств которой является возможность достаточно полного параметрического описания небольшим числом параметров M , часто значительно меньшим по сравнению с размером ковариационной матрицы. Если входной процесс помехи x_i в текущий момент времени i соответствует модели авторегрессии (АР-модели)

$$z_i = x_i + \sum_{n=2}^M a_n x_{i-n}, \quad (4)$$

где z_i – отсчеты некоррелированного шума, a_n – коэффициенты авторегрессии (4) связаны с ковариационной матрицей помехи R соотношением

$$A = (1, a_2, \dots, a_N)^T = R^{-1} E_N / E_N^T R^{-1} E_N; \quad E_N = (0, 0, \dots, 0, 1)^T. \quad (5)$$

Из (4) и (5) следует, что для порядка авторегрессии $M \ll N$ из N коэффициентов вектора (5) $N - M$ равны нулю, а обратная ковариационная матрица помехи является разреженной и содержит $2M - 1$ ненулевых диагоналей. Это свойство создает предпосылки для экономичной реализации фильтров, рассматриваемых в статье.

2. Упрощение реализации с учетом теплицевой структуры ковариационной матрицы помех

Рассмотрим возможности экономичной реализации квадратичных алгоритмов (2). В общем виде вычислительные затраты для таких фильтров связаны с существенными трудностями оценивания и обращения матрицы R , имеющими порядок N^3 . Для преодоления этого недостатка используем методику [4], которая на основе учета информации о теплицевой структуре матрицы позволяет разработать экономичные квадратичные фильтры на решетчатых структурах.

С целью упрощения формирования статистик, учитывая свойства эрмитовости и положительной определенности R [7], разложим R^{-1} на треугольные сомножители с единичной диагональю $R^{-1} = U^{*T} D U$ [1] и запишем (2) в виде

$$d_1 = (U X_1)^{*T} D (U X_1); \quad d_2 = (U X_2)^{*T} D (U X_2), \quad (6)$$

где

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ U_2 & 1 & 0 & | & 0 \\ \hline U_{N1} & U_{N2} & U_{N3} & | & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^{*T} & 0 & 0 & | & 0 \\ & P_2^{*T} & 0 & | & 0 \\ \hline & & P_N^{*T} & | & \end{bmatrix} \quad (7)$$

U – нижняя треугольная матрица декоррелирующей обработки;

$$P_i^{*T} = [U_{i1}, U_{i2}, \dots, U_{i,i-1}, 1]; \quad D = \text{diag}\{d_{ii}\}, \quad d_{ii} > 0, i = \overline{1, N}. \quad (8)$$

Представляя U и R в блочном виде и используя алгоритм обращения блочных матриц, можно показать [4], что P_i -нормированный к $(P_i^{-1})_{ii}$ последний столбец матрицы R_{ii}^{-1} размера $i \times i$ и скаляр $d_{ii} = (R_i^{-1})_{ii}$.

Из выражения (6) и установленных выше соотношений следуют представления статистик:

$$d_1 = X_1^{*T} R^{-1} X_1 = \sum_{i=1}^N (R_i^{-1})_{ii} z_i^* z_i; \quad d_2 = X_2^{*T} R^{-1} X_2 = \sum_{i=1}^N (R_i^{-1})_{ii} z_i^* c_i, \quad (9)$$

где $z_i = P_i^{*T} X_{1,i}$, $c_i = P_i^{*T} X_{2,i}$, $X_{1,i}$, $X_{2,i}$ – усеченные векторы первых i значений.

Для упрощения вычисления c_i и z_i воспользуемся структурным свойством теплицевой ковариационной матрицы стационарной временной выборки. Известно [4], что нормированный к $(R_i^{-1})_{ii}$ последний столбец матрицы, обратной к теплицевой эрмитовой матрице R_i , определяется рекуррентной процедурой Тренча [7]:

$$P_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ P_{i-1} \end{bmatrix} - \mu_i^* \begin{bmatrix} \tilde{P}_{i-1}^* \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где $\mu_i^* = -(R_i^{-1})_{ii} / (R_i^{-1})_{ii}$, $\tilde{}$ – знак изменения нумерации вектора на обратную.

На основании (10) можно показать [4,5], что для z_i , c_i справедливы рекуррентные соотношения, которые вследствие идентичности приводятся только для z_i :

$$z_i(t) = z_{i,2}(t) - \mu_i z_{i,1}(t);$$

$$z_{i,2}(t) = z_{i-1,1}(t) = z_{i-1,2}(t) - \mu_{i-1} z_{i-1,1}(t); \quad (11)$$

$$z_{i,1}(t) = z_{i-1,1}(t-T) - \mu_{i-1}^* z_{i-1,2}(t-T).$$

Анализ выражений (9), (11) показывает, что для ковариационной матрицы помехи теплицевой структуры формирование выходного сигнала реализуется путем рекуррентной обработки входной выборки, а коэффициенты μ_i в $(R_i^{-1})_{ii}$ при этом удовлетворяют соотношениям

$$\mu_i = r_{z_{i,1}; z_{i,2}}, \quad (R_i^{-1})_{ii} = 1/\sigma_{z_i}^2, \quad (12)$$

где $r_{z_{i,1}; z_{i,2}}$ – коэффициент корреляции $z_{i,1}$ и $z_{i,2}$; $\sigma_{z_i}^2$ – дисперсия z_i .

В соответствии с (9-12) составлены структурные схемы, формирующих квадратичные решающие статистики на основе теста Хотелинга на рис.1 и корреляционной обработки – на рис.2.

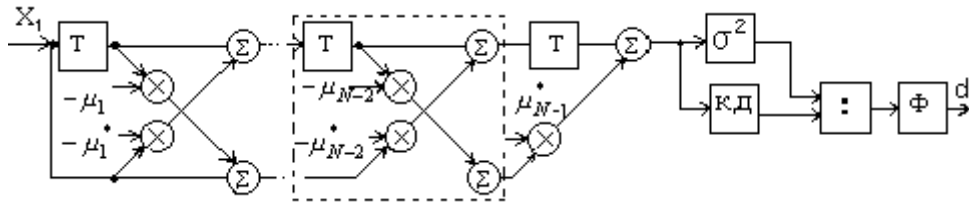


Рисунок 1

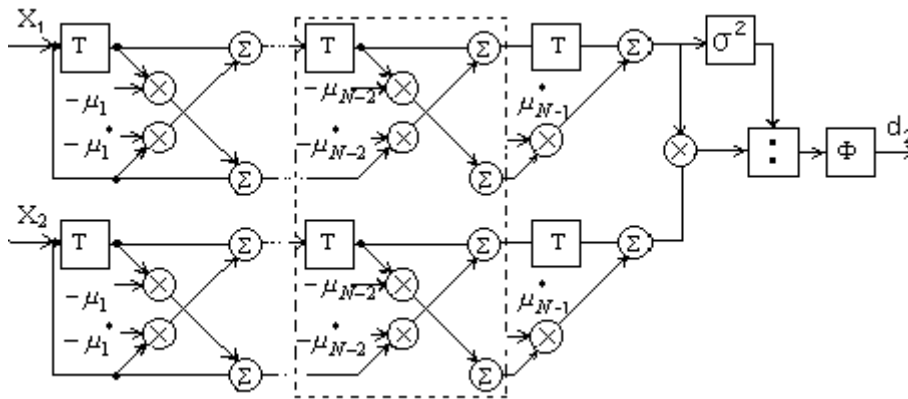


Рисунок 2

где T – блок памяти; $(:)$ – аттенюатор; σ^2 – измеритель мощности; μ_i – множитель на коэффициент корреляции; Φ - фильтр череспериодного накопления; КД – квадратичный детектор. Штриховой линией обведена часть схемы, подключение которой увеличивает размер фильтра на единицу.

Для реализации фильтра Хотелинга (рис. 1) необходимо $N - 1$ измерителей коэффициентов корреляции, $N - 1$ блоков памяти, $2N - 3$ умножителей, $2N - 3$ сумматоров, аттенюатор, накопитель, квадратичный детектор и измеритель мощности. В случае корреляционного фильтра аппаратные затраты возрастают на $2N - 2$ умножителей, $2N - 3$ сумматоров, $N - 1$ блок памяти.

В условиях помех с неизвестными корреляционными свойствами, для построения адаптивных фильтров воспользуемся байесовским подходом к преодолению параметрической априорной неопределенности, основанном на подстановке максимально правдоподобных оценок вместо неизвестных параметров.

Существует несколько алгоритмов оценивания в зависимости от априорных сведений о наблюдаемом процессе, стационарности, учета ошибок предсказания и т.п. [3]. Так как обрабатываемые процессы каждой ступени РС порождены одним стационарным процессом, и мощности обоих входов каждого звена РС одинаковы, то представляется целесообразным применение максимально правдоподобных оценок коэффициента корреляции и мощности по K отсчетам

$$\hat{\mu}_i = \sum_{k=1}^K z_{i,1}^{(k)} z_{i,2}^{(k)} / (\sum_{k=1}^K z_{i,1}^{(k)2} \sum_{k=1}^K x_{i,2}^{(k)2})^{1/2}; \quad \hat{\sigma}^2 = K^{-1} \sum_{k=1}^K z_{N,1}^{(k)2}. \quad (13)$$

Для алгоритма d_2 достаточно оценивать в одном из каналов, а в другой подставлять полученные оценки. Таким образом, введение дополнительного приемного канала для корреляционной обработки приводит к незначительному увеличению объема аппаратуры.

В отличие от алгоритмов (2) для фильтров на РС требуется оценивать не N^2 , а лишь N параметров исследуемого процесса, т.е. $N-1$ коэффициентов отражения и мощность. Это не снижает эффективность, а только упрощает реализацию, повышает скорость сходимости алгоритма при ограниченном числе исследуемых выборок.

3. Упрощение реализации с учетом авторегрессионной модели помех

Дальнейшее упрощение структур возможно за счет априорных сведений о различии размеров ковариационной матрицы и модели авторегрессии помехи.

На практике, при описании модели помех в виде процесса авторегрессии, часто бывает достаточным представление помехи АР-моделью первого или второго порядка. Так, например, для помех с экспоненциально спадающей ковариационной функцией $(R)_{i,j} = (R)_{1,1}^{|i-j|}$, то обратная ковариационная матрица является трехдиагональной [7], что соответствует АР-модели первого порядка $M=1$.

Дальнейшее уменьшение вычислений достигается за счет свойства коэффициентов отражения решетчатой структуры, которые однозначно связаны с АР-параметрами рекуррентными соотношениями Левинсона-Дербина [3]

$$\mu_1 = -R(1)/R(0) \quad \sigma_1^2 = (1 - |\mu_1|^2)R(0); \quad a_1^1 = 1; \quad n = \overline{1, N-1}; \quad (14)$$

$$\mu_n = -[R^{(n)} + \sum_{i=1}^{n-1} a_i^{(n-1)} R(n-i)] / \sigma_{n-1}^2; \quad a_i^{(n)} = a_i^{(n-1)} + \mu_n a_{n-i}^{*(n-1)}; \quad \sigma_n^2 = (1 - |\mu_n|^2) \sigma_{n-1}^2.$$

Тогда коэффициенты АР-модели M -го порядка (5) трансформируются в M коэффициентов μ_1, \dots, μ_{M-1} (12) РС. Так как количество коэффициентов АР-модели и решетчатой структуры совпадает, то в случае АР-модели первого порядка $M=1$ достаточно применения только одной ступени подавления помех и вычисления лишь первого коэффициента отражения. Увеличение порядка АР-модели $M > 1$ приводит к такому же числу ступеней решетчатой структуры при обеспечении накопления N импульсов. Следовательно, объем вычислительных затрат хотя и зависит от размера фильтра, но в большей степени определяется порядком авторегрессионной модели помех.

Рассмотренные реализации квадратичных алгоритмов при наличии коррелированных помех показали, что учет теплицевой структуры корреляционной матрицы позволяет осуществить построение фильтров на решетчатых структурах. При этом, в общем случае, объем вычислений возрастает пропорционально числу накапливаемых импульсов без ухудшения потенциальной эффективности.

Дальнейшее упрощение построения решающих статистик возможно в случае помех, описываемых моделями авторегрессии меньшего порядка по сравнению с размером обрабатываемой выборки. Для подавления помех с экспоненциальной формой корреляционной функции достаточно одной ступени подавления помех, а с увеличением порядка авторегрессии пропорционально возрастает число ступеней подавления помех.

В целом предлагаемые алгоритмы для моделей авторегрессии первого и второго порядка не требуют существенного увеличения аппаратных затрат при сохранении эффективности выделения сигналов на фоне помех.

Литература

1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию: Пер. с англ./ Под ред. В.А. Лексаченко. – М.: Радио и связь, 1986. – 448 с.
2. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. В 3-х кн. – М.: Радио и связь, 1974.
3. Фридландер Б. Решетчатые фильтры для адаптивной обработки данных // ТИИЭР. – 1982. – Т.70, – № 8. – С.54-94.
4. Баранов П.Е. Адаптивный рекуррентный формирователь статистики отношения правдоподобия на базе решетчатых фильтров / Изв.вузов СССР // Радиоэлектроника. – М. – 1991. – №7. – С. 49–53.
5. Орлов В.В. Экономичный фильтр компенсации помех на основе алгоритма Фроста // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – Одесса. – 2002. – №1. – С.79-84.
6. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов: Пер.с англ. – М.: Мир, 1976. – 756 с., ил.
7. Воеводин В.В., Тыртышников Е.Е. Вычисления с теплицевыми матрицами //Вычислительные процессы и системы / Под ред. Г.И. Марчука. – М., 1983. – Вып. 1. – С.124–266.