РАДІОТЕХНІКА І ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

УДК 621. 371; 538.1

Иваницкий А.М.
Ivanitckiy A.M.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД И МАГНИТНЫЙ ПОТОК ЭКСПОФУНКЦИОНАЛЬНОГО ПОЛЯ

ELECTRIC CHARGE AND MAGNETIC FLUX OF THE EXPOFUNCTIONAL FIELD

Аннотация. Найдено третье и обобщенное четвертое уравнения Максвелла экспофункционального поля и представлены формулы электрического заряда и магнитного потока при экспофункциональном возбуждении.

Summary. The third and generalized fourth the Maxwell's equations of the expofunctional field are found and the formulaes of the electric charge and magnetic flux with expofunctional excitation are presented.

Проблема существования магнитных монополей поставлена Дираком в 1931 году [1]. При разработке сигнального способа компенсации поглощения радиосигнала в среде распространения радиоволн в линии радиосвязи с помощью методов классической электродинамики показано [2, 3], что в экспофункциональном поле [3] существует поток магнитных монополей [1]. Этот факт требует детального рассмотрения свойств экспофункционального поля. В данном направлении сделано не так много [3, 4], так как мы находимся в начале пути. В [3] очень кратко без описания существенных деталей рассмотрены некоторые особенности экспофункционального поля. Выводы, касающиеся времени релаксации, сделаны по отношению к ядрам векторов [4] экпофункционального поля, что затрудняет восприятие истинной картины протекающих процессов. Поэтому цель данной работы – детальное рассмотрение метода нахождения электрических зарядов и магнитных потоков (зарядов) экспофункционального поля, а также дальнейшее изучение свойств этого поля.

1. Структура экспофункций

Рассмотрим структуру экспофункций [5]. Частный случай экспофункции – это экспогармоническая функция, которая имеет вид:

$$f(t) = e^{\pm\lambda t} e^{i\omega t}, \tag{1}$$

где $\lambda > 0$; t – время; $\omega = 2\pi / T$, T – период колебания; $i = \sqrt{-1}$. Перепишем функцию (1), используя формулу Эйлера:

$$f(t) = e^{(\pm\lambda + i\omega)t} = e^{i(\mp\lambda i + \omega)t} = \cos[(\mp\lambda i + \omega)t] + i\sin[(\mp\lambda i + \omega)t], \tag{2}$$

или

$$f(t) = e^{\pm\lambda t}(\cos\omega t + i\sin\omega t). \tag{3}$$

После сравнения правых частей функций (2) и (3) видно, что вещественная и мнимая части функции $f(t)$ следующие:

$$\operatorname{Re} f(t) = \cos[(\mp\lambda i + \omega)t] = e^{\pm\lambda t}\cos\omega t, \tag{4}$$

$$\operatorname{Im} f(t) = \sin[(\mp\lambda i + \omega)t] = e^{\pm\lambda t}\sin\omega t. \tag{5}$$

Из выражений (1)-(5) можно сделать следующие выводы: 1) экспосинусоида и экспокосинусоида – это синусоида и соответственно косинусоида от комплексной частоты ($\pm\lambda i + \omega$); 2) величина λ имеет размерность c^{-1}, а величина λt – безразмерная.

Общий вид экспофункции следующий [5]:

$$f(t) = e^{\pm\lambda t}\tilde{f}(t), \tag{6}$$

где $\tilde{f}(t)$ – ядро экспофункции [4]. Так как λt – безразмерная величина, то и экспоненциальный множитель $e^{\pm\lambda t}$ экспофункии $f(t)$ – так же безразмерный. Его можно трактовать как масштабный множитель к функции $\tilde{f}(t)$, величина которого изменяется с течением времени по экспоненте. Поэтому при изменении физических величин (электрических и магнитных) по экспофункциональному закону ядро экспофункции имеет размерность соответствующей физической величины. Это видно из формулы (6). Следовательно, свойства физических величин, изменяющихся по экспофункциональному закону, во многом определяются свойствами ядра экспофункции.

Например, для любых физических величин: 1) $f(0)=\tilde{f}(0)$; 2) если $\tilde{f}(t)=0$, то $f(t)=0$, за исключением точки при t = ∞; 3) если $\tilde{f}(t)\neq 0$, то $f(t)\neq 0$; 4) если $f_2(t)=e^{\pm\lambda t}\tilde{f}_2(t)$, то $f_1(t)=e^{\pm\lambda t}\tilde{f}_1(t),\quad f_1(t)\big/ f_2(t)=\tilde{f}_1(t)\big/\tilde{f}_2(t)$.

2. Третье уравнение Максвелла экспофункционального поля

Пусть в изотропном однородном диэлектрике с потерями электромагнитное поле возбуждается сторонним током, изменяющимся с течением времени по экспофункциональному закону, описанному равенством (6). В этой среде возникает экспофункциональное поле, для которого первое и второе уравнения Максвелла имеют вид [3, 2]:

$$\mathrm{rot}_{+}\, e^{\pm\lambda t}\tilde{\tilde{H}}=(\sigma\pm\lambda\varepsilon_a)e^{\pm\lambda t}\tilde{\tilde{E}}+\varepsilon_a e^{\pm\lambda t}\frac{\partial\tilde{\tilde{E}}}{\partial t}+e^{\pm\lambda t}\tilde{\tilde{j}}^{\,\text{ст}}, \tag{7}$$

$$\mathrm{rot}_{-}\, e^{\pm\lambda t}\tilde{\tilde{E}}=\pm\lambda\mu_a e^{\pm\lambda t}\tilde{\tilde{H}}+\mu_a e^{\pm\lambda t}\frac{\partial\tilde{\tilde{H}}}{\partial t}, \tag{8}$$

где $\varepsilon_a,\mu_a,\sigma$ – параметры среды; $\mathrm{rot}_{+}...$ и $\mathrm{rot}_{-}...$ – операции ротора вектора, которые поясняются в [6].

Сократим обе части уравнения (7) на экспоненциональный множитель экспофункции и применим операцию дивергенции к обеим частям этого уравнения. Учитывая, что дивергенция ротора любого вектора равна нулю, получим равенство:

$$\sigma\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}\pm\lambda\varepsilon_a\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}+\varepsilon_a\frac{\partial\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}}{\partial t}+\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{j}}^{\,\text{ст}}=0. \tag{9}$$

На основании определения частной производной первого порядка функции многих переменных для фиксированной точки пространства (фиксированных пространственных переменных) уравнение (9) можно переписать:

$$\sigma\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}\pm\lambda\varepsilon_a\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}+\varepsilon_a\frac{d\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}}{dt}=-\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{j}}^{\,\text{ст}}, \tag{10}$$

т.е. получено обыкновенное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами относительно неизвестной функции $\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}$. Решение этого уравнения найдем для двух случаев правой части при выполнении условия $\sigma\pm\lambda\varepsilon_a\neq 0$.

Первый случай. Пусть $div\tilde{\tilde{j}}^{\,\text{ст}}$ не зависит от *t*. Для этого случая можно применить метод отделения переменных [7]. Перепишем равенство (10) в форме:

$$dt+\frac{\varepsilon_a}{\sigma\mathrm{div}\tilde{\tilde{E}}\pm\lambda\varepsilon_a\mathrm{div}\tilde{\tilde{E}}+\mathrm{div}\tilde{\tilde{j}}^{\,\text{ст}}}\,d\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}=0. \tag{11}$$

Левая часть этого равенства является дифференциалом выражения

$$\int dt+\int\frac{\varepsilon_a d\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}}{\sigma\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}\pm\lambda\varepsilon_a\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}+\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{j}}^{\,\text{ст}}},$$

а равенство нулю дифференциала означает, что последнее выражение равно произвольной постоянной

$$\int dt+\int\frac{\varepsilon_a d\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}}{\sigma\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}\pm\lambda\varepsilon_a\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}+\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{j}}^{\,\text{ст}}}=C. \tag{12}$$

По таблицам [8] находим значение интегралов выражения (12):

$$t+C_1+\varepsilon_a\frac{1}{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}\ln\left|\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{j}}^{\,\text{ст}}+(\sigma\pm\lambda\varepsilon_a)\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}\right|+C_2=C \tag{13}$$

или

$$t+\varepsilon_a\frac{1}{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}\ln\left|\mathrm{div}\tilde{\tilde{j}}^{\,\text{ст}}+(\sigma\pm\lambda\varepsilon_a)\,\mathrm{div}\,\tilde{\tilde{E}}\right|=C_0, \tag{14}$$

где $C_0 = C - C_1 - C_2$ – произвольная постоянная.

Из равенства (14) определим:

$$\left|\operatorname{div}\tilde{\tilde{j}}^{\text{ст}}+(\sigma\pm\lambda\varepsilon_a)\operatorname{div}\tilde{\tilde{E}}\right|=e^{\frac{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}{\varepsilon_a}(C_0-t)}. \tag{15}$$

Пусть

$$\operatorname{div}\tilde{\tilde{j}}^{\text{ст}}+(\sigma\pm\lambda\varepsilon_a)\operatorname{div}\tilde{\tilde{E}}>0,$$

тогда из равенства (15)

$$\operatorname{div}\tilde{\tilde{E}}=\frac{e^{\frac{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}{\varepsilon_a}(C_0-t)}-\operatorname{div}\tilde{\tilde{j}}^{\text{ст}}}{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}. \tag{16}$$

Из последнего равенства можно найти C_0 при $t = 0$:

$$C_0=\frac{\varepsilon_a}{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}\ln\left[(\sigma\pm\lambda\varepsilon_a)\operatorname{div}\tilde{\tilde{E}}_0+\operatorname{div}\tilde{\tilde{j}}^{\text{ст}}\right], \tag{17}$$

где $\tilde{\tilde{E}}_0$ – ядро вектора $\overline{E}$ при $t = 0$.

Умножим обе части равенства (16) на $e^{\pm\lambda t}$ и подставим выражение (17) для C_0 в правую часть равенства (16). После ряда преобразований получим:

$$\operatorname{div}e^{\pm\lambda t}\tilde{\tilde{E}}=\operatorname{div}\tilde{\tilde{E}}_0e^{-\frac{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}{\varepsilon_a}t}e^{\pm\lambda t}+\frac{\operatorname{div}\tilde{\tilde{j}}^{\text{ст}}}{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}\left(e^{-\frac{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}{\varepsilon_a}t}-1\right)e^{\pm\lambda t}=\frac{\rho}{\varepsilon_a}, \tag{18}$$

где ρ – объемная плотность электрического заряда.

Полученное равенство (18) совпадает с третьим уравнением Максвелла, записанным для экспофункционального поля.

Второй случай. Пусть выполняется условие:

$$-\operatorname{div}\tilde{\tilde{j}}^{\text{ст}}=K\sin\omega t, \tag{19}$$

где K – величина, не зависящая от t.

В этом случае для решения уравнения (10) можно применить символический метод [7]. Общее решение уравнения (10) состоит из суммы общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения (10):

$$\operatorname{div}\tilde{\tilde{E}}=Ae^{-\frac{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}{\varepsilon_a}t}+\frac{K}{\sqrt{(\sigma\pm\lambda\varepsilon_a)^2+(\omega\varepsilon_a)^2}}\sin(\omega t-\operatorname{arctg}\frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}), \tag{20}$$

где A – постоянная величина. Эту величину найдем из равенства (20) при значении $t = 0$:

$$A=\operatorname{div}\tilde{\tilde{E}}_0+\frac{K}{\sqrt{(\sigma\pm\lambda\varepsilon_a)^2+(\omega\varepsilon_a)^2}}\sin(\operatorname{arctg}\frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}). \tag{21}$$

Подставляя значение A из (21) в формулу (20) и умножая обе части полученного равенства на $e^{\pm\lambda t}$, запишем:

$$\begin{aligned}\operatorname{div}e^{\pm\lambda t}\tilde{\tilde{E}}&=\left[\operatorname{div}\tilde{\tilde{E}}_0+\frac{K}{\sqrt{(\sigma\pm\lambda\varepsilon_a)^2+(\omega\varepsilon_a)^2}}\sin(\operatorname{arctg}\frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a})\right]e^{-\frac{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}{\varepsilon_a}t}e^{\pm\lambda t}+\\&+\frac{K}{\sqrt{(\sigma\pm\lambda\varepsilon_a)^2+(\omega\varepsilon_a)^2}}\sin(\omega t-\operatorname{arctg}\frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a})e^{\pm\lambda t}=\frac{\rho}{\varepsilon_a}.\end{aligned} \tag{22}$$

Это равенство совпадает с третьим уравнением Максвелла, записанным для экспофункционального поля во втором случае.

3.Обобщенное четвертое уравнение Максвелла экспофункционального поля

Уравнение, определяющее истоки и стоки вектора $\bar{H}$ экспофункционального поля, можно найти из второго уравнения (8).

Аналогично тому, как преобразовали уравнение (7), сократим обе части уравнения (8) на множитель $e^{\pm\lambda t}$ и применим операцию дивергенции к обеим частям полученного равенства. В результате получим:

$$\pm\lambda\mu_a \operatorname{div}\tilde{\tilde{H}} + \mu_a \frac{\partial \operatorname{div}\tilde{\tilde{H}}}{\partial t} = 0 . \tag{23}$$

Для фиксированных пространственных переменных это равенство можно переписать:

$$\pm\lambda\mu_a \operatorname{div}\tilde{\tilde{H}} + \mu_a \frac{d \operatorname{div}\tilde{\tilde{H}}}{dt} = 0 . \tag{24}$$

Последнее равенство является обыкновенным однородным дифференциальным уравнением первого порядка с постоянными коэффициентами с неизвестной функцией $\operatorname{div}\tilde{\tilde{H}}$. Общее решение этого уравнения имеет вид:

$$\operatorname{div}\tilde{\tilde{H}} = A_0 e^{\mp\lambda t} , \tag{25}$$

где A_0 – постоянная величина.

Умножим обе части равенства (25) на $e^{\pm\lambda t}$:

$$\operatorname{div} e^{\pm\lambda t}\tilde{\tilde{H}} = A_0 = \frac{\psi}{\mu_a} - \tag{26}$$

это есть уравнение, которое определяет истоки и стоки вектора $\bar{H}$ экспофункционального поля, где ψ – объемная плотность магнитного потока (заряда). Оно не совпадает с классическим четвертым уравнением Максвелла из-за отличия от нуля правой части этого уравнения. В этом случае уравнение, подобное уравнению (26), называется обобщенным четвертым уравнением Максвелла [9].

Найдем величину A_0. Из (26) при $t = 0$:

$$A_0 = \operatorname{div}\tilde{\tilde{H}} = \frac{\psi_0}{\mu_a} , \tag{27}$$

где $\tilde{\tilde{H}}_0, \psi_0$ – соответствующие величины при $t = 0$. В [4] найдена взаимосвязь между ψ и ρ. Для $t = 0$ эта взаимосвязь имеет вид:

$$|\psi_0| = \frac{\mu_a\lambda}{|\sigma\pm\lambda\varepsilon_a|}\frac{\tilde{H}_0}{\tilde{E}_0}|\rho_0| , \tag{28}$$

где ρ_0 – объемная плотность электрического заряда при $t = 0$; $\tilde{H}_0, \tilde{E}_0$ – модули соответствующих ядер векторов при $t = 0$. Из (18) получим величину ρ_0 (эту же величину можно получить и из (22)):

$$\rho_0 = \varepsilon_a \operatorname{div}\tilde{E}_0 . \tag{29}$$

Таким образом, ψ_0 можно рассчитать:

$$\psi_0 = (\pm)|\psi_0| = (\pm)\frac{\mu_a\lambda}{|\sigma\pm\lambda\varepsilon_a|}\frac{\tilde{H}_0}{\tilde{E}_0}|\varepsilon_a \operatorname{div}\tilde{\tilde{E}}_0| , \tag{30}$$

где знаки $\pm$ взяты в скобки, чтобы показать их независимость от знаков в множителе $e^{\pm\lambda t}$ и всех остальных выражениях, найденных ранее. Подставив значение ψ_0 из (30) в формулу (27), получим искомое значение A_0.

Следовательно, обобщенное четвертое уравнение Максвелла экспофункционального поля в окончательной форме имеет вид:

$$\operatorname{div} e^{\pm\lambda t}\tilde{\tilde{H}} = (\pm)\frac{\lambda}{|\sigma\pm\lambda\varepsilon_a|}\frac{\tilde{H}_0}{\tilde{E}_0}|\varepsilon_a \operatorname{div}\tilde{\tilde{E}}_0| = \frac{\psi}{\mu_a} . \tag{31}$$

4. Электрический и магнитный заряды экспофункционального поля

Выражения для электрического заряда и магнитного потока (заряда) экспофункционального поля можно записать из третьего и соответственно обобщенного четвертого уравнений Максвелла:

$$\rho = \varepsilon_a\left(\operatorname{div}\tilde{\tilde{E}}_0 + \frac{\operatorname{div}\tilde{\tilde{j}}^{\text{ст}}}{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}\right)e^{\frac{-\sigma}{\varepsilon_a}t} - \frac{\varepsilon_a \operatorname{div}\tilde{\tilde{j}}^{\text{ст}}}{\sigma\pm\lambda\varepsilon_a}e^{\pm\lambda t} \tag{32}$$

– для первого случая;

$$\rho = \varepsilon_a \left[\operatorname{div} \tilde{\tilde{E}}_0 + \frac{K}{\sqrt{(\sigma \pm \lambda\varepsilon_a)^2 + (\omega\varepsilon_a)^2}} \sin(\operatorname{arctg} \frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma \pm \lambda\varepsilon_a}) \right] e^{\frac{-\sigma}{\varepsilon_a} t} + \\ + \frac{\varepsilon_a K}{\sqrt{(\sigma \pm \lambda\varepsilon_a)^2 + (\omega\varepsilon_a)^2}} \sin(\omega t - \operatorname{arctg} \frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma \pm \lambda\varepsilon_a}) e^{\pm\lambda t} \tag{33}$$

– для второго случая;

$$\psi = (\pm) \frac{\lambda\mu_a}{|\,\sigma \pm \lambda\varepsilon_a\,|} \frac{\tilde{H}_0}{\tilde{E}_0} \,|\, \varepsilon_a \operatorname{div} \tilde{\tilde{E}}_0 \,|. \tag{34}$$

Ядра этих же величин имеют следующий вид:

$$\tilde{\rho} = \varepsilon_a \operatorname{div} \tilde{\tilde{E}}_0 e^{-\frac{\sigma \pm \lambda\varepsilon_a}{\varepsilon_a} t} + \frac{\varepsilon_a \operatorname{div} \tilde{\tilde{j}}^{\text{ст}}}{\sigma \pm \lambda\varepsilon_a} (e^{-\frac{\sigma \pm \lambda\varepsilon_a}{\varepsilon_a} t} - 1) \tag{35}$$

– для первого случая;

$$\tilde{\rho} = \varepsilon_a \left[\operatorname{div} \tilde{\tilde{E}}_0 + \frac{K}{\sqrt{(\sigma \pm \lambda\varepsilon_a)^2 + (\omega\varepsilon_a)^2}} \sin(\operatorname{arctg} \frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma \pm \lambda\varepsilon_a}) \right] e^{-\frac{\sigma \pm \lambda\varepsilon_a}{\varepsilon_a} t} + \\ + \frac{\varepsilon_a K}{\sqrt{(\sigma \pm \lambda\varepsilon_a)^2 + (\omega\varepsilon_a)^2}} \sin(\omega t - \operatorname{arctg} \frac{\omega\varepsilon_a}{\sigma \pm \lambda\varepsilon_a}) \tag{36}$$

– для второго случая;

$$\tilde{\psi} = (\pm) \frac{\lambda\mu_a}{|\,\sigma \pm \lambda\varepsilon_a\,|} \frac{\tilde{H}_0}{\tilde{E}_0} \,|\, \varepsilon_a \operatorname{div} \tilde{\tilde{E}}_0 \,|\, e^{\pm\lambda t}. \tag{37}$$

Из совместного рассмотрения уравнений Максвелла (7), (8), (18), (22) и (31) и выражений для электрического заряда и магнитного потока (32) – (37) можно сделать более полные выводы о свойствах и особенностях экспофункционального поля.

Прежде всего, в выражении объемной плотности тока проводимости (см. первое уравнение Максвелла (7)) содержится множитель ($\sigma \pm \lambda\varepsilon_a$), который присутствует в коэффициентах, где есть σ, третьего, обобщенного четвертого уравнениях Максвелла и, как следствие, в постоянных коэффициентах выражений для $\psi, \tilde{\rho}$ и $\tilde{\psi}$, а так же в большинстве коэффициентов для ρ. Это говорит о том, что составляющая тока проводимости, которая появляется за счет проводимости σ вещества, и составляющая тока проводимости, которая присутствует в уравнении (7) за счет экспофункционального стороннего тока возбуждения, равноправны физически, т.е. порождаются направленным перемещением носителей электрического заряда. Отличие состоит только в том, что первая составляющая тока проводимости возникает от носителей, которые заряжены практически только электрическими зарядами, а вторая составляющая тока проводимости – от дуально заряженных носителей (носителей, имеющих электрические заряды и магнитные монополи) [4, 9]. Это отличие отражено во втором уравнении Максвелла (8) величиной $\pm\lambda\mu_a e^{\pm\lambda t} \tilde{\tilde{H}}$ – вектором объемной плотности напряжения сопротивления [10] (магнитного тока). Таким образом, напряжение сопротивления (магнитный ток) возникает от направленного перемещения магнитных монополей (магнитных зарядов). В идеальном диэлектрике (σ = 0), включая физический вакуум, вторая составляющая тока проводимости всегда существует в экспофункциональном поле.

Теперь о продолжительности существования электрических зарядов и магнитных потоков экспофункционального поля. Продолжительность существования всех процессов экспофункционального поля ограничена временем практического существования непериодического экспофункционального возбуждения в случае нижнего знака при λ, т.е. временем практического существования экспофункционального поля. Эта величина приблизительно равна 3/λ с. Это относится и к величинам ρ и ψ (см. формулы (32) – (34)). Величину λ можно сделать сколь угодно малой, поэтому время существования ρ и ψ – сколь угодно большим.

В заключении отметим, что найденные в данной работе третье и обобщенное четвертое уравнения Максвелла экспофункционального поля и выражения для электрических зарядов и магнитных потоков этого поля можно использовать для теоретических и экспериментальных исследований свойств экспофункционального поля.

Литература

1. *Dirac P.A.M.* Quantised singularities in the electromagnetic field // Proc. of the Royal Society. – 1931. – Vol. A 133. – 60.
2. *Іваницький А.М.* Сигнальний спосіб компенсації поглинання радіосигналу в тракті поширення радіохвиль лінії радіозв'язку / Патент України на винахід № 39566А від 15.06.2001. Бюл. № 5; заявл. 13.10.2000.
3. *Иваницкий А.М.* Экспофункциональные поля // Наукові праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – 2001. – № 1. – С. 18-21.
4. *Иваницкий А.М.* Исследование потока магнитных монополей экспофункционального поля // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2003. – № 2. – С. 9-14.
5. *Иваницкий А.М.* Реактивные элементы при экспофункциональных воздействиях // Сб. научн. тр. Украинской государсвенной академии связи им. А.С. Попова “Информатика и связь”. – 1996. – С. 236-240.
6. *Иваницкий А.М.* Матрицы в векторном анализа // Наукові праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – 2002. – № 1. – С. 19-25.
7. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. Т. II – 18-е изд., стереот. – М.: ФМЛ, 1962. – 628 с.
8. *Смолянский М.Л.* Таблицы неопределенных интегралов. – М.: ФМЛ, 1963. – 112 с.
9. *Поиски монополей Дирака / Е.* Амальди, Г. Барони, Х. Брандер, М. Карвальо, Л. Хоффман, А. Мальфредини, Г. Вандрхаале // Монополь Дирака. – М.: Мир, 1970. – С. 112-237.
10. *Tang Ju-Fei.* Единая модель электрического и магнитного монополей // Higt Energy Phys and Nucl. Phys. – 2000. – Vol. 24. – № 8. – P. 702-710.
11. *Иваницкий А.М.* Принцип дуальности в электродинамике // Наукові праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – 2000. – № 3. – С. 29-35.