

**ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СВОЙСТВ ДИСКРЕТНО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ
И ДИСКРЕТНО-ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ РЕФЛЕКТОРОВ**

**A NUMERICAL ANALYSIS OF PROPERTIES OF THE DISCREET-HYPERBOLIC
AND THE DISCREET-ELLIPTIC REFLECTORS**

Аннотация. На основе интегрального уравнения, применительно к двумерной модели, проведен численный анализ электродинамических характеристик дискретно-гиперболических и дискретно-эллиптических рефлекторов. Анализируются результаты расчетов амплитудно-фазовых распределений рассеянных полей в полосе частот.

Summary. On the basis of integral equation for two-dimensional model of discreet-hyperbolic and discreet-elliptic reflectors the numerical analyses of electrodynamical characteristics have been conducted. The results of the calculations of the amplitude-phase scattered field distributions have been analyzed.

В двухзеркальных и многозеркальных антеннах в качестве контррефлекторов широко применяются гиперболические и эллиптические зеркала [1]. Размеры контррефлекторов значительно меньше размеров основного зеркала, поэтому расчеты амплитудно-фазовых распределений рассеянных полей, основанные на приближении геометрической оптики, могут содержать значительные погрешности. Совершенно неприменимыми становятся такие методы в случае, если рабочая поверхность рефлектора дискретная, т.е. состоит из нескольких небольших элементов.

В настоящей работе, продолжающей исследования, опубликованные в [2, 3], на основе численного метода интегральных уравнений [4] выполнен расчет характеристик рефлекторов с низкопрофильной дискретно-гиперболической или дискретно-эллиптической рабочей поверхностью.

Цель этих исследований состояла в том, чтобы оценить влияние геометрических и частотных факторов на особенности фокусировки и амплитудно-фазовые характеристики рассеянных полей дискретных и сплошных рефлекторов.

Математическая постановка задачи. Будем рассматривать двумерный случай. Контур гиперболических и эллиптических рефлекторов с эксцентриситетом [5]

$$\varepsilon = \sqrt{1 \mp \frac{b^2}{a^2}}$$

в декартовых координатах описывается уравнением кривой второго порядка

$$\frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

где верхний знак соответствует эллипсу, нижний – гиперболе, a и b – параметры.

Как известно, эллиптический либо гиперболический рефлектор формирует цилиндрический фронт отраженной волны, если источник падающей цилиндрической электромагнитной волны помещен в один из фокусов.

Рассмотрим вначале контур гиперболы L_g с параметром a_0 , эксцентриситетом ε_0 и фокусами в точках $F_1(x_1, 0)$ и $F_2(x_2, 0)$, образованный пересечением поверхности гиперболического цилиндра с плоскостью xOy (рис. 1, а).

На основе геометрических построений определим условия и геометрию, необходимые для формирования цилиндрического фронта волны рефлектором с дискретной рабочей поверхностью.

Образует контур такого рефлектора L_d из элементов в виде пересечения симметричных вырезок семейства поверхностей софокусных гиперболических цилиндров с плоскостью xOy . При этом пусть крайние точки элементов контура такой дискретной поверхности опираются на воображаемую плоскость раскрытия, фокусы находятся в точках $F_1(x_1, 0)$ и $F_2(x_2, 0)$, а высота профиля t есть постоянная величина.

Выберем фокальные радиусы $r_{1n} = F_1A_n$ и $r_{2n} = F_2A_n$, соединяющие фокусы с точками на поверхности n -го элемента дискретного контура такими, чтобы выполнялось соотношение

$$r_{n1} - r_{n2} = r_{01} - r_{02} + n\lambda_0, \quad (1)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots, N$ – номер элемента, а λ_0 – средняя длина волны рабочего диапазона.

Учитывая, что $r_{n1} - r_{n2} = 2a_n$, где a_n – параметр n -й гиперболы, из (1) следует

$$a_n = a_0 + n\lambda_0 / 2. \quad (2)$$

Нетрудно показать, что условие (2) эквивалентно равенству

$$F_1 A_n Q = F_1 A_0 Q + n\lambda_0, \quad (3)$$

обеспечивающему на цилиндрическом круговом контуре L_c (рис. 1, а) синфазность полей, отраженных от дискретного рефлектора, в случае, когда источник цилиндрической волны помещен в дальнем фокусе F_1 .

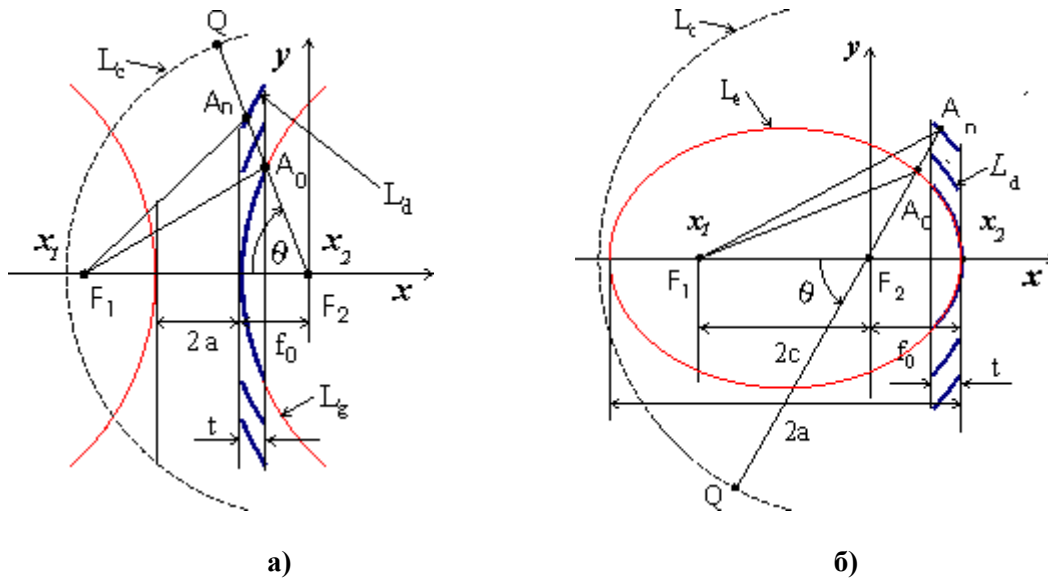


Рисунок 1 – Геометрия дискретно-гиперболического (а) и дискретно-эллиптического (б) рефлекторов

Выбирая высоту профиля t приблизительно равной $\lambda_0 / 2$, получим контур многосвязной поверхности двумерного дискретно-гиперболического рефлектора, каждый n -й элемент которой представляет собой симметричную вырезку гиперболического цилиндра с фокусным расстоянием f_n , эксцентриситетом $\varepsilon_n = f_n / a_n + 1$, параметрами a_n и $b_n = a_n \sqrt{\varepsilon_n^2 - 1}$.

Рассмотрим теперь контур эллипса L_e с параметром a_0 , эксцентриситетом ε_0 и фокусами в точках $F_1(x_1, 0)$ и $F_2(x_2, 0)$, образованный пересечением поверхности гиперболического цилиндра с плоскостью xOy (рис. 1, б).

Образует контур дискретного рефлектора L_d из элементов в виде пересечения симметричных вырезок семейства поверхностей софокусных эллиптических цилиндров с плоскостью xOy . Пусть крайние точки элементов контура такой дискретной поверхности опираются на воображаемую плоскость раскрыва, фокусы находятся в точках $F_1(x_1, 0)$ и $F_2(x_2, 0)$, а высота профиля t есть постоянная величина.

Выберем фокальные радиусы $r_{1n} = F_1 A_n$ и $r_{2n} = F_2 A_n$, соединяющие фокусы с точками на поверхности n -го элемента дискретного контура такими, чтобы выполнялось соотношение

$$r_{n1} + r_{n2} = r_{01} + r_{02} + n\lambda_0, \quad (4)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots, N$ – номер элемента, а λ_0 – средняя длина волны рабочего диапазона.

Учитывая, что $r_{n1} + r_{n2} = 2a_n$, где a_n – параметр n -го эллипса, из (4) следует

$$a_n = a_0 + n\lambda_0 / 2. \quad (5)$$

Нетрудно показать, что условие (5) эквивалентно равенству

$$F_1 A_n Q = F_1 A_0 Q + n \lambda_0, \quad (6)$$

обеспечивающему на цилиндрическом круговом контуре L_c (рис. 1,б) синфазность полей, отраженных от дискретного рефлектора, в случае, когда источник цилиндрической волны помещен в дальнем фокусе F_1 .

Выбирая высоту профиля приблизительно равной $\lambda_0 / 2$, получим контур многосвязной поверхности двумерного дискретно-эллиптического рефлектора, каждый n -й элемент которой представляет собой симметричную вырезку эллиптического цилиндра с фокусным расстоянием f_n , эксцентриситетом $\varepsilon_n = f_n / a_n + 1$ и параметрами a_n и $b_n = a_n \sqrt{\varepsilon_n^2 - 1}$.

Исследуемые модели и характеристики. Последующий численный анализ характеристик рефлекторов основан на двумерных моделях, изображенных на рис. 1, где рефлектор представляет собой бесконечно тонкую идеально проводящую многосвязную (дискретную) поверхность (экран). Ориентация экрана такова, что в декартовой системе координат, плоскость xOy совпадает с плоскостью сечения и образует в этом сечении с поверхностью контур экрана L_d .

Рефлектор облучается источником монохроматической волны в виде нити электрического тока (E-поляризация) расположенного в дальнем относительно экрана фокусе в точке с координатами $(x_1, 0)$.

Задача дифракции для рассматриваемого случая состоит в определении поверхностной плотности тока на экране и сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода [2,4].

$$\frac{\omega \mu}{4} \int_{L_d} J_z(t) K(\tau, t) dt = E_z^0(\tau), \quad (7)$$

где $K(\tau, t) = H_0^{(2)}(kR_0(\tau, t)) \sqrt{(\partial \xi(t) / \partial t)^2 + (\partial \eta(t) / \partial t)^2}$; H_0^2 – функция Ханкеля второго рода нулевого порядка; $E_z^0(\tau)$ – падающее (создаваемое источником) поле; R_0 – расстояние между точкой интегрирования и точкой наблюдения; ξ, η – локальные координаты точек на контуре L_d .

Численное решение этого уравнения осуществляется путем сведения его к системе линейных алгебраических уравнений методом коллокации и, как показано в [4,6], в этом случае устойчивость решения обеспечивается без применения каких-либо дополнительных регуляризующих процедур.

В ходе решения задачи определялось оптимальное (исходя из допустимой погрешности расчетов и затрачиваемого времени) число точек коллокации, которое при относительной погрешности менее 0,1% составило примерно 30 точек на участке экрана протяженностью в одну длину волны.

Контроль внутренней сходимости решения, выполнения граничных условий и условия Мейкнера, также проводившийся в процессе вычислений, гарантировал точность и достоверность получаемых результатов.

Найденные распределения плотности продольного поверхностного тока на экране использованы при расчете (путем численного интегрирования) рассеянных полей и других характеристик.

Для исследования выбирались модели дискретных рефлекторов с размером раскрытия $D = 20\lambda_0$. В процессе численного анализа геометрия дискретных рефлекторов рассчитывалась для средней длины волны λ_0 рабочего диапазона ($0,8\lambda_0 \leq \lambda \leq 1,2\lambda_0$).

Найденные в процессе решения задачи распределения поверхностного тока на экране использовались при расчете амплитудно-фазового распределения рассеянного поля на оси зеркала, на круговом контуре с центром в ближнем фокусе, а также в дальней зоне. Аналогичные расчеты проводились и для неразрывных гиперболических и эллиптических рефлекторов, имеющих аналогичные геометрические параметры, что позволило сравнить полученные результаты.

Обсуждение результатов. Ниже показаны нормированные амплитудные (рис. 2) и фазовые (рис. 3) распределения рассеянного поля на контуре L_c для гиперболических рефлекторов с фокусным расстоянием $f_0 = 5\lambda_0$, полученные в результате проведенных расчетов. Здесь (и на всех последующих рисунках) пунктирная кривая соответствует неразрывным экранам, а сплошная – дискретным.

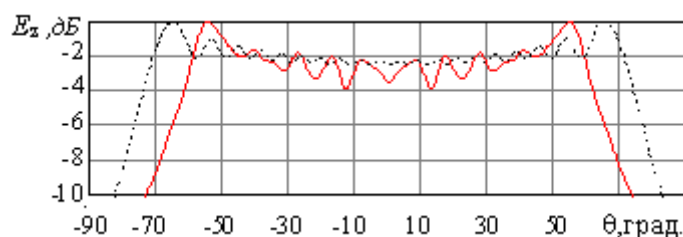


Рисунок 2 – Распределение амплитуды рассеянного поля (гиперболический рефлектор, $\lambda = \lambda_0$)

В случае дискретного рефлектора амплитудные осцилляции более заметны, что обусловлено, по-видимому, влиянием локальных эффектов затенения. Впрочем, величина этих осцилляций не столь велика (менее 2 дБ).

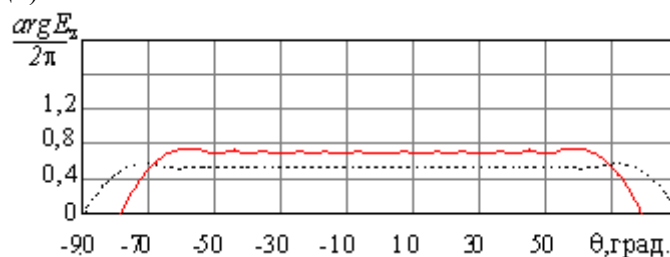


Рисунок 3 – Распределение фазы рассеянного поля (гиперболический рефлектор, $\lambda = \lambda_0$)

Фазовые распределения рассеянных полей для рефлекторов обоих типов достаточно равномерны, а разная угловая протяженность области равномерного поля, хорошо заметная на этих рисунках, объясняется тем, что при одинаковых размерах раскрыва и фокусном расстоянии угол раскрыва дискретного рефлектора всегда меньше, чем сплошного.

Результаты аналогичных расчетов углового распределения рассеянного поля на контуре L_c для эллиптических рефлекторов с фокусным расстоянием $f_0 = 10\lambda_0$ иллюстрируют рис. 4 и 5.

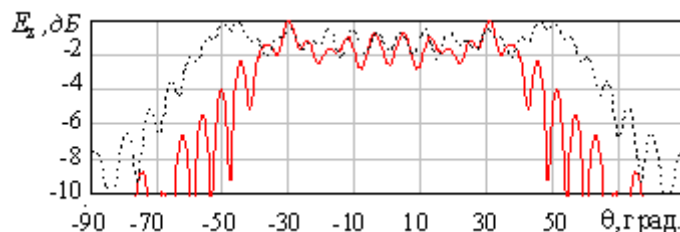


Рисунок 4 – Распределение амплитуды рассеянного поля (эллиптический рефлектор, $a_0 = 1,25f_0, \lambda = \lambda_0$)

Здесь для дискретного рефлектора в пределах сектора углов, соответствующего углу раскрыва, также наблюдается некоторая неравномерность амплитудного распределения и весьма слабо выраженная неравномерность фазового распределения.

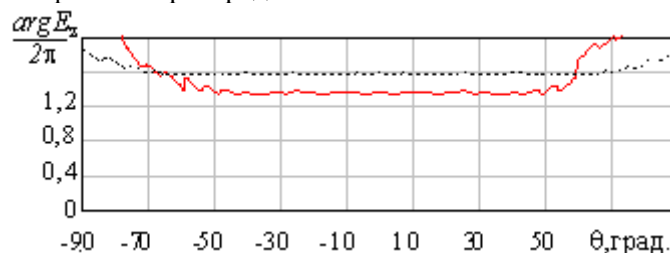


Рисунок 5 – Распределение фазы рассеянного поля (эллиптический рефлектор, $a_0 = 1,25f_0, \lambda = \lambda_0$)

Представленные на рис. 6 нормированные распределения амплитуды поля на оси эллиптического рефлектора хорошо иллюстрируют его фокусирующие свойства. Видно, что такой рефлектор достаточно хорошо концентрирует поле (уровень второго максимума составляет около -10 дБ), при этом положение фокальной точки точно соответствует ближнему фокусу эллипса, однако размер фокального пятна несколько больше, чем у сплошного рефлектора.

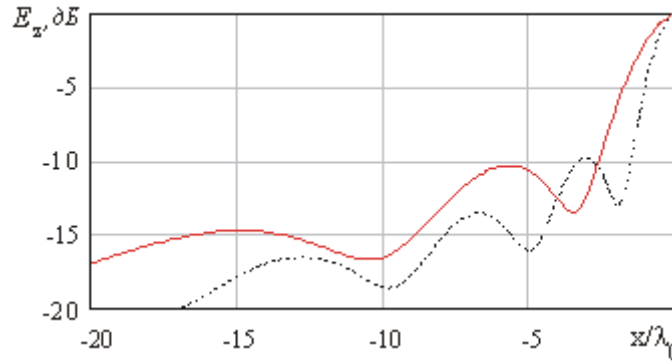


Рисунок 6 – Распределение поля на оси эллиптического рефлектора ($a_0 = 1,25f_0, \lambda = \lambda_0$)

Большой интерес представляет анализ частотных свойств дискретных рефлекторов. Как было установлено ранее [2,3] характеристики дискретно-параболических и дискретно-круговых рефлекторов обладают заметной частотной зависимостью, которая проявляется, в частности, в изменении положения фокуса и росте амплитудных и фазовых осцилляций формируемого поля. Поэтому были проведены расчеты амплитудно-фазовых распределений поля при изменении длины волны и для рассматриваемых в данной работе рефлекторов, результаты которых представлены ниже.

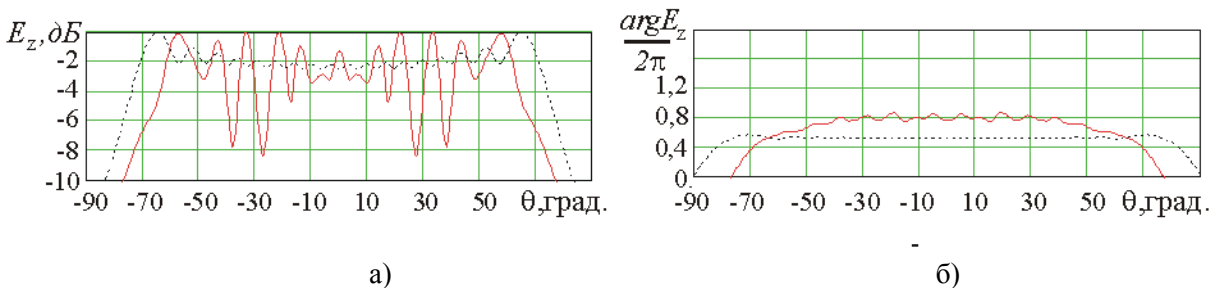


Рисунок 7 – Распределение амплитуды (а) и фазы (б) рассеянного поля (гиперболический рефлектор, $\lambda = 0,8\lambda_0$)

На рис. 7 и 8 хорошо заметно возрастание амплитудных осцилляций (до 8 дБ) поля рассеянного рефлектором в рабочем секторе углов, а также появление видимых фазовых осцилляций. Наряду с этим наблюдается изгиб фазовой характеристики, происходящий вследствие изменения положения точки фокусировки, причем смещение этой точки для двух рассматриваемых типов рефлекторов происходит в противоположных направлениях.

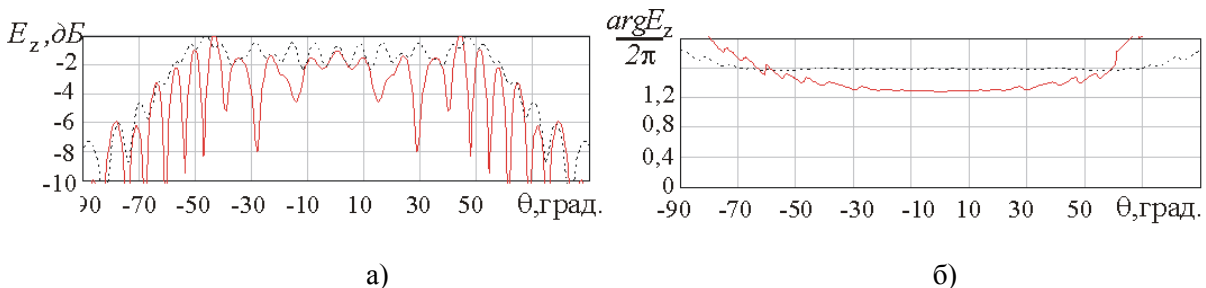


Рисунок 8 – Распределение амплитуды (а) и фазы (б) рассеянного поля (эллиптический рефлектор, $a_0 = 1,25f_0, \lambda = 0,8\lambda_0$)

Этот факт, в частности, иллюстрируют зависимости амплитудного распределения поля на оси дискретно-эллиптического рефлектора, показанные на рис. 9. Видно, что с уменьшением длины волны фокальное пятно смещается по направлению к рефлектору, а с ее увеличением – по направлению от рефлектора. При этом фокусирующие свойства рефлектора ухудшаются: заметно изменяется размер фокального пятна и возрастает уровень второго максимума. Подчеркнем, что для дискретно-гиперболического рефлектора смещения фокального пятна происходят в обратных, по сравнению с дискретно-эллиптическим рефлектором, направлениях.

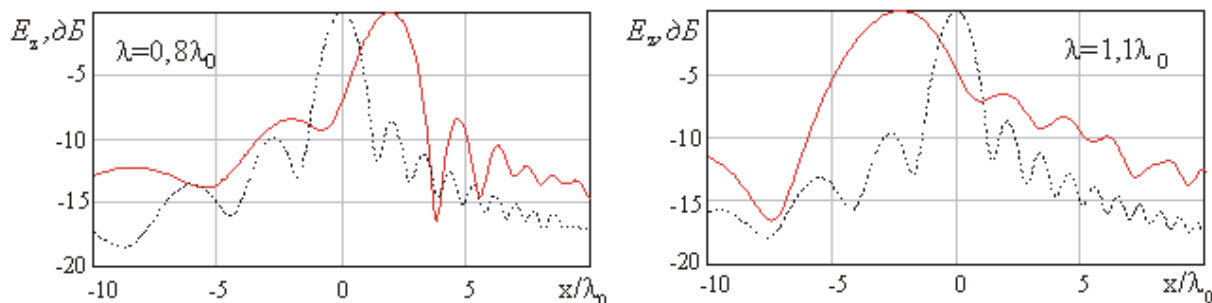


Рисунок 9 – Распределение рассеянного поля на оси
(эллиптический рефлектор, $a_0 = 1,25f_0$)

В заключение заметим, что эффект смещения фокуса может дать положительный результат в двухзеркальных антеннах построенных по системе Грегори с дискретно-параболическим основным зеркалом и дискретно-эллиптическим контррефлектором. В такой конструкции смещение фокуса основного зеркала, происходящее при изменении частоты, можно будет частично «скомпенсировать» за счет смещения фокуса контррефлектора, что позволит несколько расширить рабочий диапазон частот.

Кроме того, низкопрофильная (квазиплоская) конструкция такого контррефлектора позволит использовать его в короткофокусных двухзеркальных антенных системах и тем самым в значительной мере обойти ограничения, которые присущи системе Грегори, из-за наличия «самозатенения» контррефлектора.

Наоборот, в антеннах, построенных по системе Кассегрена, при изменении частоты смещение фокальных точек дискретного основного рефлектора и дискретного контррефлектора происходит в противоположных направлениях, и это должно привести к сужению рабочей полосы частот. Частотные свойства такой антенной системы окажут действие подобное применению полосового антенного фильтра, и это в некоторых случаях также может оказаться полезным, например, для снижения уровня внешних помех, поступающих на вход приемного устройства, и улучшения условий ЭМС.

Литература

1. Сканирующие антенные системы СВЧ. – Т1 / Под ред. Г.Т. Маркова и А.Ф. Чаплина. – М.: Сов. Радио, 1966. – 536 с.
2. Цалиев Т.А. Численный анализ направленных свойств дискретно-параболических рефлекторов // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова . – 2003. – № 2. – С. 37-42.
3. Цалиев Т.А. Численный анализ направленных свойств дискретно-круговых рефлекторов // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова . – 2003. – № 3. – С. 37-42.
4. Захаров Е.В., Пименов Ю.В. Численный анализ дифракции радиоволн. – М.: Радио и связь , 1982. – 184 с.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1970. – 720 с.
6. Дмитриев В.И., Захаров Е.В. О численном решении некоторых интегральных уравнений Фредгольма первого рода // В кн.: "Вычислительные методы и программирование". – М.: Изд-во МГУ, 1968. – Вып. 10. – С. 49-54.