УДК 621.39

Мирошников В.В., Стеклов В.К.
Miroshnikov V.V., Steklov V.C.

ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ С МЕСТНОЙ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

ESTIMATION OF STABILITY OF INDEPENDENT SYSTEMS OF PHASE AUTOFINE TUNING WITH THE LOCAL POSITIVE FEEDBACK

Аннотация. Исследование системы ФАП с управлением по отклонению и местной положительной обратной связью при использовании метода пространства состояний. Дана оценка устойчивости систем ФАП второго, третьего и четвертого порядков.

Summary. Systems PAT with management on deviations and a local positive feedback at use of a method of space of conditions is examined. The estimation of stability of systems PAT of the second, third and fourth orders is given.

Системы фазовой автоподстройки (ФАП) предназначены для согласования (идентификации) фаз синусоидальных напряжений. Их используют в радиолокации, связи, электротехнике, телемеханике и других областях, где требуется обеспечить синфазность напряжений синусоидального тока.

Основными показателями качества систем ФАП является точность и быстродействие. При этом точность оценивается для установившихся (синхронных) динамических режимов при медленно меняющихся задающих воздействиях (разности фаз двух сравниваемых по фазе напряжений), а быстродействие является характеристикой переходного процесса системы ФАП при ступенчатых изменениях разности фаз сравниваемых напряжений. В современных системах связи к точности и быстродействию применяемых систем ФАП предъявляются жесткие требования.

Системы фазовой автоподстройки с местной положительной обратной связью (ОС) используются для повышения точности в установившихся и переходных режимах [1-4]. Поскольку система ФАП имеет положительную ОС, то стремление улучшить основные показатели систем ФАП приводит к необходимости исследования их устойчивости.

Цель настоящей работы – привести результаты исследования устойчивости систем ФАП 2-4-го порядков с ОС.

Структурная схема системы ФАП с управлением по отклонению и положительной местной обратной связью изображена на рис. 1. Здесь $\alpha(s)$, $\beta(s)$, $\Delta\varphi(s)$ – изображение по Лапласу, задающего воздействия (разности фаз двух напряжений), управляемой величины (разности фаз входного и выходного напряжений управляемого фазовращателя) и сигнала фазовой ошибки соответственно; ЭС, С – элемент сравнения и сумматор; $K_1(s), K_2(s), K_3(s)$ – передаточные функции фазового дискриминатора и фильтра нижних частот в совокупности; части усилителя с параллельной коррекцией; части усилителя интегратора и фазовращателя в совокупности соответственно; $K_k(s), K_{\text{ос}}(s)$ – передаточные функции параллельного корректирующего звена и звена положительной обратной связи соответственно; s – оператор Лапласа.

Структурная схема рис. 1 получается из структурных схем систем ФАП с дифференциальными связями путем их преобразования.

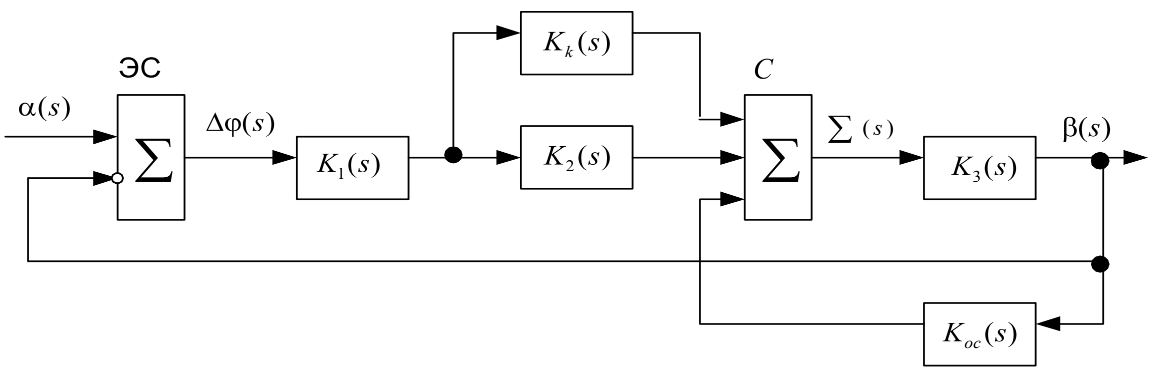

Рисунок 1 – Структурная схема системы ФАП с управлением по отклонению и с положительной местной обратной связью

1. Система ФАП второго порядка

На структурной схеме системы ФАП положим $\alpha(s)=0$. Передаточная функция системы ФАП с ОС в разомкнутом состоянии

$$K_p(s)=\frac{K_1(s)[K_k(s)+K_2(s)]K_3(s)}{1-K_3(s)K_{\text{ос}}(s)}. \tag{1}$$

Передаточные функции функционально необходимых элементов системы определим следующим образом:

$$\begin{aligned}&K_1(s)=k_1,\quad K_3(s)=k_2/s,\quad K_{\text{ос}}(s)=\tau_1 s/(d_1 s+1),\\ &K_k(s)=\tau_1 s/[k_1(d_1 s+1)].\end{aligned} \tag{2}$$

С учетом (2)для случая интегрирующего фильтра при $K_2(s)=1/(\tau_1 s+1)$ и $d_1=T_1$ из (1) получаем

$$K_p(s)=(2x\eta s+\omega_0^2)/[s^2+2\eta(1-x)s], \tag{3}$$

где $\eta=1/(2T_1)$; $\omega_0^2=k_1k_2/T_1$; $x=\tau_1 k_2$.

Аналогично в случае пропорционально-интегрирующего фильтра при $K_2(s)=(T_1 s+1)/(T_2 s+1)$ и $d_1=T_2$

находим $K_p(s)=[(x_1+2\eta_1)s+\omega_1^2)]/(s^2-x_1 s)$,

где $\eta_1=(1+k_1k_2T_1)/2T_2$, $\omega_1^2=k_1k_2/T_2$, $x_1=(\tau_1 k_2-1)/T_2$.

На основании (3) составлена схема в переменных состояния (рис. 2,а). Соответствующие схеме уравнения состояния имеют вид:

$$\dot{\vec{x}}(t)=A\,\vec{x}(t);\qquad \vec{y}(t)=C\,\vec{x}(t);$$

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -\omega_0^2 & -2\eta\end{bmatrix};\quad (sE-A)=\begin{bmatrix}s & -1\\ \omega_0^2 & s+2\eta\end{bmatrix},\quad \begin{matrix}c=[1\quad 0]\\ \vec{x}=[x_1\quad x_2]^T\end{matrix};$$

где $x_1=\beta(t)$, $x_2=\dot{\beta}(t)$ – переменные (координаты) состояния. Здесь и далее точка над символом означает взятие производной по *t*.

Характеристический полином системы: $\det[sE-A]=s^2+2\eta s+\omega_0^2$.

Условия устойчивости системы второго порядка по алгебраическому критерию Гурвица: $2\eta>0$, $\omega_0^2>0$ – выполняются, поэтому система ФАП с ОС является устойчивой. Для системы ФАП с пропорционально интегрирующим фильтром (ПИФ) условие устойчивости: $2\eta_1>0$, $\omega_1^2>0$ также выполняется, т.е. и в этом случае система ФАП с ОС устойчива.

2. Система третьего порядка

В общем случае условие $d_1=T_1$ (или $d_1=T_2$ для системы ФАП с ПИФ) может не выполняться.

При этом для передаточной функции системы (рис.1) в разомкнутом состоянии справедливо выражение $[K_2(s)=1/(T_1 s+1)]$:

$$K_p(s)=\frac{xqs^2+(2x\eta q+\omega_0^2)s+\omega_0^2 q}{s^3+[2\eta+q(1-x)]s^2+2\eta q(1-x)s}, \tag{4}$$

где $q=1/d_1$.

В случае, когда $K_2(s)=(T_1 s+1)/(T_2 s+1)$ из (1), получаем

$$K_p(s)=\frac{(T_1\omega_1^2+xq)s^2+q(2\eta_1+x_1)s+\omega_1^2 q}{s^3+(2\eta_1-T_1\omega_1^2+qx_1T_2)s^2+(\omega_1^2-qx_1)s}.$$

Схема в переменных состояния, соответствующая (4), представлена на рис. 2,*б*. Здесь: $a_0=\omega_0^2 q$, $a_1=\omega_0^2+2\eta q$, $a_2=2\eta+q$.

Запишем на основании рис.2,*б* уравнения состояния:

$$\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t), \qquad \vec{y} = C\vec{x}(t),$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\omega_0^2 q & -(\omega_0^2 + 2\eta q) & -(2\eta + q) \end{bmatrix},$$

$$(sE - A) = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ \omega_0^2 q & \omega_0^2 + 2\eta q & s + (2\eta + q) \end{bmatrix}.$$

Характеристический полином системы ФАП третьего порядка.

$$\det[sE - A] = s\begin{bmatrix} s & -1 \\ \omega_0^2 + 2\eta q & s + (2\eta + q) \end{bmatrix} + 0 + \omega_0^2 q \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ s & -1 \end{bmatrix} =$$

$$= s^3 + (2\eta + q)s^2 + (\omega_0^2 + 2\eta q)s + \omega_0^2 q.$$

Условия устойчивости системы третьего порядка по алгебраическому критерию Гурвица:

$$2\eta + q > 0, \quad \omega_0^2 + 2\eta q > 0, \quad \omega_0^2 q > 0;$$

$$(\omega_0^2 + 2\eta q)(2\eta + q) > \omega_0^2 q.$$

Последнее неравенство можно записать в виде: $2\eta(\omega_0^2 + 2\eta q + q^2) > 0.$

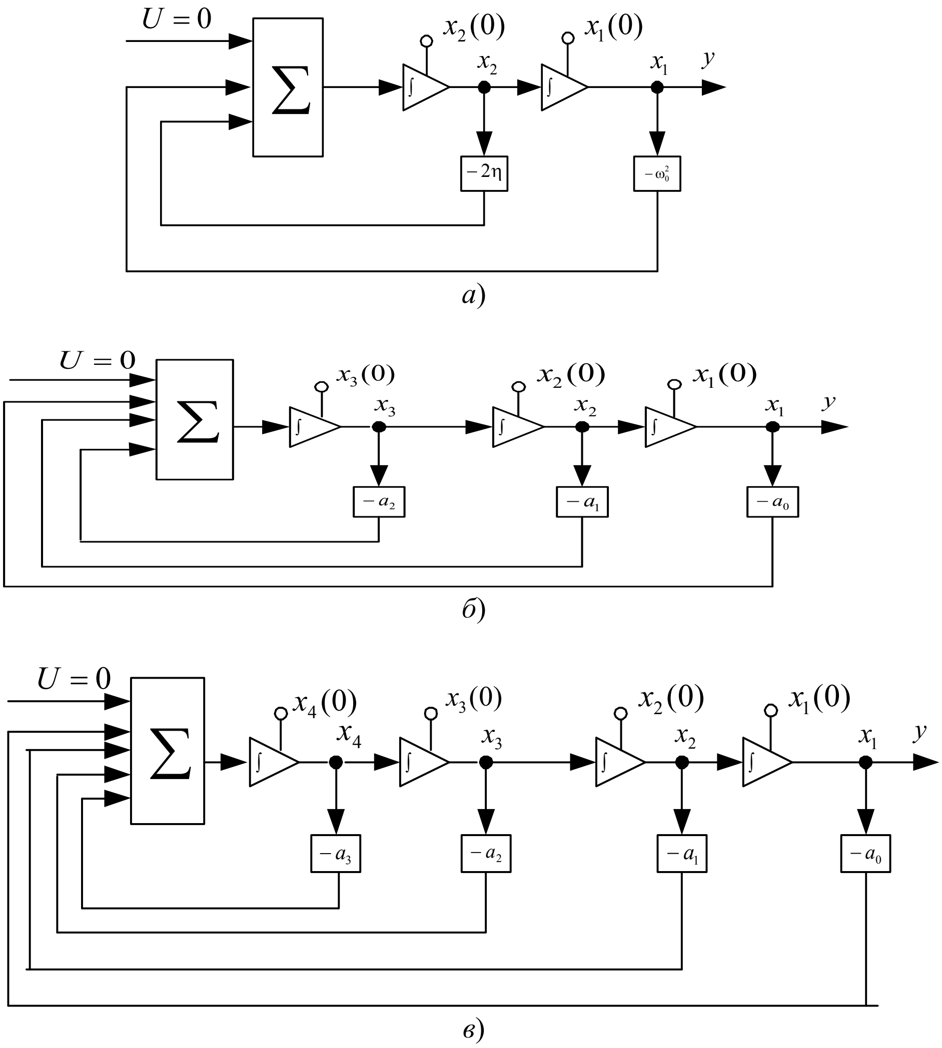

Рисунок 2 – Схемы автономных систем ФАП с ОС в переменных состояния

Анализ показывает, что для устойчивости достаточно, чтобы параметры η, q и ω_0^2 были больше 0. Поскольку η и ω_0^2 всегда больше нуля из физических соображений, то для устойчивости системы ФАП с ОС достаточно, чтобы корень $s_1 = -q$ знаменателя связи был отрицательным, что всегда выполняется, так как знаменатель равен $d_1(s+q)$.

3. Система ФАП четвертого порядка

При использовании звена ОС с передаточной функцией $K_{oc}(s) = (\tau_2 s^2 + \tau_1 s)/(d_2 s^2 + d_1 s + 1)$ система (см. рис. 1) будет описываться дифференциальным уравнением четвёртого порядка.

Подставив выражение для $K_{oc}(s)$ в (1), находим

$$[K_2(s) = 1/(T_1 s + 1)];$$

$$K_p(s) = D_p(s)/F_p(s), \tag{5}$$

где
$$D_p(s) = \tau_2 k_2 s^3 + (2\tau_2 k_2 \eta + \tau_1 k_2 + \omega_0^2 u_2)s^2 + (2\tau_1 k_2 \eta + \omega_0^2 d_1)s + \omega_0^2;$$

$$F_p(s) = d_2 s^4 + (2\eta d_2 + d_1 - \tau_2 k_2)s^3 + (1 - \tau_1 k_2 + 2\eta d_1 - 2k_2 \tau_2 \eta)s^2 + 2\eta(1 - \tau_1 k_2)s.$$

На основании (5) составлена схема системы ФАП четвёртого порядка в переменных состояния (рис. 2,*в*). Здесь: $a_0 = \omega_0^2 q, \quad a_1 = (2\eta + \omega_0^2 d_1)q,$

$$a_2 = (1 + 2\eta d_2 + \omega_0^2 d_2)q, \quad a_3 = (2\eta d_2 + d_1)q, \quad q = 1/d_2.$$

Из схемы (рис. 2,*в*) получим матрицы А и ($sE - A$) системы:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \end{bmatrix}, \quad (sE - A) = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ 0 & s & -1 & 0 \\ 0 & 0 & s & -1 \\ a_0 & a_1 & a_2 & s + a_3 \end{bmatrix}.$$

Характеристический полином системы

$$\det[sE - A] = s^4 + (2\eta d_2 + d_1)qs^3 + (1 + 2\eta d_1 + \omega_0^2 d_2)qs^2 + (2\eta + \omega_0^2 d_1)qs + \omega_0^2 q. \tag{6}$$

Чтобы избежать анализа громоздких условий устойчивости системы четвёртого порядка, полином (6) представим в виде:

$$\det[sE - A] = (s^2 + 2\eta s + \omega_0^2)(s^2 + u_1 qs + q) = \frac{1}{u_2}\Delta(s)(d_2 s^2 + d_1 s + 1),$$

где $\Delta(s)$ – характеристический полином системы ФАП без ОС (рис. 2,б). Т.е., характеристический полином системы ФАП с ОС равен произведению $\Delta(s)$ и полинома знаменателя связи.

Следовательно, для устойчивости автономной системы ФАП четвёртого порядка с ОС достаточно, чтобы корни полинома знаменателя связи были отрицательными.

В заключение отметим, что независимо от порядка дифференциального уравнения системы фазовой автоподстройки с ОС являются устойчивыми. Передаточная функция корректирующего звена, обеспечивающего устранение влияния ОС на устойчивость системы, выбирается согласно выражению [1, 3]:

$$K_k(s) = K_{oc}(s)/K_1(s).$$

Литература

1. *Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К.* Системы автоматического управления с дифференциальными связями. – К.: Техника, 1984. – 167с.
2. *Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К., Бріцький О.І.* Теорія автоматичного управління. – К.: Техніка, 2002 – 688с.
3. *Стеклов В.К., Скляренко С.Н., Костик Б.Я.* Системы фазовой автоподстройки с дифференциальными связями. – К.: Техника, 2003. – 328 с.
4. *Костік Б.Я.* Аналіз впливу відхилень параметрів диференціального зв'язку на еквівалентність і стійкість // Зб. наук. праць КВІУЗ, 2000. – Вип. 2. – С.117-141.