

**МЕТОД ПОИСКА ВНЕШНИХ СВЕРТОЧНЫХ КОДОВ
ДЛЯ СИГНАЛЬНО-КODOVЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ВНУТРЕННИМИ СИГНАЛАМИ**

**МЕТОД ПОШУКУ ЗОВНІШНІХ ЗГОРТКОВИХ КОДІВ
ДЛЯ СИГНАЛЬНО-КODOVИХ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ВНУТРІШНІМИ СИГНАЛАМИ**

**THE METHOD OF SEARCHING EXTERNAL CONVOLUTIONAL
CODES FOR SIGNAL-TO-CODE STRUCTURES WITH INTERNAL SIGNALS**

Аннотация. В статье изложены методика поиска и результаты разработки программы переборного поиска внешних сверточных кодов для сигнально-кодовых конструкций с внутренними сигналами многопозиционной дифференциальной фазовой модуляции.

Анотація. У статті викладені методика пошуку й результати розробки програми переборного пошуку зовнішніх згорткових кодів для сигнально-кодових конструкцій із внутрішніми сигналами багатопозиційної диференціальної фазової модуляції.

Summary. In the article are the technique and results of the programme elaboration of reboric search of external convolutional codes for signal to-code structures with internal multilevel differential phase modulated signals presented.

Современный этап развития телекоммуникационных систем характеризуется широким использованием технологий широкополосной беспроводной радиосвязи. Особенностью каналов таких систем является наличие замираний, обусловленных многопутевым распространением радиосигнала. Проблема развития методов передачи информации по каналам с замираниями прошла ряд этапов [1]. Простым методом передачи информации по каналам с замираниями сигналов является метод разнесения. В последние годы используется новый метод разнесения ММО (Multiple Input, Multiple Output – множественный вход, множественный выход), подробное исследование которого дано в работе [2], где предложено использование в каналах систем ММО дифференциальной фазовой модуляции (ДФМ). В публикации D.Gesbert содержатся сведения только о внешних сверточных кодах для СКК с внутренними сигналами двоичной дифференциальной ФМ [3,4]. Отмечено также, что дальнейшее повышение помехоустойчивости возможно при использовании внешнего сверточного кода (СК), который совместно с внутренней дифференциальной ФМ (ДФМ) образует сигнально-кодовую конструкцию (СКК) СК-ДФМ. Применение двоичной фазовой модуляции существенно снижает удельную скорость передачи информации по каналу и, соответственно, эффективность использования полосы частот канала. Как известно [2], повышение удельной скорости возможно при использовании в канале многопозиционных сигналов (в данном случае сигналов многопозиционной дифференциальной фазовой модуляции ДФМ-М ($M > 2$ – объем алфавита сигнального ансамбля)). Для эффективного согласования помехоустойчивых кодов с многопозиционными сигналами в составе СКК внешние СК также должны быть недвоичными (M – основание алфавита внешнего СК). Однако в литературе подобного рода СКК с недвоичными СК и сигналами ДФМ-М не рассматривались. Обычно внешние коды для СКК отыскиваются путем исчерпывающего перебора порождающих многочленов СК по критерию максимума свободного расстояния всей СКК. **Целью данной статьи** является разработка метода поиска внешних сверточных кодов для сигнально-кодовых конструкций с внутренними сигналами.

1. Структура конструкции СК-ДФМ-М. Исследуемая СКК содержит *последовательное соединение* структурных элементов, представленных в верхней части схемы на рис. 1:

- внешний сверточный кодер СК со скоростью R , вносящий избыточность в последовательность передаваемых символов;
- модулятор многопозиционной дифференциальной фазовой модуляции (Мод.ДФМ-М), в котором каждое приращение фазы сигнала пропорционально передаваемым кодовым символам;

– демодулятор дифференциальной фазовой модуляции (Демод.ДФМ-М), в котором происходит выделение оценок переданных кодовых символов путем вычисления разности фаз сигналов, принятых в два соседних момента времени;

– внешний сверточный декодер СК, в качестве которого обычно используют декодер Витерби.

Для переборного поиска СК используем метод «тест-пакета». В соответствии с рекомендациями [2], метод «тест-пакета» пригоден для исследования т.н. *инвариантных* СКК. Используемые в описываемой конструкции процедуры сверточного и дифференциального кодирования относятся к классу *линейных* и последовательное применение этих линейных процедур также обладает свойством линейности. В монографии [2, разд. 5.4] доказано, что любая линейная СКК обладает свойством инвариантности. Это дает возможность применить метод «тест-пакета» для решения *актуальной* задачи поиска.

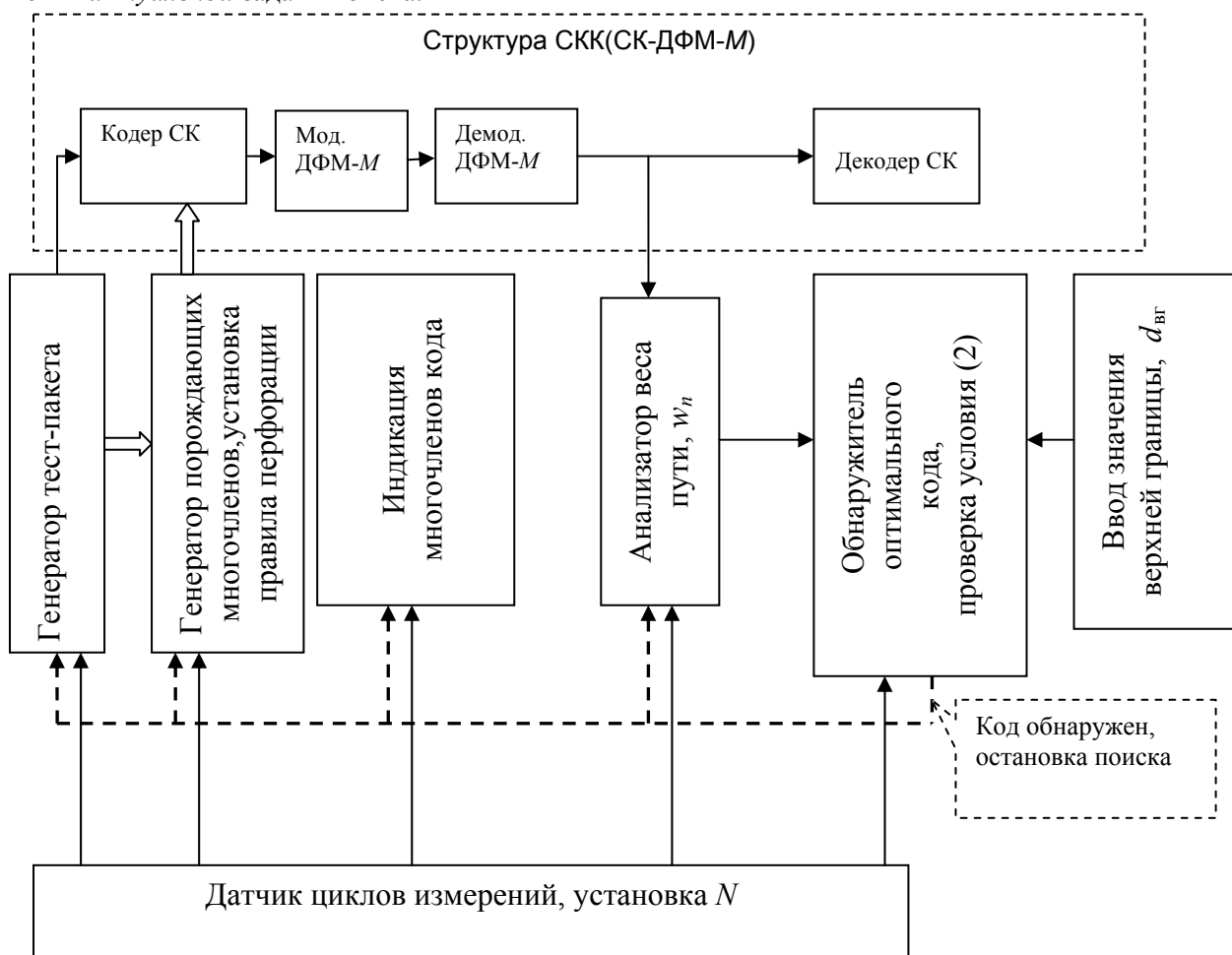


Рисунок 1– Структуры сигнально-кодовой конструкции СК-ДФМ и схемы поиска кодов

2. Разработка метода и программы поиска. С использованием возможностей пакета объектно-ориентированного графического программирования фирмы Hewlett Packard HPVEE разработана программа для переборного поиска порождающих многочленов внешних двоичных СК со скоростями кода $R=1/2, 2/3$ и $3/4$ для сигнально-кодовой конструкции СК-ДФМ-М, предназначенной для использования в каналах многоантенной радиосвязи ММО. *Критерий поиска* – максимум свободного расстояния СКК в метрике Евклида D_f . Предварительно экспериментально определяется верхняя граница свободного расстояния $D_{вг}$. Далее программа выполняет исчерпывающий перебор возможных вариантов порождающих многочленов и обнаруживает код, свободное расстояние которого приближается снизу к верхней границе ($D_f \leq D_{вг}$). Такой подход позволяет находить «наилучшие» коды, названные в работе *оптимальными*. Поскольку сложность реализации алгоритма Витерби S возрастает экспоненциально с увеличением длины кодирующего регистра кодера K ($S = M^K$), отыскивались удобные для реализации короткие коды ($K = 2$ и 3).

Предполагается декодирование сигнально-кодовой конструкции СК-ДФМ-М с применением алгоритма Витерби, отыскивающего максимально правдоподобный путь на решетчатой диаграмме СКК, отстающего от принятого пути на минимальном расстоянии Евклида [2]. Иными словами, в процессе поиска отыскиваются внешние СК, обеспечивающие максимум свободного расстояния в метрике Евклида D_f всей сигнально-кодовой конструкции СК-ДФМ-М. При демодуляции дифференциально модулированных ФМ-М сигналов в демодуляторе с гибким решением вычисляется текущее значение евклидова расстояния между предыдущим \mathbf{S}_{i-1} и последующим \mathbf{S}_i векторами сигнала, которое в соответствии с рис. 5.12 из [2] определяется так

$$D_i = 2\sqrt{E_s} \sin\left[\frac{\pi}{M}(v_i - v_{i-1})\right]. \quad (1)$$

Здесь, с учетом введения внешнего кодирования [2] со скоростью кода R $E_s = RE_b \log_2 M$ – энергия ФМ-М сигнала, выраженная через затраты энергии на передачу одного бита E_b ($\sqrt{E_s}$ – длина вектора любого ФМ сигнала), $(v_i - v_{i-1})$ – разность (по модулю M) модулирующих кодовых символов, выбираемых из кольца $R(M)$. Помехоустойчивость декодирования СК алгоритмом Витерби определяется величиной свободного расстояния, которое определяется как минимальное значение взаимных евклидовых расстояний между декодируемыми путями

$$D_f^2 = \min \sqrt{\sum_i D_i^2} = \min \sqrt{RE_b \log_2 M \sum_i [2 \sin(\frac{\pi}{M}(v_i - v_{i-1}))]^2}. \quad (2)$$

Здесь минимум определяется для тех номеров i переданных сигналов, которые соответствуют участку расхождения декодируемых путей. Для оценки влияния кодирования свободное расстояние СКК (2) обычно сравнивают с минимальным расстоянием M -позиционной некодированной ($R = 1$) дифференциальной фазовой модуляции ДФМ-М

$D_0 = 2\sqrt{E_s} \sin(\frac{\pi}{M})$ [2]. Поэтому далее используем *нормированное свободное расстояние СКК*

$$\tilde{D}_f^2 = \frac{D_f^2}{D_0^2} = \min \sqrt{R \frac{1}{D_0^2} \sum_i [2 \sin(\frac{\pi}{M}(v_i - v_{i-1}))]^2}. \quad (3)$$

3. Удельная скорость и энергетический выигрыш СКК. Переход к многопозиционным сигналам ДФМ-М повышает информационную нагрузку на каждый передаваемый сигнал. Это отражается *удельной скоростью* (количеством информации, переносимого сигналом [2])

$$\gamma_{\text{СКК}} = R \log_2 M \text{ (бит/сигнал)}. \quad (4)$$

Нормированное расстояние (3) удобно представить в виде

$$\tilde{D}_f^2 = \frac{D_f^2}{D_0^2} = \min \sqrt{R \sum_i \frac{1}{D_0^2} [2 \sin(\frac{\pi}{M}(v_i - v_{i-1}))]^2} = \min[\sqrt{R}] \times \tilde{D}_f^2. \quad (5)$$

$$\text{Здесь } \tilde{D}_f^2 = \min \left\{ \sum_i \frac{1}{D_0^2} [2 \sin(\frac{\pi}{M}(v_i - v_{i-1}))]^2 \right\} - \quad (6)$$

– квадрат нормированного расстояния, определяемого в процессе поиска, и названного по этой причине *квадратом расчетного свободного расстояния*. Первый множитель последней части выражения (5) определяется долей избыточности используемого кода, тогда как влияние дистанционных свойств кода проявляется во втором множителе. Изменение помехоустойчивости при введении кодирования определяется величиной асимптотического энергетического выигрыша

$$\text{АЭВК} = 10 \lg \tilde{D}_f^2, \text{ (дБ)}. \quad (7)$$

АЭВК показывает, насколько может быть понижено отношение сигнал/шум на входе демодулятора СКК по сравнению с некодированной ДФМ-М при равной и достаточно малой вероятности ошибки декодирования. При разработке методики поиска существенно использовалось следующее известное положение теории случайных чисел: В наборе случайных величин (СВ) с любым законом распределения вероятностей среднее значение (математическое ожидание) всегда больше (либо равно) наименьшему значению СВ из этого набора. Иными словами, *математическое ожидание является верхней оценкой наименьшего значения СВ*.

4. Разработанная методика переборного поиска оптимальных кодов состоит в следующем:

1. Отыскиваются *оптимальные* сверточные коды, свободное расстояние которых близко к верхней границе свободного расстояния (но не превышает ее).

2. Для экспериментального определения расстояния кода используется метод «тест-пакета».

3. Предварительно выбирается структура исследуемого СК с параметрами: скорость кода R , длина кодирующего регистра K . Для повышения скорости кода используется метод «перфорации» (выкалывания) кодовых последовательностей, впервые предложенный в книге [4] и подробно описанный в монографии [2, Приложение Б.2] (Использованы правила перфорации $m-2$ и $m-3$).

4. Испытания кодера проводятся циклически (см. рис. 1). В программе предусмотрена установка количества циклов испытаний N .

5. Экспериментально определяется *верхняя граница свободного расстояния* кодера с выбранной структурой. С этой целью в начале каждого цикла испытаний в структуру кодера с заранее установленными параметрами программно вводятся *случайно выбранные коэффициенты порождающих многочленов* G . При этом производится *текущая индикация* коэффициентов порождающих многочленов.

6. Если за каждый цикл испытаний (т. е. за каждое прохождение «тест-пакета» через кодер) на выходе анализатора веса пути фиксируется вес w_n , то средний вес случайных путей определяется *усреднением* на всем множестве циклов объема N . Выше отмечалось, что такой средний вес (среднее расстояние для инвариантных кодов) может служить в качестве *верхней границы свободного расстояния*

$$D_{\text{вг}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N w_n . \quad (8)$$

7. Измерение значения верхней границы проводится при достаточно большом числе циклов N , чтобы обеспечить уверенное усреднение по форм. (8) и, одновременно, при приемлемых затратах времени на эксперимент (например, $N = (25 \dots 100)$).

8. На выходе интегратора весов путей устанавливается пороговая схема, фиксирующая *попадание результата* измерений веса пути w_n в интервал шириной Δ , расположенный *снизу* по отношению к уровню экспериментальной верхней границы $D_{\text{вг}}$, т.е. проводится проверка выполнения условия

$$(D_{\text{вг}} - \Delta) < w_n < D_{\text{вг}} . \quad (9)$$

9. Далее, число циклов N устанавливается неограниченным и запускается *процесс переборного поиска* кодов одного за другим с проверкой выполнения условия обнаружения оптимального кода (9). При выполнении этого условия процесс перебора прекращается, а значения порождающих многочленов выводятся на индикатор и заносятся в протокол испытаний. В монографии [2, разд. 6.3] показано, что такой процесс переборного поиска позволяет *вдвое сократить средние затраты времени* на обнаружение оптимального кода (по сравнению с затратами времени на перебор полного объема).

5. Результаты поиска оптимальных кодов. В приведенной ниже табл. 1 даны результаты поиска.

Порождающие многочлены СК с целью компактности записи даны в восьмеричной форме записи. В табл. 1 приведены значения удельной скорости γ_N и энергетического выигрыша от применения помехоустойчивого кодирования (АЭВК, дБ). Эти данные позволяют сформулировать рекомендации по практическому применению найденных кодов.

Введение избыточности при кодировании снижает удельную скорость передачи информации γ_N в соответствии с формулой (4), но при этом возрастает свободное расстояние СКК и повышается ЭВК. В таких условиях актуальной является задача отыскания оптимальной скорости кода, обеспечивающей максимум ЭВК. На рис. 2 приведены построенные по данным табл.1 зависимости ЭВК СКК от скоростей применяемого сверточного кода R для различных длин кодирующего регистра СК $K = 2$ и 3 . Видно, что максимум ЭВК достигается при скорости $R = 2/3$ (ДКР $K = 3$). В соответствии с данными табл.1 этот максимум обеспечивает применение в канале дифференциальной ФМ с объемом ансамбля $M = 8$ и внешним перфорированным СК со скоростью $R = 2/3$ и порождающими многочленами $\{7,0,2\}/(7,1,0)\}$.

Таблиця 1 – Результати пошука зовнішніх кодів для СКК

(ДКР $K = 2$)							
Об'єм ансамбля, M	Швидкість СК, R	Метод перфорації	Породж. Многочлени, $G1/G2$	Верхня границя, $D_{вг}$	Свободне відстання, \tilde{D}_f^2	Удельна швидкість СКК, γ_N	АЭВК, дБ
4	1/2	----	(3,2,0)/ (0,3,0)	9,5	8,0	1,0	7,5
8	1/2	---	(6,2)/(6,1)	11	9,414	1,5	8,3
8	2/3	m-2	(6,2)/(6,1)		10,0	2,0	9,13
16	1/2	---	(12,10,0)/ (12,14,0)	12	8,0	2,0	7,5
16	3/4	m-2&m-3	(12,10,0)/ (12,14,0)		8,59	3,0	8,72
(ДКР $K = 3$)							
4	1/2	----	0,0,1)/ (10,2,0)	17,5	16,0	1,0	10,5
8	1/2	----	(7,0,2)/(7,1,0)	18,0	17,41	1,5	10,9
8	2/3	m-2	(7,0,2)/(7,1,0)		17,52	2,0	11,56
16	1/2		(13,5,6)/ (11,8,5)	18,0	15,62	2,0	10,43
16	3/4		13,5,6)/ (11,8,5)		14,59	3,0	11,02

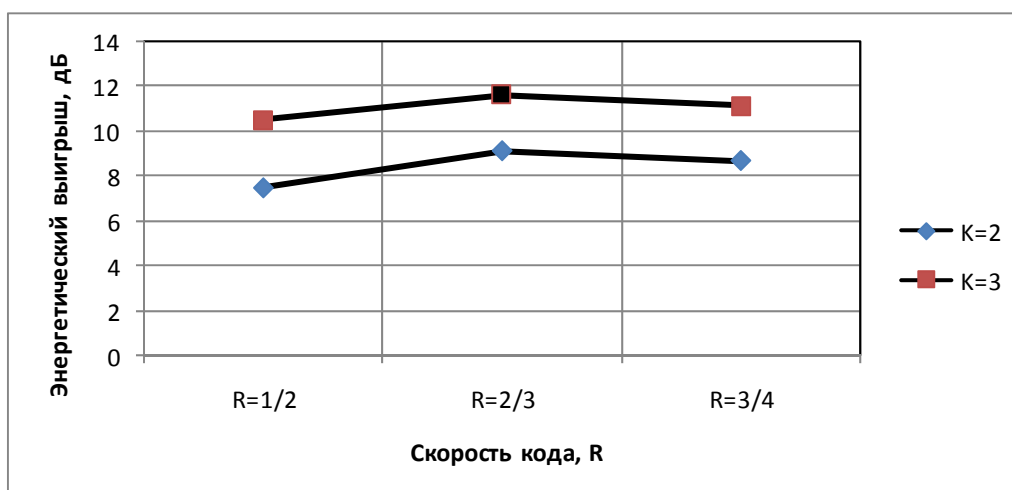


Рисунок 2 – Залежності величини енергетичного виграша ЭВК від швидкості зовнішнього сверточного коду для різних довжин кодуємого регістра $K = 2$ і 3

Таким образом, в данной статье разработан метод поиска внешних сверточных кодов для сигнально-кодовых конструкций с внутренними сигналами. По результатам поиска оптимальных кодов построены зависимости ЭВК СКК от скоростей применяемого сверточного кода R для различных длин кодирующего регистра СК $K = 2$ и 3 . Разработана программа для переборного поиска порождающих многочленов внешних двоичных СК со скоростями кода $R = 1/2, 2/3$ и $3/4$ для сигнально-кодовой конструкции СК-ДФМ-М.

Литература

1. Банкет В.Л. Сигнально-кодовые конструкции в телекоммуникационных системах / Банкет В.Л. Одесса.: Феникс, – 2009. –180 с.
2. Gesbert D. From Theory to Practice: An Overview of MIMO Space–Time Coded Wireless Systems / Gesbert D. // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. – 2003. – Vol.SAC-21. – №.3, April. – P. 281-302.
3. Банкет В.Л. Развитие теории дифференциальных методов модуляции для современных цифровых телекоммуникационных систем / В.Л. Банкет, Ю.Н. Тотмина // Цифрові технології. – 2011. – № 10.– С. 43-54.
4. Кларк Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи / Кларк Дж., Кейн Дж.; пер. с англ. – М.: Радио и связь. – 1987. – 392 с.