

**АНАЛИЗ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ
В ЗАВИСИМОСТИ ОТ УСЛОВИЙ РАБОТЫ МІМО КАНАЛА**

**АНАЛІЗ КОЕФІЦІЄНТІВ ПРОСТОРОВОЇ КОРЕЛЯЦІЇ В ЗАЛЕЖНОСТІ
ВІД УМОВ РОБОТИ МІМО КАНАЛУ**

**ANALYSIS OF THE SPATIAL CORRELATION COEFFICIENTS
IN DIFFERENT CONDITIONS OF MIMO CHANNEL**

Аннотация. Произведен анализ коэффициентов пространственной корреляции в различных условиях функционирования МІМО канала и определена пропускная способность системы передачи с учетом этих коэффициентов.

Анотація. У статті проведено аналіз коефіцієнтів просторової кореляції в різних умовах функціонування МІМО каналу та визначена пропускна здатність системи передавання з урахуванням цих коефіцієнтів.

Summary. The spatial correlation coefficients in different conditions of MIMO channel were analyzed and the capacity of MIMO channel with the influence of these coefficients was defined.

На сегодняшний день одним из наиболее актуальных направлений исследований беспроводной связи являются многоантенные системы передачи (МІМО – Multiple-input multiple-output). Это обусловлено тем, что МІМО канал может обеспечить значительное увеличение пропускной способности системы по сравнению с обычным каналом с одной передающей и одной приемной антеннами (SISO – single input single output). При этом существует проблема анализа системы передачи на основе МІМО канала, так как модели канала должны максимально точно описывать реальный канал. В первых работах по МІМО каналам решена задача определения пропускной способности для релейского канала с независимыми и одинаково распределенными канальными коэффициентами [1, 2]. В [3] на основании модели Кронекера получены выражения для пропускной способности, в которых учитываются корреляционные связи между сигналами антенн. Затем в работе [4] исследована пространственная корреляция на основе кластерного подхода к МІМО каналу. В работе [5] исследована пропускная способность для различных функций распределения углового спектра мощности (PAS, Power Azimuth Spectrum) и показано, что распределение Лапласа является точным при использовании аналитических моделей МІМО канала. Однако, малоисследованным на сегодня является анализ зависимостей коэффициентов пространственной корреляции от характеристик среды распространения. Это и определило цель данной работы – анализ коэффициентов пространственной корреляции в различных условиях функционирования МІМО канала.

В данной статье используются понятия из теории матриц, которые можно найти в [6].

1 Модель МІМО канала. Для описания связи между входами и выходами узкополосного однопользовательского МІМО канала (с n_T передающими и n_R приемными антеннами) используют комплексную линейную модель в основной полосе частот в дискретные моменты времени (рис. 1) [1-5]:

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (1)$$

где \mathbf{x} – вектор сигналов на входе канала (на выходе пространственно-временного (ПВ) кодера) размера $n_T \times 1$; \mathbf{r} – вектор сигналов на выходе канала (на выходе ПВ декодера) размера $n_R \times 1$; \mathbf{H} – канальная матрица размера $n_R \times n_T$; \mathbf{n} – вектор аддитивного белого гауссовского шума размера $n_R \times 1$.

Выходы кодера будем называть передатчиками, а входы декодера – приемниками.

Элементы канальной матрицы h_{ij} представляют собой комплексное усиление канала между i -ым входом канала (выходом передатчика) и j -ым выходом канала (входом приемника):

$$h_{ij} = a + jb = |h_{ij}| e^{j\varphi_{ij}}. \quad (2)$$

В средах с хорошим рассеянием и отсутствием прямой видимости каналные коэффициенты $|h_{ij}|$ распределены по релейскому закону, что соответствует независимым с гауссовским распределением величинам с нулевыми средними a и b .

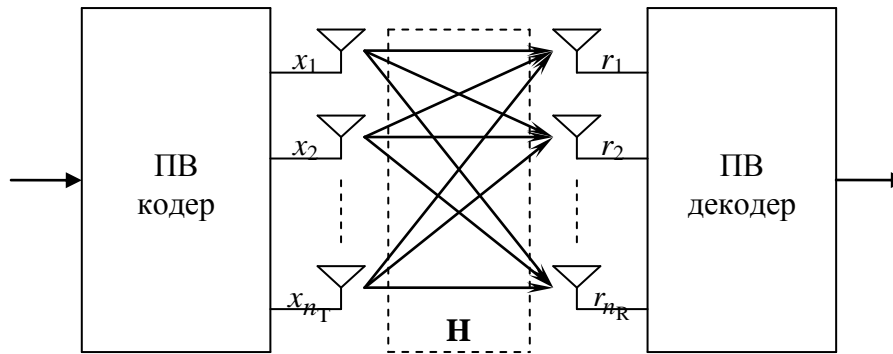


Рисунок 1 – Модель ММО канала

Предполагается, что канальная матрица известна только декодеру. Общая мощность передаваемого сигнала ограничена величиной P , и соответственно мощность, подводимая к каждой передающей антенне, будет равна P/n_T .

2 Пропускная способность системы передачи. Формула для пропускной способности SISO канала по Шеннону имеет вид:

$$C = \log_2(1 + \rho|h|^2), \quad (3)$$

где $\rho = P/\sigma_n^2$ – отношение сигнал/шум.

В случае системы передачи на основе ММО канала выражение для пропускной способности получено в [1]

$$C = \log_2 \det(\mathbf{I}_{n_R} + \frac{\rho}{n_T} \mathbf{H}\mathbf{H}^H), \quad (4)$$

где \mathbf{I}_{n_R} – единичная матрица размера $n_R \times n_R$; \det – определитель матрицы; \mathbf{H}^H – транспонированная и комплексно-сопряженная матрица \mathbf{H} .

Согласно теореме разложения на собственные значения любую матрицу \mathbf{H} размера $n_R \times n_T$ можно записать как [7]

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^H, \quad (5)$$

где \mathbf{U} и \mathbf{V} унитарные матрицы размера $n_R \times n_R$ и $n_T \times n_T$ соответственно, такие, что $\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{I}_{n_R}$ и $\mathbf{V}\mathbf{V}^H = \mathbf{I}_{n_T}$; \mathbf{D} – неотрицательная диагональная матрица, элементы которой (называемые сингулярными значениями) являются корнями квадратными собственных значений от $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$.

Таким образом, можно получить выражение для пропускной способности, описываемой через собственные значения λ_i :

$$C = \sum_{i=1}^r \log_2(1 + \frac{\rho}{n_T} \lambda_i), \quad (6)$$

где r – ранг матрицы \mathbf{H} , который не превышает значение $\min(n_R, n_T)$ и определяется количеством ненулевых собственных значений.

Таким образом, эквивалентный ММО канал можно рассматривать как канал, состоящий из r несвязанных параллельных SISO каналов с коэффициентами передачи λ_i .

3 Описание пространственной корреляции канальных коэффициентов. Реальный ММО канал не является идеализированным релейским каналом с независимыми канальными коэффициентами. Есть различные факторы, снижающие пропускную способность, один из которых – пространственная корреляция. Корреляция между радиоволнами, пришедшими на два различных антенных элемента, – это функция от углового спектра мощности, диаграммы направленности и разнесения антенн.

Обобщенная аналитическая модель MIMO канала, эффективно отображающая корреляционные свойства в канале, называется моделью Кронекера [3, 7, 8]

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_R^{1/2} \mathbf{H}_w \mathbf{R}_T^{1/2}, \quad (7)$$

где \mathbf{H}_w – матрица размера $n_R \times n_T$ с одинаково и независимо распределенными гауссовскими величинами с нулевыми средними и единичными дисперсиями; \mathbf{R}_R и \mathbf{R}_T корреляционные матрицы между приемными и между передающими антеннами соответственно; верхний индекс 1/2 означает вычисление квадратного корня.

Корреляционная матрица канала

$$\mathbf{R}_H = \mathbf{R}_T \otimes \mathbf{R}_R, \quad (8)$$

где \otimes – означает произведение Кронекера.

В [9,10] показано, что выражение (7) адекватно описывает поведение канала для небольшого количества передающих и приемных антенн и становится менее точным с увеличением числа антенн.

Консорциум 3GPP разработал математические модели MIMO канала, использующие кластерный подход (рис. 2), с заданными параметрами для различных типов местности.

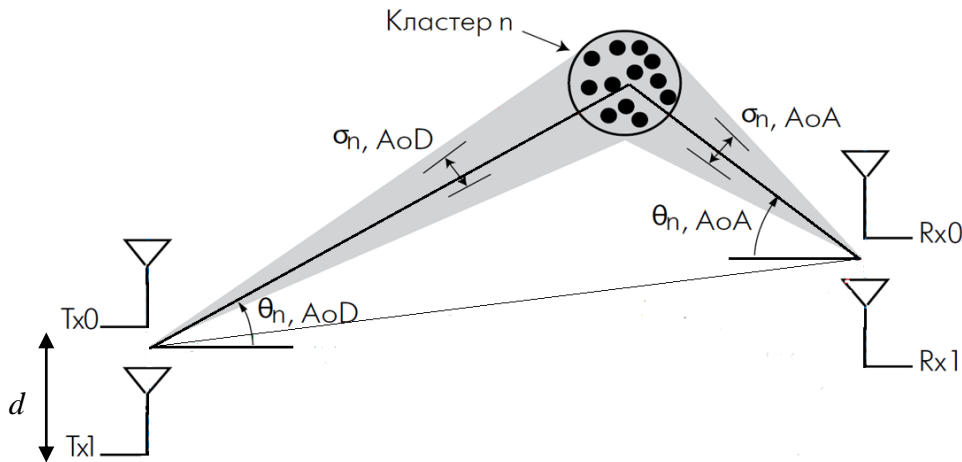


Рисунок 2 – Кластерная модель MIMO канала

Кластеры описываются следующими параметрами:

- углом излучения от передающих антенн $\theta_{n, AoD}$ (AoD, angle of departure);
- углом падения к приемным антеннам $\theta_{n, AoA}$ (AoA, angle of arrival);
- рассеянием (расходимостями) $\sigma_{n, AoD}$ и $\sigma_{n, AoA}$.

Экспериментальные данные [5] показали, что при использовании аналитических моделей для описания MIMO канала угловой спектр мощности точно описывается распределением Лапласа.

Усеченное выражение Лапласа для распределения угловой мощности спектра определяется следующим образом

$$p(\theta) = \frac{\beta}{\sqrt{2\sigma}} e^{-\frac{|\sqrt{2\theta}|}{\sigma}} \quad -\pi \leq \theta \leq \pi, \quad (9)$$

где β – коэффициент нормировки плотности вероятности; σ – стандартное отклонение углового спектра мощности; θ – переменная, описывающая AoA/AoD смещение относительно среднего угла.

Элементы матриц \mathbf{R}_R и \mathbf{R}_T характеризуются определенными значениями AoD/AoA и рассеянием излучения. Так как принцип вычисления коэффициентов матриц \mathbf{R}_R и \mathbf{R}_T одинаковый, то обозначим через \mathbf{R} матрицу, соответствующую и приемной и передающей матрице. Тогда (m,n) элемент матрицы \mathbf{R} будет определяться выражением:

$$R_{m,n} = \int_{-\pi}^{\pi} e^{j[\Phi_m(\theta) - \Phi_n(\theta)]} p(\theta) d\theta, \quad (10)$$

где $\Phi_m(\theta) - \Phi_n(\theta)$ – разность фаз между m и n антеннами за счет разнесения антенн.

4 Анализ коэффициентов пространственной корреляции на основе моделирования.

Рассматривается кластерная модель канала ММО (рис. 2) с двумя передающими и двумя приемными антеннами. Для определения коэффициентов пространственной корреляции производилось имитационное моделирование в среде Matlab. Потому что пространственная корреляция зависит от величины разнесения антенн и параметров углового спектра мощности (будет рассматриваться σ), то анализ коэффициентов пространственной корреляции будет получен в зависимости от величины разнесения антенн (выраженных относительно длины волны d/λ) при фиксированных значениях σ (рис. 3) и в зависимости от σ при фиксированных величинах разнесения антенн (рис. 4). Угол излучения от передающих антенн $\theta_{n, AoD}$ был принят равным 0° .

На основании рис. 3 и 4 можно сказать, что при малых углах распространения $\sigma = (2^\circ - 5^\circ)$ (характерно для базовой станции) необходимо разнесение антенн порядка 10λ , а в случае $\sigma \geq 45^\circ$ достаточным разнесением будет $\lambda/2$.

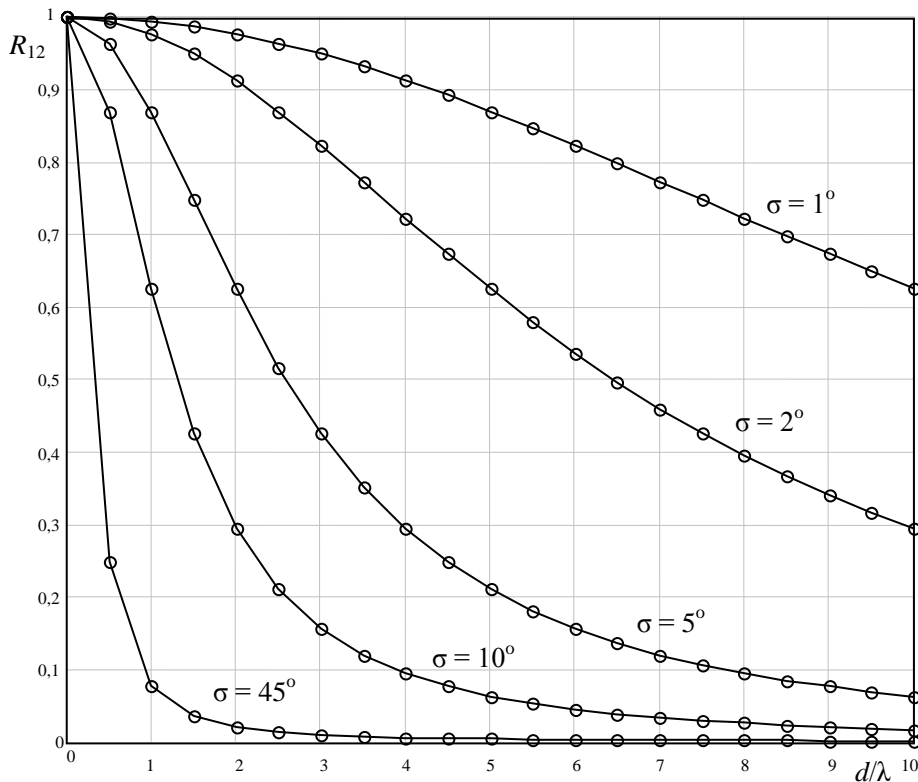


Рисунок 3 – Зависимость коэффициента пространственной корреляции от разнесения антенн при фиксированных значениях σ

Практический интерес представляет оценка пропускной способности с учетом полученных коэффициентов пространственной корреляции. Для этого будем считать канальную матрицу случайной, а сам канал без памяти, т.е. для каждого используемого канала реализации \mathbf{H} будут независимыми. В этом случае для оценки пропускной способности вводят понятие эргодическая пропускная способность C_E (средняя пропускная способность), и определяется как

$$C_E = E \left\{ \sum_{i=1}^r \log_2 \left(1 + \frac{\rho}{n_T} \lambda_i \right) \right\}, \quad (11)$$

где E – оператор математического ожидания.

Канальная матрица формируется на основании выражений (2), (7), и (10) для учета пространственной корреляции среды распространения.

На рис. 5 изображены характеристики пропускной способности с учетом пространственной корреляции между приемными и между передающими антеннами для случая двух передающих и двух приемных антенн. Известны характеристики канальной матрицы только декодеру.

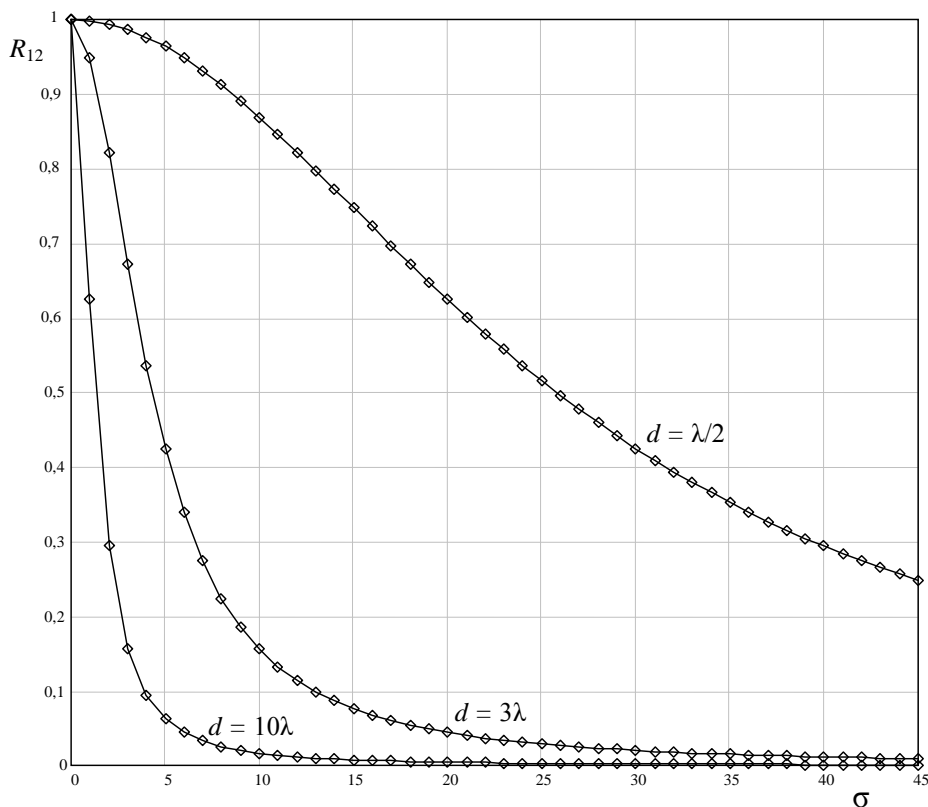


Рисунок 4 – Зависимость коэффициента пространственной корреляции от рассеяния σ при фиксированных величинах разнесения антенн ($\lambda/2$, 3λ , 10λ)

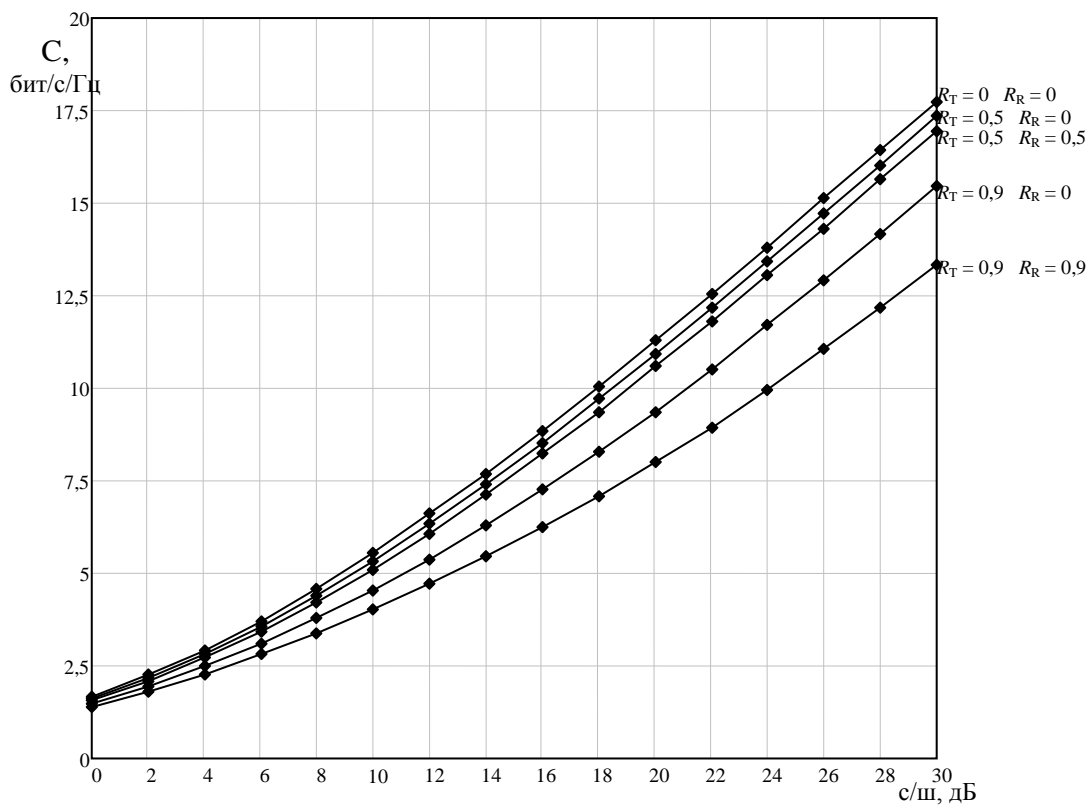


Рисунок 5 – Эргодическая пропускная способность с учетом пространственной корреляции

Из рис. 5 видно, что с увеличением пространственной корреляции как на приеме, так и на передаче, пропускная способность уменьшается и может значительно уменьшиться при большой пространственной корреляции, что недопустимо.

В заключение можно сказать следующее. В данной статье проведен анализ коэффициентов пространственной корреляции в различных условиях работы ММО канала. Для этого было проведено имитационное моделирование на основе известных моделей канала, которые учитывают корреляционные свойства среды распространения. В результате моделирования получены зависимости коэффициентов корреляции от рассеяния σ и разнесения антенн, а также влияние пространственной корреляции на результирующую пропускную способность. На основании полученных результатов можно сделать вывод, что для обеспечения низкой пространственной корреляции при проектировании системы передачи с ММО необходимо знать особенности среды распространения, чтобы выбрать оптимальное разнесение антенн. В последующих работах будет проведено анализ помехоустойчивости системы на основе ММО канала с учетом полученных результатов для коэффициентов пространственной корреляции.

Литература

1. Foschini G.J. On limits of wireless communications in a fading environment using multiple antennas / G.J. Foschini, M.J. Gans // *Wireless Personal Communications*. – 1998. – vol. 6, № 3. – P. 311-355.
2. Telatar E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels / E. Telatar // *European Transactions on Telecommunications*. – 1999. – vol. 10, № 6. – P. 585-595.
3. Jankiraman M. Scape-Time Codes and MIMO systems / M. Jankiraman – Artech house, inc, 2004. – 343 p.
4. Shu F. A General stochastic Spatial MIMO Channel Model for Evaluating Various MIMO Techniques / F. Shu, L. Lihua, Z. Ping // *International Journal of Engineering and Applied Sciences*. – 2007. – Vol. 3, № 3. – P. 152-156.
5. Saeed M.A. Impact of the Angular Spread and Antenna Spacing on the Capacity of Correlated MIMO Fading Channels / M.A. Saeed, B.M. Ali, S. Khatun, Ismail M. // *The International Arab Journal of Information Technology*. – January, 2009. – vol. 6, № 1. – P. 60-66.
6. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – [2-е изд., доп.]. – М.: Наука, 1966. – 576 с.
7. *Multiantenna Systems for MIMO Communications* / [F. Flaviis, L. Jofre, J. Romen, A. Grau]. – Morgan & Claypool, 2008. – 267 p.
8. *Vucetic B. Space-Time Coding* / B. Vucetic, J. Yuan – John Wiley & Sons Ltd, 2003. – 328 p.
9. *Space-Time Wireless Systems. From array processing to MIMO Communications* / [Edited by Bölcskei H., D. Gesbert, C.B. Papadias, A.-J. Van der Veen]. – Cambridge University Press, 2006. – 645 p.
10. *Kühn V. Wireless Communications over MIMO Channels. Applications to CDMA and Multiple Antenna Systems* / V. Kühn – John Wiley & Sons Ltd, 2006. – 390 p.