

АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДИФИЦИРОВАННОГО  
ЖИДКОСТРУЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯАМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДИФІКОВАНОГО  
РІДИННОСТРУМЕНЕВОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧАAMPLITUDE-FREQUENCY CHARACTERISTICS  
OF THE MODIFIED HYDRODYNAMIC CONVERTER

**Аннотация.** Представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований амплитудно-частотных характеристик и добротности жидкоструйного преобразователя со ступенчатым препятствием и круговым щелевым соплом в виде соосных дисков.

**Анотація.** Наведено результати теоретичних та експериментальних досліджень амплітудно-частотних характеристик і добротності рідинноструменевого перетворювача зі ступінчастою перешкодою й коловим щілинним соплом у вигляді співвісних дисків.

**Summary.** The results of theoretical and experimental investigations of amplitude-frequency characteristics and the quality factor ramjet hydrodynamic converter with the step obstacle and circular crack nozzle as disks are presented.

Увеличение дальности действия передающей аппаратуры является важной проблемой информационной гидроакустики [1, 2]. Для ее решения перспективно использовать низкочастотные (0,2...5 кГц) рупорные антенны на основе жидкоструйных преобразователей с кольцевым соплом и ступенчатым препятствием [3, 4]. Достоинства излучателей такого типа – генерирование интенсивного акустического сигнала в широком диапазоне гидростатических давлений (на глубине моря от 0,5 до 240 м), малые габариты и вес, а также их простота в эксплуатации. В работах [5, 6] применительно к модели прямооточного жидкоструйного преобразователя была решена задача вынужденных колебаний затопленной струйной цилиндрической оболочки. Это позволило установить соответствие между функцией амплитуды изгибных колебаний свободного края оболочки и амплитудно-частотными характеристиками реальных прямооточных преобразователей. Однако анализ амплитудно-частотных характеристик для модифицированного жидкоструйного преобразователя [7] с круговым щелевым соплом в виде соосных дисков до сих пор не проводился. В основу акустической модели данного гидродинамического излучателя положена идея об автоколебаниях упругой затопленной кольцевой струйной пластинки, при наличии развитой кавитации [8].

**Цель данной статьи** – теоретическое и экспериментальное исследование амплитудно-частотных характеристик жидкоструйного преобразователя со ступенчатым препятствием и круговым щелевым соплом в виде соосных дисков.

**1. Акустическая модель модифицированного жидкоструйного преобразователя.** Схема модифицированного жидкоструйного преобразователя представлена на рис. 1, а. Затопленная струя, вытекающая из кругового щелевого сопла, образованного соосными дисками корпуса 1 и обтекателя 5, формируется в плоскую осесимметричную струю 4. В корпусе 1 преобразователя выполнена кольцевая проточка, форма поперечного сечения которой близка к квадрату [7]. Ступенчатое препятствие 3 (прямоугольный клин) способствует тому, что часть кинетической энергии струи расходуется на формирование в проточке корпуса 1 тороидального вихря 2, внутри которого за счет эффекта Бернулли возникает кавитация. Пульсации неустойчивого вихря 2 возбуждают кольцевую струйную пластинку 4, которая совершает изгибные колебания. Таким образом, в рабочей зоне излучателя образуется своеобразная резонансная система, состоящая из упругой кавитирующей среды внутри проточки корпуса 1, струйной пластинки 4 и присоединенной массы внешней среды. Эта резонансная система и обеспечивает обратную акустическую связь, навязывая кольцевой струйной пластинке автоколебания со стабильной частотой [9]. При оптимальной скорости струи на

выходе щелевого сопла, когда частота пульсаций вихря совпадает с собственной частотой колебаний струйной пластинки, генерируется тональный акустический сигнал максимального уровня [8].

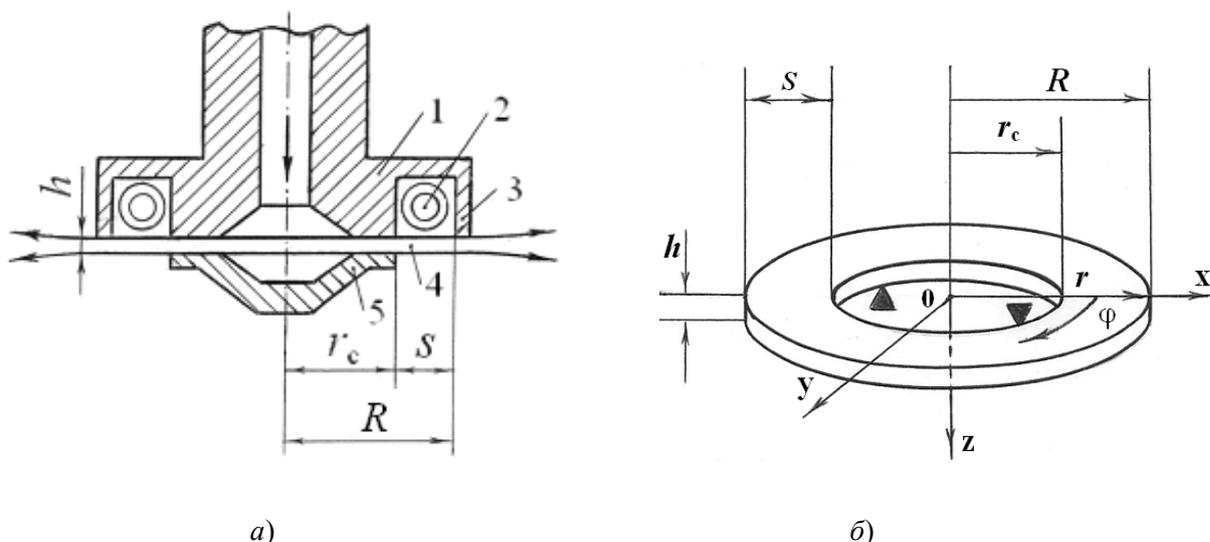


Рисунок 1 – а) схема модифицированного жидкоструйного преобразователя;  
б) модель кольцевой струйной пластинки

Согласно предлагаемой акустической модели кольцевая струйная пластинка характеризуется геометрическими параметрами: толщиной  $h$ , шириной  $s$ , внутренним радиусом  $r_c$  (радиус сопла) и внешним радиусом  $R$ , причем толщина пластинки  $h$  мала по сравнению с радиусом  $R$  (рис. 1, б). Гидродинамическими параметрами струйной пластинки являются:  $\rho, E, V$  – плотность, модуль упругости затопленной струи и ее скорость на выходе из сопла. Расположим декартову систему координат  $(x, y, z)$  в верхней плоскости кольцевой пластинки и совместим ее с цилиндрической системой координат  $(r, \varphi, z)$ . В первом приближении упругую струйную пластинку будем рассматривать как твердотельную пластинку с некоторым эквивалентным модулем упругости [8]. При этом можно считать, что пластинка жестко закреплена по внутреннему контуру и свободно опирается по внешнему контуру.

Для анализа вынужденных колебаний кольцевой пластинки воспользуемся неоднородным дифференциальным уравнением изгиба круглой пластинки в полярных координатах  $r, \varphi$  [10]

$$D\Delta\Delta w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -q_n, \quad (1)$$

где  $D$  – цилиндрическая жесткость круглой пластинки;  $w(r, \varphi, t)$  – динамический прогиб пластинки;  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \varphi^2}$  – оператор Лапласа;  $t$  – параметр времени;  $q_n$  – интенсивность нормальной нагрузки (удельная внешняя сила, действующая в направлении нормали к поверхности круговой пластинки).

Ввиду радиальной симметрии изгибные колебания круглой пластинки естественно считать независимыми от угловой координаты  $\varphi$ . Предполагаем также, что кольцевая пластинка, деформируясь под действием сил, равномерно распределенных по ее внутренней поверхности, совершает только вертикальные изгибные гармонические колебания:

$$q_r = q_\varphi = 0; \quad q_z = Q_0 \cdot e^{i\omega t}; \quad w(r, t) = W(r) \cdot e^{i\omega t}. \quad (2)$$

Здесь  $q_r, q_\phi, q_z$  – удельные внешние силы, действующие в направлении соответствующих ортов цилиндрической системы координат;  $Q_0$  – амплитуда удельной возбуждающей силы со стороны тороидального вихря;  $\omega$  – круговая частота вынужденных колебаний.

После подстановки выражений (2) в уравнение (1) и несложных преобразований данное уравнение примет вид

$$\Delta \Delta W(r) - \frac{\omega^2 \rho h}{\tilde{D}} W(r) = -\frac{Q_0}{\tilde{D}}, \quad (3)$$

где  $\tilde{D}$  – эквивалентная цилиндрическая жесткость струйной кольцевой пластинки. В связи с тем, что материалом пластинки является жидкость и пластинка, испытывающая колебания, находится в затопленном состоянии в этой же жидкости, то коэффициент Пуассона  $\mu \approx 0$  [11]. Это позволяет использовать для вычисления коэффициента жесткости кольцевой пластинки формулу [12]

$$\tilde{D} = \frac{E h^3}{12(1-\mu^2)} \cdot \left(1 - \frac{r_c}{R}\right) \approx \frac{E h^3}{12} \cdot \left(1 - \frac{r_c}{R}\right), \quad (4)$$

в которой  $E$  – модуль упругости струйной кольцевой пластинки. Известно [13], что модуль  $E$  можно выразить через адиабатический модуль объемной упругости жидкости  $K_{ад}$ :

$$E = \frac{K_{ад}}{3(1-2\mu)} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \chi_i (P^* + \Delta P_{ст})^i, \quad (5)$$

где  $P^*$  – предел прочности жидкости на разрыв;  $\Delta P_{ст}$  – избыточное (по сравнению с атмосферным) статическое давление на глубине моря;  $\chi_1, \chi_2, \chi_3, \dots$  – коэффициенты, которые практически не изменяются в широком диапазоне температур жидкости, но зависят от объема включений (мелкодисперсные твердые частицы, растворенный газ, зародыши кавитационных пузырьков и др.). Например, для отстоянной в течении трех недель водопроводной воды  $P^* = 0,51$  МПа;  $\chi_1 = 7,5$ ;  $\chi_2 = 8 \cdot 10^{-6}$ ;  $\chi_3 = 1,2 \cdot 10^{-11}$ .

Для удобства вычислений перейдем от переменной  $r$  к приведенному расстоянию  $\xi = \lambda(r - r_c)$  и учтем, что  $r_c \leq r \leq R$  [12]. Тогда форма вынужденных колебаний кольцевой пластинки, функция  $W(\xi)$ , будет удовлетворять неоднородному дифференциальному уравнению

$$\Delta_\xi \Delta_\xi W(\xi) - \lambda^4 W(\xi) = -\frac{Q_0}{\tilde{D}}, \quad (6)$$

где  $\Delta_\xi = \frac{d^2}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{d}{d\xi}$ , а для характеристического волнового числа  $\lambda$  справедливо выражение

$$\lambda^4 = \omega^2 \rho h / \tilde{D}. \quad (7)$$

## 2. Решение задачи вынужденных колебаний плоской осесимметричной затопленной струи.

Согласно предложенной модели считаем, что внутренний край струйной кольцевой пластинки ( $r = r_c$ ) жестко защемлен, а на наружном крае ( $r = R$ ) – отсутствуют продольное смещение, сдвиг и перерезывающие усилия. Поэтому граничные условия на контурах кольцевой пластинки имеют вид [10]:

$$W(\xi) \Big|_{r=r_c} = 0; \quad \frac{dW(\xi)}{d\xi} \Big|_{r=r_c} = 0; \quad \frac{dW(\xi)}{d\xi} \Big|_{r=R} = 0; \quad \frac{d^2W(\xi)}{d\xi^2} \Big|_{r=R} = 0. \quad (8)$$

Общее решение неоднородного уравнения (6) представляет собой сумму решения однородного уравнения и частного интеграла неоднородного уравнения:

$$W(\xi) = W_0(\xi) + W_1(\xi). \quad (9)$$

Причем решение соответствующего однородного уравнения имеет вид [12]:

$$W_0(\xi) = C_1 \cdot J_0(\xi) + C_2 \cdot Y_0(\xi) + C_3 \cdot I_0(\xi) + C_4 \cdot K_0(\xi), \quad (10)$$

где  $J_0(\xi)$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка;  $Y_0(\xi)$  – функция Бесселя второго рода нулевого порядка;  $I_0(\xi)$  – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка;  $K_0(\xi)$  – модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка.

Входящие в уравнение колебаний кольцевой пластинки параметры  $\xi = \beta \equiv \beta_i (i = 1, 2, 3, \dots)$ , где  $\beta_i = \lambda_i s$  являются корнями трансцендентного уравнения

$$I_1(\beta) \cdot J_1'(\beta) - J_1(\beta) \cdot I_1'(\beta) = 0. \quad (11)$$

При этом частоте основного тона (низшая гармоника) генерируемого акустического сигнала соответствует наименьший корень  $\beta_0 = \lambda_0 s = 4,611$  [12].

Частным решением неоднородного уравнения (6) является постоянная функция  $L = W_*(\xi)$ . После подстановки этого значения в уравнение (6) получаем

$$L = \frac{Q_0}{\lambda^4 \tilde{D}}. \quad (12)$$

Итак, общее решение дифференциального уравнения вынужденных колебаний кольцевой струйной пластинки, с учетом (7), запишем в виде

$$W(\xi) = C_1 \cdot J_0(\xi) + C_2 \cdot Y_0(\xi) + C_3 \cdot I_0(\xi) + C_4 \cdot K_0(\xi) + \frac{Q_0}{\lambda^4 \tilde{D}}. \quad (13)$$

Подставив в граничные условия (8) функцию  $W(\xi)$  (13) и ее производные, а также используя рекуррентные формулы для функций Бесселя [14], получим систему четырех алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} C_1 \cdot J_0(0) + C_2 \cdot Y_0(0) + C_3 \cdot I_0(0) + C_4 \cdot K_0(0) &= -\frac{Q_0}{\lambda^4 \tilde{D}}; \\ -C_1 \cdot J_1(0) - C_2 \cdot Y_1(0) + C_3 \cdot I_1(0) - C_4 \cdot K_1(0) &= 0; \\ -C_1 \cdot J_1(\lambda s) - C_2 \cdot Y_1(\lambda s) + C_3 \cdot I_1(\lambda s) - C_4 \cdot K_1(\lambda s) &= 0; \\ -C_1 \cdot J_1'(\lambda s) - C_2 \cdot Y_1'(\lambda s) + C_3 \cdot I_1'(\lambda s) - C_4 \cdot K_1'(\lambda s) &= 0, \end{aligned} \quad (14)$$

из которой можно определить неизвестные коэффициенты  $C_1, C_2, C_3, C_4$ .

В системе уравнений (14) учтено, что на внутреннем контуре кольцевой пластинки  $\xi = 0$ , а на наружном контуре приведенное расстояние  $\xi = \lambda(R - r_c) = \lambda s$  (рис. 1, б). Поскольку динамический прогиб пластинки принимает конечное значение, то при функциях  $Y_0(0)$ ,  $K_0(0)$ ,  $Y_1(0)$  и  $K_1(0)$ , стремящихся к бесконечности в случае  $\xi \rightarrow 0$ , коэффициенты  $C_2$  и  $C_4$  должны быть равны нулю [12]. Теоретический анализ, проведенный в работе [15], подтвердил данное предположение. Функции  $J_0(0)$  и  $I_0(0)$  равны единице [14], поэтому из граничных условий при  $\xi = 0$  находим, что  $C_1 + C_3 = -\frac{Q_0}{\lambda^4 \tilde{D}}$ . Граничные условия при  $\xi = \lambda s$  позволяют определить коэффициенты  $C_1$  и  $C_3$ :

$$C_1 = -\frac{Q_0}{\lambda^4 \tilde{D}} \left[ \frac{I_1(\lambda s)}{J_1(\lambda s) + I_1(\lambda s)} \right], \quad (15)$$

$$C_3 = -\frac{Q_0}{\lambda^4 \tilde{D}} \left[ \frac{J_1(\lambda s)}{J_1(\lambda s) + I_1(\lambda s)} \right]. \quad (16)$$

Подставим значения коэффициентов (15) и (16) в решение (13). Тогда функция вынужденных колебаний струйной кольцевой пластинки, соответствующая жидкоструйному преобразователю с круговым щелевым соплом в виде соосных дисков, принимает вид:

$$W(\xi) = \frac{Q_0}{\lambda^4 \tilde{D}} \left[ 1 - \frac{J_0(\xi) \cdot I_1(\lambda s) + I_0(\xi) \cdot J_1(\lambda s)}{J_1(\lambda s) + I_1(\lambda s)} \right]. \quad (17)$$

Здесь  $J_1(\lambda s)$  – функция Бесселя первого рода 1-го порядка,  $I_1(\lambda s)$  – модифицированная функция Бесселя первого рода 1-го порядка, а приведенное расстояние  $\xi$  принимает значения в интервале  $0 \leq \xi \leq \lambda s$ . Окончательно, для расчета амплитуды колебаний свободного края струйной пластинки ( $\xi = \lambda s$ ) получим формулу:

$$W(\lambda s) = \frac{Q_0}{\lambda^4 \bar{D}} \left[ 1 - \frac{J_0(\lambda s) \cdot I_1(\lambda s) + I_0(\lambda s) \cdot J_1(\lambda s)}{J_1(\lambda s) + I_1(\lambda s)} \right]. \quad (18)$$

Для проверки соответствия полученных теоретических результатов параметрам реального устройства в гидроакустическом бассейне были проведены экспериментальные исследования амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) жидкоструйных преобразователей.

**3. Анализ расчетных данных и экспериментальных результатов.** Расчеты по формуле (18) показали, что в случае, когда параметр  $\lambda s = \lambda_0 s = 4,611$ , то значение амплитуды колебаний свободного края струйной пластинки  $W(\lambda s)$  становится максимальным. Явление резонанса характеризуются совпадением частоты пульсаций кавитационного вихря с собственной частотой вынужденных колебаний кольцевой струйной пластинки:

$$\omega = \omega_0 = \frac{\beta_0^2}{(R - r_c)^2} \sqrt{\frac{E h^2}{12\rho} \cdot \left(1 - \frac{r_c}{R}\right)}, \quad (19)$$

где  $\beta_0 = \lambda_0 s = 4,611$  – первый корень трансцендентного уравнения (11) [12].

В ходе экспериментов были исследованы зависимости  $P(f)$  уровня акустического сигнала от частоты пульсаций тороидального вихря для жидкоструйных преобразователей, у которых радиус сопла принимал значения:  $r_c = 8,0; 10,0; 13,0; 17,0; 21,0$  мм, а толщина плоской затопленной струи оставалась неизменной и равной:  $h = 0,5$  мм (рис. 1). Согласно установленному ранее в статье (12) критерию применения разработанной математической модели ширина кольцевой струйной пластинки принимала значения  $s \geq 3,5$  мм. Для изменения параметра  $s$  в интервале  $(3,5 \dots 8,0)$  мм был изготовлен набор корпусов преобразователей с различными по ширине кольцевыми проточками. Температура воды в акустическом бассейне поддерживалась в пределах  $(19 \dots 21)$  °С, что обеспечивало практически постоянными плотность и вязкость жидкой среды; избыточное статическое давление составляло 5 кПа. Частота возбуждения кавитационного вихря регулировалась за счет плавного изменения скорости струи на выходе из сопла [7]. Акустический сигнал регистрировался калиброванным сферическим гидрофоном, а измерение его параметров проводилось с помощью электронного вольтметра, осциллографа и анализатора частотного спектра.

На рис. 2, 3 и 4 маркерами отображены результаты экспериментальных измерений амплитудно-частотных характеристик трех излучателей различного габарита в относительных единицах звукового давления  $P/P_{\max}(f)$ . Там же сплошными линиями представлены в относительных единицах теоретические АЧХ изгибных колебаний струйных пластинок  $W/W_{\max}(f)$ , рассчитанные по формуле (18).

Из графиков видна хорошая корреляция амплитудно-частотных характеристик преобразователей и функции изгибных колебаний свободного края затопленной струйной пластинки. Объяснение следует из физической модели жидкоструйного излучателя (рис. 1). В исследуемом преобразователе затопленная плоская осесимметричная струя является границей пульсирующего кавитационного вихря. Динамика кольцевой струйной пластинки определяет как частоту ее колебаний, так и интегральный уровень сигнала. Чем больше амплитуда деформации изгиба  $W(\lambda s)$  свободного края струйной пластинки, тем выше будет интегральный уровень генерируемого струей сигнала. Наибольшая часть кинетической мощности затопленной струи преобразовывается в интенсивность акустического поля именно при резонансной частоте. Этому соответствует оптимальная скорость струи, при которой частота пульсаций кавитационного вихря совпадает с собственной частотой кольцевой струйной пластинки.

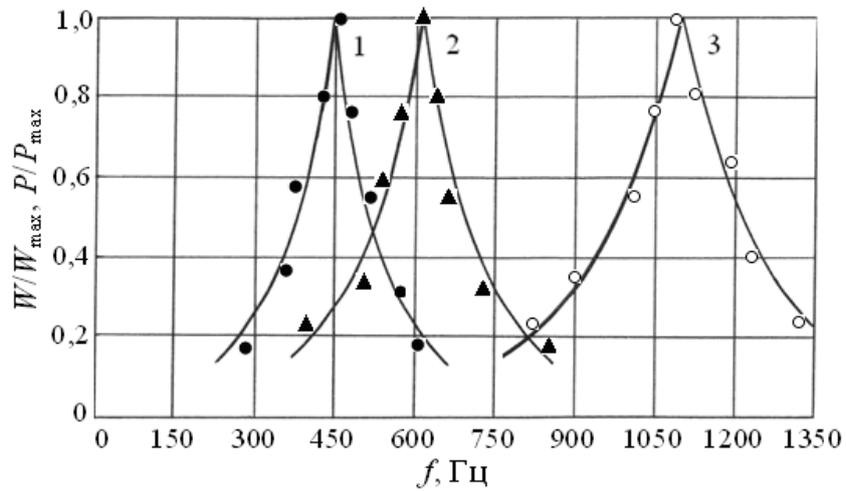


Рисунок 2 – АЧХ жидкоструйного преобразователя с радиусом сопла  $r_c = 8,0$  мм :  
 1 –  $s = 6,0$  мм ; 2 –  $s = 5,0$  мм ; 3 –  $s = 3,5$  мм

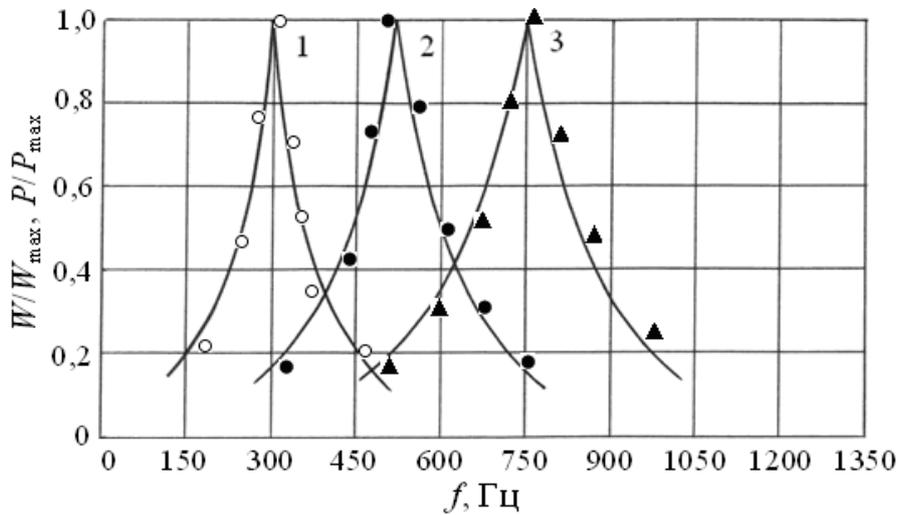


Рисунок 3 – АЧХ жидкоструйного преобразователя с радиусом сопла  $r_c = 13,0$  мм :  
 1 –  $s = 7,0$  мм ; 2 –  $s = 5,0$  мм ; 3 –  $s = 4,0$  мм

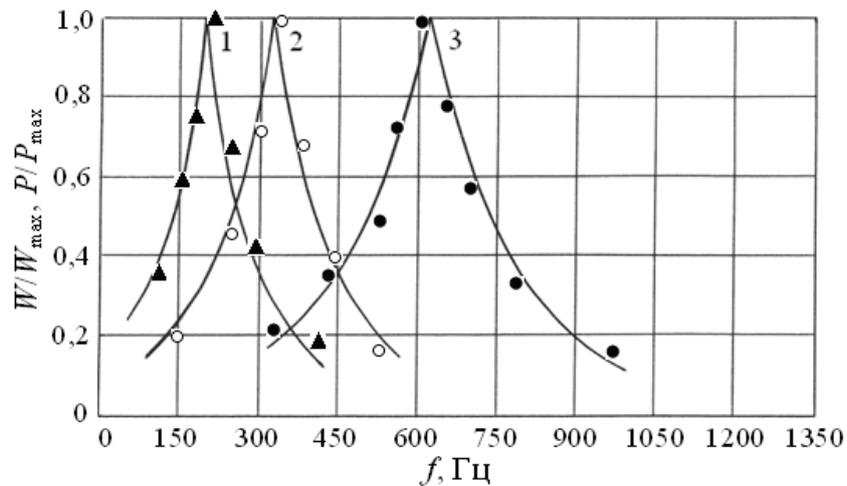


Рисунок 4 – АЧХ жидкоструйного преобразователя с радиусом сопла  $r_c = 21,0$  мм :  
 1 –  $s = 8,0$  мм ; 2 –  $s = 6,0$  мм ; 3 –  $s = 4,0$  мм

На рис. 5 для преобразователей различного габарита представлена зависимость добротности от ширины кольцевой струйной пластинки. Добротность  $Q(s)$  жидкоструйных преобразователей определялась как отношение  $f_0 / \Delta f$ , где  $\Delta f$  – ширина частотной полосы, на границах которой акустическая энергия излучателя при вынужденных колебаниях вдвое меньше энергии на резонансной частоте.

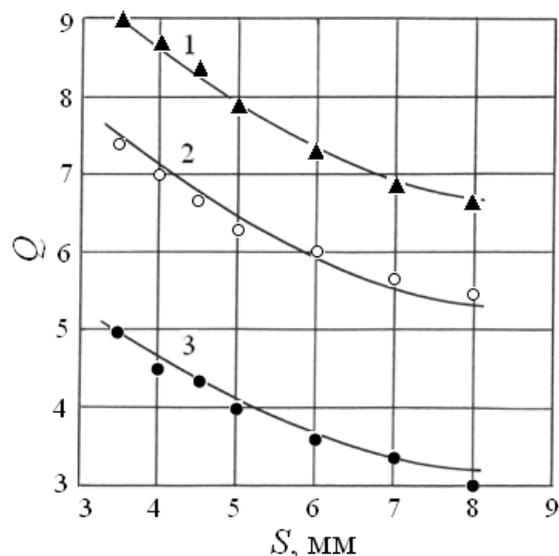


Рисунок 5 – Зависимость добротности жидкоструйного преобразователя от ширины кольцевой струйной пластинки: 1 –  $r_c = 8,0$  мм; 2 –  $r_c = 13,0$  мм; 3 –  $r_c = 21,0$  мм

Анализ представленных зависимостей  $P/P_{\max}(f)$  и  $Q(s)$  для жидкоструйных преобразователей различного габарита показывает, что с уменьшением ширины  $s$  затопленной струйной пластинки повышается резонансная частота колебательной системы и возрастает ее добротность. Уменьшение радиуса сопла  $r_c$  (внутреннего радиуса кольцевой струйной пластинки), при неизменной ширине  $s$  пластинки, также характеризуется повышением резонансной частоты излучателя и возрастанием его добротности. Это связано с уменьшением площади поверхности колеблющейся плоской струи и соответственно ее массы при постоянной толщине  $h$  пластинки [8]. Характерно, что уменьшение массы колеблющейся оболочки либо пластины сопровождается возрастанием ее резонансной частоты и добротности [10].

Известно, что для обеспечения широкой равномерной частотной характеристики излучения, позволяющей воспроизводить без искажений акустический сигнал на электрической стороне (в приемниках) добротность излучателей должна быть невелика ( $\leq 10$ ) [16]. На основании проведенных исследований АЧХ модифицированного жидкоструйного преобразователя можно сделать вывод, что его добротность ( $Q = 3 \dots 9$ ) позволяет эффективно использовать данный излучатель в качестве основного элемента гидроакустических излучающих антенн.

Исследовано влияние гидродинамических параметров и свойств жидкости на частоту основного тона акустического сигнала и амплитудно-частотные характеристики струйных гидродинамических излучателей. Регулируя скорость струи, можно в ограниченном диапазоне менять частоту сигнала.

В заключение отметим: рассмотрена акустическая модель модифицированного жидкоструйного преобразователя со ступенчатым препятствием и круговым щелевым соплом в виде соосных дисков. Применительно к предложенной модели решена задача вынужденных колебаний затопленной плоской осесимметричной струи. Установлено соответствие между функциями амплитуды изгибных колебаний свободного края кольцевой струйной пластинки и АЧХ реальных преобразователей. Проанализировано влияние геометрических параметров плоской осесимметричной струи на добротность рассмотренной резонансной системы.

**Литература**

1. Митько В.Б. Гидроакустические средства связи и наблюдения / Митько В.Б., Евтютов А.П. Гуцин.С.Е. – Л.: Судостроение, 1982. – 200 с.
2. Свердлин Г.М. Прикладная гидроакустика / Свердлин Г.М. – Л.: Судостроение, 1990. – 320 с.
3. Сухарьков О.В. Гидроакустическая излучающая рупорная антенна на основе жидкоструйного преобразователя / О.В. Сухарьков // Акустичний вісник. – 2011. – 14, № 1. – С. 56 – 63.
4. Сухарьков О.В. Передача дискретной информации в гидроакустический канал связи с использованием жидкоструйных преобразователей / О.В. Сухарьков // Цифрові технології. – 2011. – № 9. – С. 100 – 110.
5. Дудзінський Ю.М. Спектр звуку, генерованого зануреною осесиметричною струминною оболонкою / Ю.М. Дудзінський, О.В. Сухарьков // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 2007. – 50, № 2. – С. 129 – 134.
6. Сухарьков О.В. Амплитудно-частотные характеристики прямооточных жидкоструйных преобразователей / О.В. Сухарьков // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2011. – № 1. – С. 95 – 101.
7. Сухарьков О.В. Жидкоструйный излучатель со ступенчатым препятствием и круговым щелевым соплом в виде соосных дисков / О.В. Сухарьков // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2010. – № 1. – С. 102 – 108.
8. Сухарьков О.В. Энергетические характеристики затопленной кольцевой струйной пластинки, при наличии развитой кавитации / О.В. Сухарьков // Акустичний вісник. – 2010. – 13, № 2. – С. 45 – 52.
9. Вовк И.В. О возможном механизме автоколебаний в струйных гидродинамических излучателях с развитой кавитацией / И.В. Вовк, В.Т. Гринченко, Ю.М. Дудзинский // Акустичний вісник. – 2008. – 11, № 2. – С. 16 – 23.
10. Огибалов П. М. Оболочки и пластины / П. М. Огибалов, М. А. Колтунов. – М.: Изд-во МГУ, 1969. – 695 с.
11. Корнфельд М. Упругость и прочность жидкостей / Корнфельд М. – М.: ГТТИ, 1951. – 200 с.
12. Сухарьков О.В. Модель жидкоструйного излучателя с круговым щелевым соплом в виде соосных дисков / О.В. Сухарьков // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2011. – № 2. – С. 107 – 113.
13. Дашченко А.Ф. Собственные колебания струйной оболочки в условиях гидростатического давления / А.Ф. Дашченко, Ю.М. Дудзинский // Прикладная механика. – 2004. – 40, № 12. – С. 92 – 98.
14. Янке Е. Специальные функции (Формулы, графики, таблицы) / Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. – М.: Наука, 1964. – 344 с.
15. Коренев Б.Г. Введение в теорию бесселевых функций / Коренев Б.Г. – М.: Наука, 1971. – 288 с.
16. Ультразвук: Маленькая энциклопедия / [науч. ред. И.П. Голямина и др.]. – М.: Советская энциклопедия, 1979. – 400 с.