УДК 621.396.96:621.391.26

Аверочкин В.А.
Averochkin V.A.

АДАПТИВНЫЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ ОБНАРУЖИТЕЛЬ

ADAPTIVE SEQUENTIAL DETECTOR

Аннотация. Разработан адаптивный рекуррентный последовательный обнаружитель Вальда.
Summary. Wald's adaptive recurrent sequential detector is designed.

Внедрение в радиолокационную практику антенных систем с электронным управлением диаграммой направленности создаёт предпосылки к использованию алгоритмов обнаружения предполагающих отказ от заранее фиксированной продолжительности анализа в каждом элементе разрешения и обеспечивающих минимизацию времени обзора контролируемой зоны при заданном качестве принимаемых решений [1, 2, 3].

Предложенный А.Вальдом [1] последовательный критерий отношения вероятностей (ПКОВ) при проверке простой гипотезы H_1 против простой альтернативы H_0 предполагает формирование на каждом n - ом $(n = 1, 2, ...)$ шаге процедуры решающей статистики отношения правдоподобия

$$\lambda_n(x_1, x_2, ..., x_n) = \omega_n(x_1, x_2, ..., x_n / H_1) / \omega_n(x_1, x_2, ..., x_n / H_0), \quad (1)$$

где $\omega_n(x_1, x_2, ..., x_n / H_\theta)$ – условная плотность распределения n выборочных значений при справедливости H_θ $(\theta = 0,1)$ и сравнение её с порогами $A = D/F$ и $B = (1-D)/(1-F)$, определяемыми требуемыми вероятностями правильного обнаружения D и ложной тревоги F. При этом правило принятия решений предполагает вынесение решения A_1 о справедливости H_1 при $\lambda_n(x_1, x_2, ..., x_n) \geq A$, вынесение решения A_0 о справедливости H_0 при $\lambda_n(x_1, x_2, ..., x_n) \leq B$ и принятие решения A_C о проведении $n+1$-го шага процедуры при $B < \lambda_n(x_1, x_2, ..., x_n) < A$. Очевидно, что характеристики критерия не изменятся, если в качестве решающих статистик и порогов использовать произвольные монотонные функции $\lambda_n(x_1, x_2, ..., x_n)$, A и B.

Установлено [1], что в условиях независимых и однородных выборок при справедливости как H_1, так и H_0 ПКОВ является оптимальным по критерию минимума средней продолжительности среди всех процедур, обеспечивающих вероятности ошибочных решений не более $(1-D)$ и F.

Проведенный в [4] анализ потенциальных характеристик ПКОВ в условиях гауссовских помех, когда на каждом n -м шаге решающая статистика

$$l_n(X_n) = \ln \lambda_n(x_1, x_2, ..., x_n) = S_n^* B_n^{-1} X_n - 0.5 S_n^* B_n^{-1} S_n, \quad (2)$$

где S_n, X_n - векторы отсчетов комплексных огибающих соответственно ожидаемого сигнала и входного процесса; B_n - ковариационная матрица входного процесса; $*$ - знак комплексного сопряжения и транспонирования; сравнивается с порогами $\ln A$ и $\ln B$ показал, что ПКОВ обеспечивает выигрыши в средней продолжительности по сравнению с обнаружителем Неймана-Пирсона при воздействии не только некоррелированных, но и коррелированных помех. При этом с уменьшением входного отношения сигнал/помеха эффективность ПКОВ в случае коррелированных помех асимптотически стремится к эффективности в условиях некоррелированных помех.

Практическая реализация преимуществ ПКОВ в достаточно типичном для радиолокационной практики случае воздействия гауссовских помех с априорно неизвестными ковариационными свойствами сопряжена с существенными трудностями формирования решающих статистик (2). Так, непосредственное применение адаптивного байесового подхода к преодолению параметрической априорной неопределённости [5] приводит к необходимости формирования и обращения в реальном масштабе времени состоятельных оценок неизвестных матриц B_n. Возможным подходом к преодолению указанных трудностей, как отмечается в [6], является использование априорной информации о свойствах матрицы B_n на этапе синтеза алгоритма обработки при известных характеристиках помех с последующей заменой неизвестных параметров их состоятельными оценками.

Целью настоящей работы является синтез адаптивного алгоритма рекуррентного формирования статистики (2) путём использования свойства теплицевости ковариационных матриц стационарных выборок с одинаковыми межэлементными временными интервалами.

Учитывая эрмитовость и положительную определённость B_n, разложим B_n^{-1} на треугольные и диагональный сомножители $B_n^{-1} = W_n^* D_n W_n$ [7] и представим (2) в виде

$$l_n\left(X_n\right) = \left(W_n S_n\right)^* D_n^{-1}\left(W_n X_n\right) - 0.5\left(W_n S_n\right)^* D_n^{-1}\left(W_n S_n\right), \qquad (3)$$

где матрицы W_n, D_n и их элементы, как показано в [8], удовлетворяют соотношениям

$$D_n = \operatorname{diag}\left\{d_{ii}\right\} = \operatorname{diag}\left\{\left(B_i^{-1}\right)_{ii}\right\};$$

$$W_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ w_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^* & 0 & \dots & 0 \\ & P_2^* & \dots & 0 \\ & \vdots & & \\ & P_n^* & & \end{bmatrix};$$

$$P_i = \left[w_{i1}\ w_{i2}\ \dots\ w_{i\,i-1}\ 1\right]^* = \left(B_i^{-1}\right)_{ii}^{-1} B_i^{-1} e_i;$$

$$e_i^T = \left[0\ \ \dots\ \ 0\ \ 1\right].$$

Представляя входящие в (2) матрицы в блочном виде, с выделением n-х строки и столбца, можно показать, что имеет место следующее рекуррентное соотношение

$$l_n = l_{n-1} + \left(B_n^{-1}\right)_{nn}^{-1}\left[\left(P_n^* S_n\right)^*\left(P_n^* X_n\right) - 0.5\left|\left(P_n^* S_n\right)\right|^2\right] = l_{n-1} + \left(B_n^{-1}\right)_{nn}^{-1}\left(c_n^* z_n - 0.5\left|c_n\right|^2\right), \qquad (4)$$

где $c_n = P_n^* S_n$, $z_n = P_n^* X_n$.

С целью упрощения формирования c_i и z_i $\left(i = 1, 2, \dots\right)$ воспользуемся структурным свойством тёплицевости ковариационной матрицы стационарной временной выборки с одинаковыми межэлементными временными интервалами T_n. Известно [7], что нормированный к $\left(B_i^{-1}\right)_{ii}$ последний столбец матрицы, обратной тёплицевой эрмитовой матрице B_i, определяется выражением

$$P_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \cdots \\ P_{i-1} \end{bmatrix} - \mu_i^* \begin{bmatrix} \tilde{P}_{i-1}^{*} \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad (5)$$

где $\mu_i^* = -\left(B_i^{-1}\right)_{1i} \Big/ \left(B_i^{-1}\right)_{ii}$, $\sim$ – знак изменения нумерации элементов вектора на обратную.

На основании (5) можно показать, что для c_i и z_i $\left(i = 1, 2, \dots\right)$ справедливы следующие рекуррентные соотношения, которые вследствие идентичности приводятся только для z_i

$$z_i\left(t\right) = z_{i,2}\left(t\right) - \mu_i z_{i,1}\left(t\right),$$

$$z_{i,2}\left(t\right) = z_{i-1}\left(t\right) = z_{i-1,2}\left(t\right) - \mu_{i-1} z_{i-1,1}\left(t\right), \qquad (6)$$

$$z_{i,1}\left(t\right) = z_{i-1,1}\left(t - T_n\right) - \mu_{i-1}^* z_{i-1,2}\left(t - T_n\right).$$

Анализ соотношений (4), (6) показывает, что весовые коэффициенты рекуррентной процедуры формирования (2) определяются соотношениями

$$\mu_i = r_{z_{i,1}\, z_{i,2}}, \qquad (7)$$

$$\left(B_i^{-1}\right)_{ii} = 1 \Big/ \sigma_{z_i}^2, \qquad (8)$$

где $r_{z_{i,1}\, z_{i,2}}$ – коэффициент корреляции процессов $z_{i,1}\left(t\right)$ и $z_{i,2}\left(t\right)$; $\sigma_{z_i}^2$ – дисперсия процесса $z_i\left(t\right)$; и в условиях априорной неопределtнности относительно ковариационных свойств помехи должны быть заменены их состоятельными оценками.

В соответствии с (4), (6) – (8) составлена структурная схема адаптивного последовательного обнаружителя, реализующего рекуррентное формирование решающих статистик ПКОВ при $n = 3$ (см. рис. 1, где 1 – элемент задержки на время T_n; 2 – измеритель коэффициента корреляции; 3 – блок комплексного сопряжения; 4 – умножитель; 5 – блок вычитания; 6 – измеритель дисперсии; 7 – делитель; 8 – накопитель; 9 – пороговое устройство. Штриховой линией обведена часть схемы, подключение которой увеличивает порядок фильтра n на единицу.).

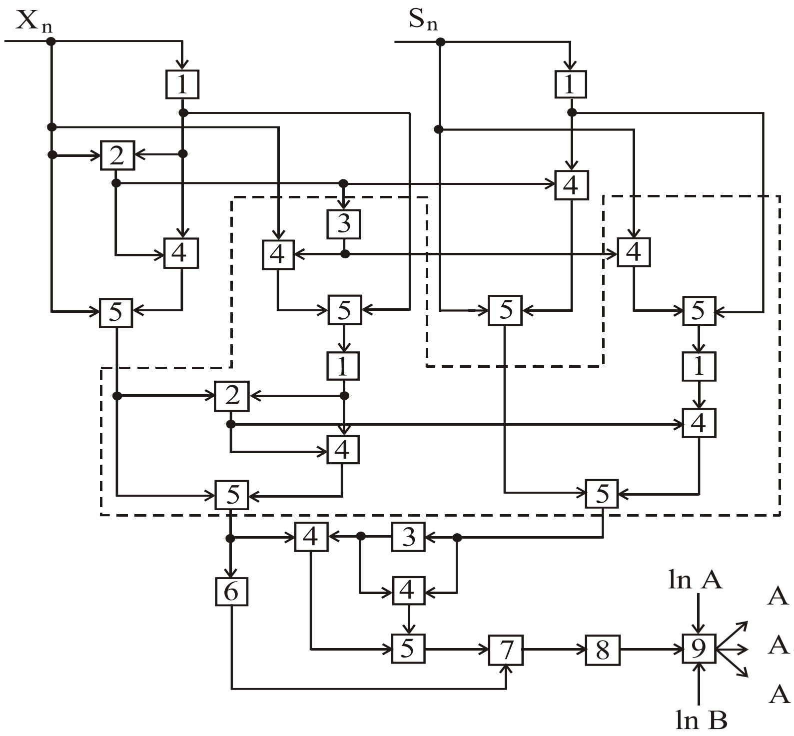

Рисунок 1 – Структурная схема адаптивного последовательного обнаружителя

Принципиальной особенностью ПКОВ является отсутствие ограничения на продолжительность процедуры принятия решений и, следовательно, на порядок n рекуррентного фильтра формирования решающих статистик. Практическое выполнение указанного требования невозможно и при реализации обнаружителя значение n должно быть ограничено. Решение задачи определения порядка фильтра может быть найдено на основе установленной в [8] оптимальности фильтров P_i $(i = 1, 2, \ldots)$, используемых для формирования решающих статистик, по критерию минимума выходной мощности помехи. При этом порядок n может быть выбран исходя из условия подавления фильтром P_n коррелированных помех до уровня некоррелированных шумов.

Изложенное выше показывает, что при относительно слабых ограничениях на свойства помех возможно построение устойчивой, при произвольном объёме обучающей выборки, рекуррентной процедуры формирования адаптивных решающих статистик ПКОВ.

Литература

1. *Вальд А.* Последовательный анализ: Пер. с англ. / Под ред. Б. А. Севастьянова. – М.: Физматгиз, 1960. – 328 с.
2. *Сосулин Ю.Г., Гаврилов К.Ю.* К – этапное обнаружение сигналов // Радиотехника и электроника. – 1998. – Т.43. – №7. – С. 835-850.
3. *Когерентное* последовательное обнаружение сигналов в импульсно-доплеровских РЛС / В.А. Родзивилов, М.М. Черных, В.В. Кузубов и др. // Радиотехника – 1998. – №4. – С. 96-98.
4. *Аверочкин В.А., Баранов П.Е.* Статистические характеристики последовательного обнаружения сигналов в условиях коррелированных помех // Радиотехника и электроника. – 1985. – Т. 30. – №10. – С. 1936-1940.
5. *Репин В.Г., Тартаковский Г.П.* Статистический синтез при априорной неопределённости и адаптация информационных систем. – М.: Советское радио, 1977. – 432 с.
6. *Аверочкин В.А., Баранов П.Е., Токолов В.С.* Рекуррентный фильтр, максимизирующий выходное отношение сигнал/помеха // Радиотехника и электроника. – 1987. –Т. 32. – №4. – С. 766-769.
7. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
8. *Аверочкин В.А., Баранов П.Е., Токолов В.С.* Синтез экономичных фильтров подавления помех // Радиотехника и электроника. – 1985. –Т. 30. – №11. – С. 2175-2179.