

**МОЩНОСТЬ ШУМОВ НЕОРТОГОНАЛЬНОСТИ В СИСТЕМАХ ПЕРЕДАЧИ  
 С OFDM(A) ПРИ МОБИЛЬНОМ ПОЛЬЗОВАТЕЛЕ**

**ПОТУЖНІСТЬ ШУМІВ НЕОРТОГОНАЛЬНОСТІ У СИСТЕМАХ ПЕРЕДАВАННЯ  
 З OFDM(A) ПРИ МОБІЛЬНОМУ КОРИСТУВАЧЕВІ**

**NON-ORTHOGONAL NOISE POWER IN TRANSMISSION SYSTEMS  
 WITH OFDM(A) AND MOBILE USERS**

**Аннотация.** В работе произведен анализ мощности шумов неортогональности OFDM(A) сигнала с учетом особенностей многолучевого распространения, исследовано их влияние на помехоустойчивость системы передачи.

**Анотація.** У роботі проведено аналіз потужності шумів неортогональності OFDM(A) сигналу з урахуванням особливостей багатопроменевого розповсюдження, досліджено їх вплив на завадостійкість системи передавання.

**Summary.** The non-orthogonal noise power of OFDM(A) signal is analyzed in work taking into account the characteristics of multipath propagation and their effect on the noise immunity of the transmission system is investigated.

Многие современные системы передачи основаны на методе OFDM (Orthogonal frequency-division multiplexing – параллельно-последовательная передача на ортогональных поднесущих), который позволяет осуществлять работу в каналах с частотно-селективными замираниями, обеспечивая высокую частотную и энергетическую эффективность. Положительные свойства метода OFDM сопровождаются проблемой обеспечения синхронизации различных уровней. Так, рассеяние сигнала во времени требует временных защитных интервалов, наличие постоянных частотных и фазовых сдвигов – необходимость передачи преамбулы в начале кадров, переменность этих сдвигов при мобильном пользователе – необходимость периодической передачи пилот-сигналов, равномерно распределенных в полосе используемых частот.

Частотные сдвиги должны быть оценены и скомпенсированы, а неполная их компенсация приводит к так называемым шумам неортогональности ICI (InterChannel Interference), которые ухудшают помехоустойчивость системы передачи. Для оценки помехоустойчивости в условиях ICI необходимо определить мощность шумов неортогональности  $P_{ICI}$ .

В работах [1...3] проведены исследования, цель которых – определение значений  $P_{ICI}$ . Причем работа [1] объединила результаты работ [2] и [3]. Первоначально в [2] и [3] были получены точные оценки значений  $P_{ICI}$  для классического доплеровского расширения спектра и двух граничных случаев: равномерного расширения спектра и расширения в виде двух дискретных составляющих, смещенных симметрично вверх и вниз по частоте. В работе [1] существующие исследования дополнены выражениями верхней и нижней границ возможных значений  $P_{ICI}$  для каждого из трех случаев.

Однако особенностью упомянутых исследований является то, что они основаны на использовании функции, описывающей расширения спектра. В то же время, если учесть рекомендации по реализации моделирования многолучевого нестационарного радиоканала, приведенные в [4], то становится очевидным, что скорость изменения фазы сигнала в каждом луче зависит от взаимного изменения вещественной и мнимой составляющих переменной части комплексных коэффициентов передачи лучей. Как следствие, логично предположить, что величина частотного сдвига в канале может быть как меньше, так и больше величины расширения спектра.

*Целью работы является анализ мощности межканальной помехи, имеющей место из-за нарушения ортогональности между поднесущими OFDM(A) сигнала с учетом особенностей распространения радиосигнала в многолучевом радиоканале при мобильном пользователе.*

**1. Особенности модели распространения сигнала.** Модель многолучевого радиоканала приведена на рис. 1. На рис. 1 множители  $\mu_i$  и задержки  $\tau_i$  – параметры модели канала, стандартизованные, например, для производителей систем связи 3-го поколения в рекомендациях ИМТ 2000. Множителями  $\dot{\mu}_{i\text{ пер}}(t)$  имитируется нестационарность канала при мобильном пользователе. Реализации множителей  $\dot{\mu}_{i\text{ пер}}(t)$  в соответствии с так называемой моделью Кларка [4] могут быть получены с помощью схемы, представленной на рис. 2. В соответствии с рис. 2 вещественная и мнимая составляющие  $\dot{\mu}_{i\text{ пер}}(t)$  являются случайными процессами с гауссовым распределением, нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией, определяемой формой низкочастотного эквивалента классического доплеровского расширения спектра, который описывается выражением

$$S_{\mu}(f) = \begin{cases} \frac{1}{\pi F_{\text{д max}} \sqrt{1 - \left(\frac{f}{F_{\text{д max}}}\right)^2}}, & f < F_{\text{д max}}, \\ 0, & f \geq F_{\text{д max}}, \end{cases}$$

где  $F_{\text{д max}} = \pm Vf_0/c$  – максимальная частота в доплеровском расширении спектра;  $V$  – скорость движения пользователя;  $f_0$  – средняя частота спектра OFDM(A) сигнала;  $c$  – скорость света.

Очевидно, что  $|\dot{\mu}_{i\text{ пер}}(t)|$  имеет распределение Релея. Закон распределения  $\arg[\dot{\mu}_{i\text{ пер}}(t)]$  будет исследован в этой работе и положен в основу определения  $P_{\text{ICI}}$ .

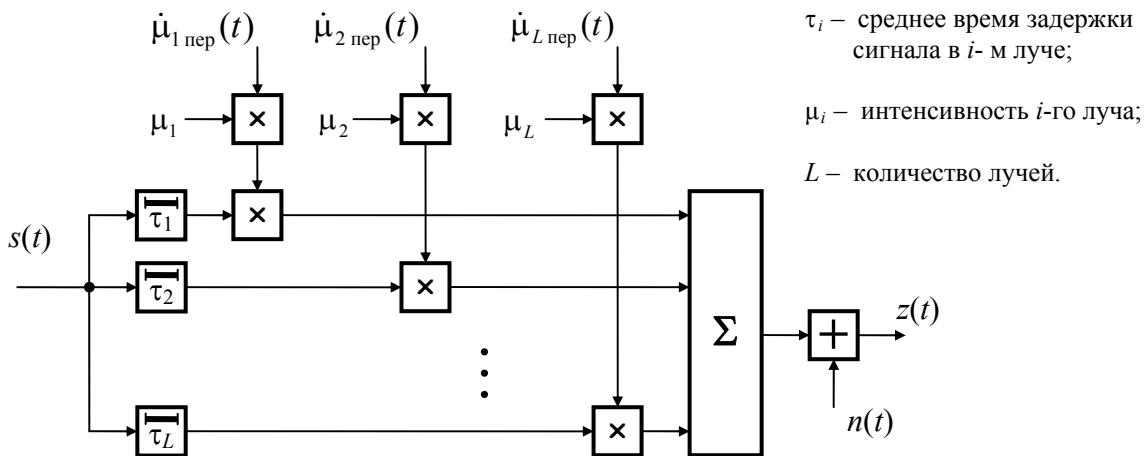


Рисунок 1 – Модель многолучевого радиоканала

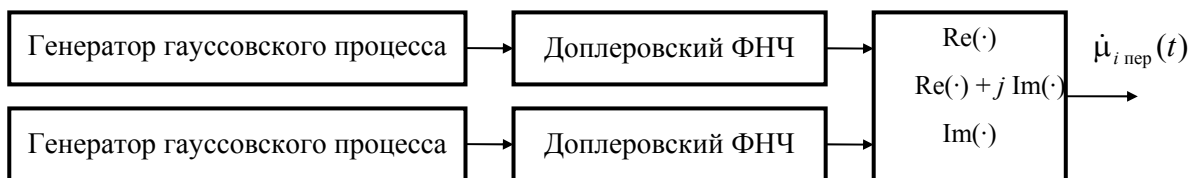


Рисунок 2 – Схема генератора функций  $\dot{\mu}_{i\text{ пер}}(t)$ , имитирующих доплеровское расширение спектра

**2. Методика вычисления мощности шумов неортогональности.** По определению  $P_{\text{ICI}}$  вычисляется следующим образом

$$P_{ICI}(m) = \overline{\left| \sum_{l=1}^{N-1} \dot{a}_l \dot{s}_{m-l} \right|^2}, \quad (1)$$

где  $\dot{a}_l$  – коэффициенты, учитывающие нарушение ортогональности между поднесущими (из-за отклонений частот поднесущих от номинальных значений);  $\dot{s}_m$  – комплексные амплитуды канальных символов различных поднесущих,  $m = 0, 1, \dots, N-1$ ;  $N$  – количество поднесущих; горизонтальная черта – процедура статистического усреднения.

Поскольку символы, модулирующие различные поднесущие, являются независимыми, то выражение (1) можно переписать

$$P_{ICI}(m) = \sum_{l=1}^{N-1} \overline{|\dot{a}_l \dot{s}_{m-l}|^2}. \quad (2)$$

Так как независимо от применяемого вида модуляции производится нормировка средней мощности сигнала, то  $\overline{|\dot{s}_m|^2} = 1$  и, учитывая, что, согласно выражению (2), фазы  $\dot{s}_m$  не влияют на результат, а также, что  $P_{ICI}$  в среднем одинакова для всех поднесущих, окончательно можно записать

$$P_{ICI} = \sum_{l=1}^{N-1} \overline{|\dot{a}_l|^2}. \quad (3)$$

В соответствии с последним выражением, неизвестным на данном этапе является процедура усреднения. Известно, что коэффициенты  $\dot{a}_l$  зависят от величины частотного сдвига следующим образом [5]:

$$\dot{a}_l(\Delta f_l) = \frac{\sin(\pi(lf_1 + \Delta f_l)T)}{N \sin(\pi(lf_1 + \Delta f_l)T/N)} \exp \left[ j \left( \pi(lf_1 + \Delta f_l)T - \frac{\pi}{N} (lf_1 + \Delta f_l)T \right) \right], \quad (4)$$

где  $\Delta f_l$  – отклонение частоты  $l$ -й поднесущей относительно номинального значения;  $f_1$  – разность частот между поднесущими;  $T = 1/f_1$  длительность OFDM(A) символов.

В то же время известно [6], что в многолучевом нестационарном радиоканале частотные сдвиги различных поднесущих отличаются аналогично тому, как отличаются различные коэффициенты передачи по амплитуде при частотно-селективных замираниях. Также по аналогии можно ввести понятие интервала (диапазона) когерентности частотных сдвигов  $F_{\text{ког } f}$ , который типично определяется по нормированной корреляционной функции на уровне 0,5.

Поскольку  $|\dot{a}_l|$  функция вида  $\sin(x)/x$ , которая в среднем убывает со скоростью  $1/f$ , то средний квадрат коэффициентов  $\dot{a}_l$  убывает со скоростью  $1/f^2$  соответственно. Логично сделать предположение, что основная доля  $P_{ICI}$  обуславливается небольшим числом  $N_{\text{знач}}$  близко расположенных поднесущих с наиболее значимыми коэффициентами  $\dot{a}_l$ . При условии, что  $N_{\text{знач}}$  попадает в полосу частот  $F_{\text{ког } f}$ , выражение (3) можно переписать следующим образом:

$$P_{ICI} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ 2 \sum_{l=1}^{N_{\text{знач}}/2} |\dot{a}_l(\Delta f)|^2 \right] p(\Delta f) d\Delta f, \quad (5a)$$

где  $p(\Delta f)$  – плотность вероятности частотных сдвигов поднесущих.

Также возможен случай наличия всего одного луча (одного луча с коэффициентом передачи на несколько порядков большим, чем коэффициенты передачи остальных лучей), тогда частотные сдвиги всех поднесущих будут идентичными (близкими) и выражение (3) преобразуется в следующее:

$$P_{ICI} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{l=1}^{N-1} |\dot{a}_l(\Delta f)|^2 \right] p(\Delta f) d\Delta f. \quad (5b)$$

Выражение, описывающее  $p(\Delta f)$ , аналитически найти сложно, но современные пакеты программ для научных и инженерных расчетов позволяют эффективно решать эту задачу численно. Именно такой подход далее использован в этой работе.

**3. Исследование плотности вероятности частотных сдвигов поднесущих.**

В общем случае, чтобы исследовать изменение  $\Delta f_i(t)$  необходимо учитывать влияние всех лучей, но легко убедиться, что результат будет аналогичен результату анализа одного (любого) коэффициента  $\dot{\mu}_{i \text{ пер}}(t)$ .

Для проведения исследования схема, представленная на рис. 2, была дополнена вычислителем фазы ( $\arg[\cdot]$ ), блоком развертывания фазы (unwarp) для устранения скачков при переходе через  $\pm \pi$ , дифференциатором ( $d/dt$ ) и множителем  $1/(2\pi T)$  (рис. 3).

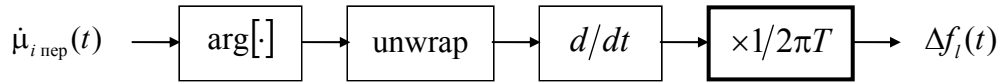


Рисунок 3 – Дополнение схемы на рис. 2 для получения реализации  $\Delta f_i(t)$

На основе реализаций  $\Delta f_i(t)$  была получена гистограмма  $H(\Delta f)$  (рис. 4) и выяснено, что наилучшим образом ее аппроксимирует масштабированное распределение Стьюдента ( $t$  scale распределение) с  $\nu = 1,95$  степенями свободы и масштабирующим параметром  $\sigma_f = 0,47F_{d \text{ max}}$ , описываемое следующим выражением:

$$p_{t \text{ scale}}(\Delta f) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sigma_f \sqrt{\nu\pi} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \left[ \frac{\nu + \left(\frac{\Delta f}{\sigma_f}\right)^2}{\nu} \right]^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}, \quad (6)$$

где  $\Gamma(\cdot)$  – гамма-функция Эйлера.

Результаты аппроксимации  $H(\Delta f)$  масштабированным распределением Стьюдента  $p_{t \text{ scale}}(\Delta f)$  и нормальным распределением  $p_{norm}(\Delta f)$  приведены на рис. 4.

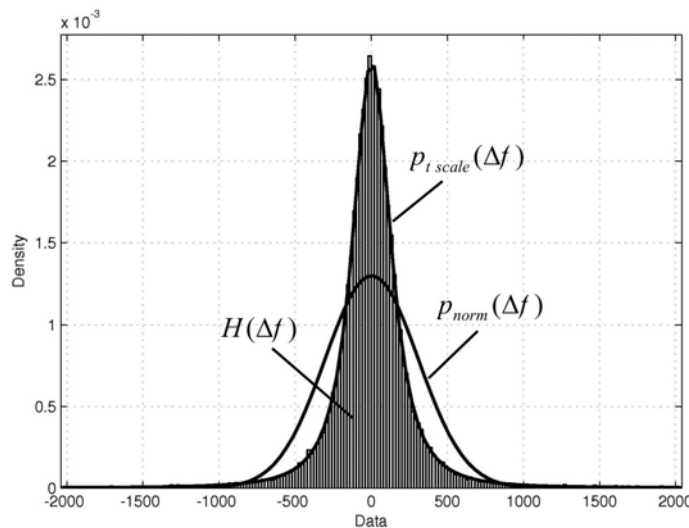


Рисунок 4 – Гистограмма  $\Delta f_i(t)$  и результаты ее аппроксимации

Так как существует функциональная связь между  $\sigma_f$  и  $F_{d \text{ max}}$ , то, соответственно, мощность ISI также является функцией  $P_{ICI}(F_{d \text{ max}})$ .

**4. Количество значимых мешающих поднесущих.** Для того чтобы далее производить расчеты  $P_{ICI}$  согласно выражению (5а), следует доказать, что основная доля этой величины сосредоточена в ближайших  $N_{\text{знач}}$  поднесущих.

За основу примем параметри стандарта IEEE 802.16e (mobile WiMAX), а именно:  $f_0 = 2,5$  ГГц,  $N = 128, 512, 1024, 2048$ . Максимальная скорость движения мобильного пользователя, для которой стандартизируются параметры систем передачи в рекомендациях IMT 2000, равна 120 км/час, соответственно,  $F_{д\max} = 278$  Гц.

Для того чтобы определить долю  $P_{ICI}$ , входящую в некоторое число  $n$  ближайших поднесущих, определим следующую зависимость:

$$P_{\Sigma a}(n) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left[ 2 \sum_{l=1}^n |\dot{a}_l(\Delta f)|^2 \right] p_{t\ scale}(\Delta f) d\Delta f}{\int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{l=1}^{N-1} |\dot{a}_l(\Delta f)|^2 \right] p_{t\ scale}(\Delta f) d\Delta f}, \quad n = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1, \quad (7)$$

которая графически представлена на рис. 5.

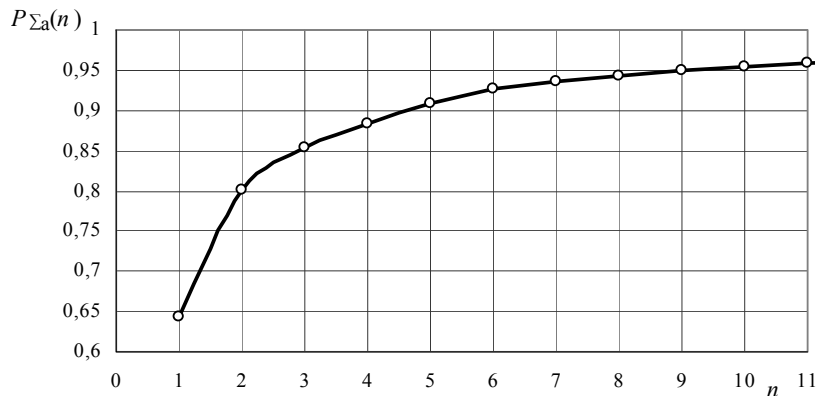


Рисунок 5 – Доля мощности шумов неортогональности, обусловленная  $n$  ближайшими поднесущими

Из рис. 5 видно, что более 90 % (95 %)  $P_{ICI}$  обуславливается пятью (девятью) ближайшими поднесущими, расположенными выше по частоте и пятью (девятью) – ниже,  $N_{\text{знач}} = 10$  (18).

Причем необходимо отметить, что указанные значения не зависят от  $N$ , если  $N \geq 64$ .

**5. Мощность шумов неортогональности.** В соответствии с результатами п. 4, воспользовавшись выражением (5а), определим зависимость  $P_{ICI}(F_{д\max})$  при  $N_{\text{знач}} = 10$ . Также определим  $P_{ICI}(F_{д\max})$  согласно выражению (5б). Результаты расчетов приведены на рис. 6.

Для сравнения на рис. 6 приведена зависимость, являющаяся универсальной верхней границей  $P_{ICI}$ , полученной в [1],

$$P_{ICI}^{(\max)} = \frac{1}{12} (2\pi F_{д\max} T)^2$$

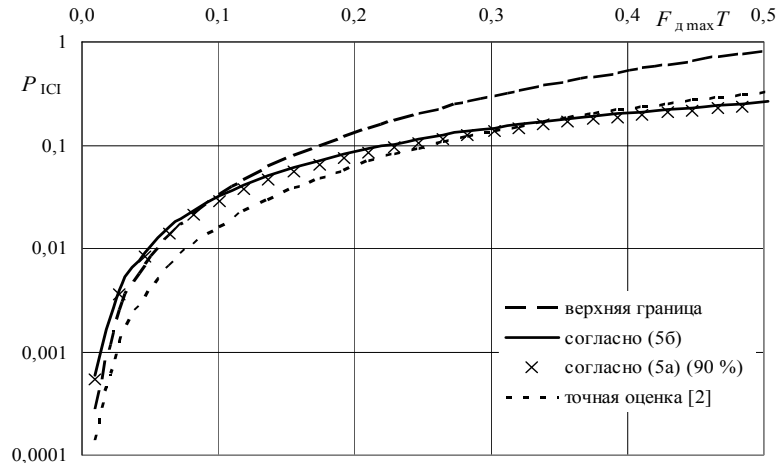
и зависимость, соответствующая "точной" оценке  $P_{ICI}$ , полученной в [2],

$$P_{ICI}^{(\text{exact})} = 1 - \int_{-1}^1 (1 - |x|) J_0(2\pi F_{д\max} T x) dx.$$

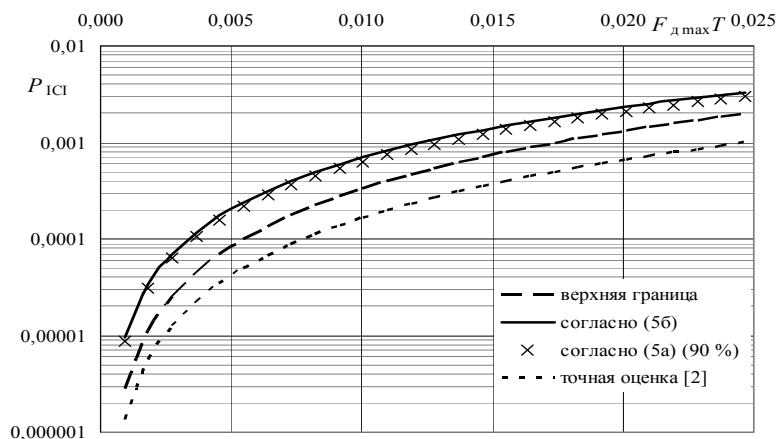
Анализируя рис. 6 можно заметить, что при  $F_{д\max} T \leq 0,025$  (скорости движения меньше 120 км/час) результаты расчетов этой работы приблизительно в два раза больше верхней границы и приблизительно в четыре раза больше "точной" оценки. При больших значениях  $F_{д\max} T$  зависимость согласно выражениям (5а) и (5б) постепенно уменьшает скорость возрастания и даже принимает значения меньше "точной" оценки.

Полученные здесь результаты являются более точными, чем в работах [1...3], так как они основаны на использовании статистических характеристик (плотности вероятности) частотных сдвигов.

**6. Ухудшение помехоустойчивости из-за шумов неортогональности.** В силу центральной предельной теоремы можно принять, что  $ICI$  является гауссовской случайной величиной, не зависящей от аддитивного шума канала. Тогда при анализе влияния  $ICI$  на помехоустойчивость можно просто величину  $P_{ICI}$  прибавлять к величине мощности аддитивного шума канала. Результаты соответствующих расчетов для канала с замираниями по закону Релея приведены на рис. 7 (скорость движения 60 км/час, модуляция КАМ-16). При указанной скорости  $P_{ICI}$  составила: в соответствии с выражением (5а)  $9,6 \cdot 10^{-4} \text{ В}^2$ , выражением (5б)  $1,1 \cdot 10^{-3} \text{ В}^2$ , согласно формуле верхней границы  $5,3 \cdot 10^{-4} \text{ В}^2$ , согласно формуле точной оценки  $2,7 \cdot 10^{-4} \text{ В}^2$ .



а)



б)

Рисунок 6 – Мощность шумов неортогональности

Как видно из рис. 6, вероятность ошибки при значениях  $P_{ICI}$ , определенных в этой работе, приблизительно в два и четыре раза больше вероятности ошибки при значениях  $P_{ICI}$ , найденных согласно формулам верхней границы и "точной" оценки соответственно. Данный факт легко объяснить обратно пропорциональной зависимостью помехоустойчивости от мощности шума в канале с замираниями.

Поскольку в случае других видов модуляции помехоустойчивость определяется лишь коэффициентом пропорциональности при отношении сигнал/шум и соотношении между графиками на рис. 6 в диапазоне  $F_{d \max} T \leq 0,025$  практически неизменно, то при других значениях скорости в заданном диапазоне будут иметь место зависимости, аналогичные приведенным на рис. 7.

**7. Применение полученных результатов.** Так как плотность вероятности частотных сдвигов не зависит от количества лучей в канале связи и их параметров, то полученные результаты

применимы для любой системы передачи, у которой значительное число поднесущих ( $> 10$ ) попадает в полосу когерентности частотных сдвигов, используемого канала связи.

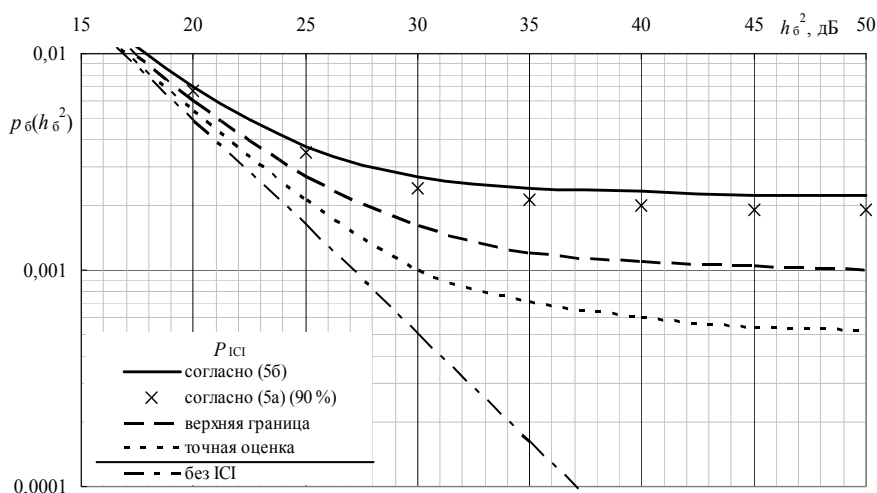


Рисунок 7 – Помехоустойчивость системы передачи с КАМ-16 (при различных способах определения  $P_{ICI}$  и без МСИ)

Подводя итоги выполненной работы можно сделать следующие **выводы**:

Разработана и апробирована методика вычисления мощности шумов неортогональности, учитывающая распределение вероятностей частотных сдвигов, которые, в свою очередь, обуславливаются особенностями модели распространения сигнала.

Результаты работы показывают, что при расширении спектра сигнала в канале согласно модели Кларка могут иметь место любые частотные сдвиги, плотность вероятности которых описывается распределением Стьюдента (получено экспериментально). С учетом известного распределения частотных сдвигов и того, что основной вклад в величину мощности шумов неортогональности дают ближайšie поднесущие, было выяснено, что известные ранее выражения дают заниженный результат в диапазоне  $F_{д\max} T \leq 0,025$ .

Обратно пропорциональная зависимость помехоустойчивости системы передачи в канале с замираниями обуславливает фактическое увеличение вероятности ошибки равно во столько раз, во сколько большей является мощность шумов неортогональности относительно известных ранее выражений.

### Литература

1. Li Y. (G.) Interchannel interference of OFDM in mobile radio channels / Y. (G.) Li, Leonard J. Cimini, Jr. // Proc. of 2000 IEEE Global Telecommunications Conference. – San Francisco, Nov. 2000. – С. 706-710.
2. Russell M. Interchannel Interference Analysis of OFDM in a Mobile Environment / M. Russell, G.L. Stuber // Proc. of VTC'95. – Chicago, Ill, USA, Jul. 1995. – С. 820-824.
3. Robertson P. The Effects of Doppler Spreads in OFDM(A) Mobile Radio Systems / P. Robertson, S. Kaiser // Proc. of VTC'99. – Houston, Texas, USA, May 1999. – С. 329-333.
4. Волков Л.Н. Системы цифровой радиосвязи: базовые методы и характеристики: [учеб. пособ.] / Волков Л.Н., Немировский М.С., Шинаков Ю.С. – М.: Эко-Трендз, 2005. – 392 с.
5. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. – [2-е изд.] / Лайонс Р.; [пер. с англ.]. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2006. – 656 с.
6. Перекрестов И.С. Кореляційні властивості характеристик багатопроменевого нестационарного каналу зв'язку / Перекрестов И.С., Борцова Л.М // 7-я Международная молодежная НТК «Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций РТ-2011», 11–15 апреля 2011 г.: тези допов. – Севастополь, 2011. – С. 63.