

**ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ТРАФИКОМ
В ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ**

**ОСОБЛИВОСТІ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ КЕРУВАННЯ ТРАФІКОМ
У ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНІЙ МЕРЕЖІ**

**SINGULARITY OF TRAFFIC MANAGEMENT PROBLEM SOLVING
IN TELECOMMUNICATION NETWORK**

Аннотация. Предложено решение задач управления трафиком в сети *NGN* с применением тензорных методов. Решена более общая задача управления трафиком в сети с помощью тензорной модели, представленной в системе координат ветвей, базисных контуров и узловых пар. Получены значения временных задержек пакетов и максимальных длин пакетных очередей в трактах, узлах и контурах сети при условии наличия задержек пакетов в контурах сети.

Анотація. Запропоновано розв'язання задач керування трафіком у мережі *NGN* з використанням тензорних методів. Розв'язання більш загальної задачі керування трафіком у мережі за допомогою тензорної моделі, яка подана у системі координат гілок, базисних контурів і вузлових пар. Отримані значення часових затримок і максимальної довжини пакетної черги в трактах, вузлах і контурах мережі, за умов наявності затримок пакетів у контурах мережі.

Summary. Traffic management problems solution in *NGN* network using tensor methods has been proposed. More general problem of traffic management in network with the help of tensor model represented in the coordinate system of branches, basis contours and node pairs has been solved. Values of packet time delay and maximum length of batch queue in paths, nodes and network contours if there is packet delay in network contours have been got.

Основным направлением развития телекоммуникаций сегодня является решение проблемы внедрения сетей нового поколения *Next Generation Network (NGN)*, основой которых является использование технологий пакетной коммутации для передачи всех видов информации с поддержкой параметров качества обслуживания *QoS (Quality of Service)*. Характерной особенностью внедрения сетей *NGN* является формирование единой многоуровневой и динамичной сетевой архитектуры, которая обладает свойствами мультисервисности, многопротокольности и инвариантности к технологиям коммутации. Функционирование сетей *NGN* основано на принципах максимально эффективного использования ресурсов единой сетевой архитектуры с поддержкой *QoS* [1,2].

Поэтому основной задачей, которая требует решения при проектировании сетей *NGN*, является задача управления сетевым трафиком, решение которой состоит в обеспечении необходимых параметров качества обслуживания, таких как пропускная способность, значения задержек и потерь пакетов при максимальной и сбалансированной загрузке ресурсов сети. Особенно важным это является на этапе проектирования аппаратно-программных средств сети, когда выполняется выбор структуры сети и производительности сетевых узлов [1, 2].

Таким образом, можно отметить, что концепция построения сетей *NGN* определяет новые технологические решения и подходы к реализации и требует разработки математических моделей, которые будут учитывать все многообразие структурных характеристик сетей *NGN* и описаний реальных процессов их функционирования [1, 2]. Поэтому является целесообразным использование элементов тензорного анализа, которые позволяют выполнять одновременную оценку структурных характеристик и функциональных свойств рассматриваемой сетевой модели, прогнозировать состояние сети на определенном промежутке времени с учетом топологии сети, а также учитывать особенности используемых протоколов.

Возможности применения тензорного анализа для решения задач исследования электрических цепей исследованы в работах Г. Крона [3], тензорному исследованию посвящены работы А.Е. Петрова [4], а результаты тензорного моделирования телекоммуникационных сетей представлены в работах В.В. Поповского, А.В. Лемешко [5, 6]. В отличие от подходов, изложенных в работах [6, 7], в работе [8] решение поставленной задачи управления трафиком выполнялось для частного случая, при условии, что в контурах сети отсутствуют задержки.

Наиболее интересным является решение более общей задачи, которая предполагает получение решений при известных значениях пропускных способностей в трактах сети, значений максимальных длин очереди пакетов и значений временных задержек в сетевых узлах и трактах сети, а также в заданных контурах сети. Полученные результаты позволят провести анализ объемов буферной памяти коммутационных узлов сети и обоснованно выбрать их пропускную способность с учетом полученных длин очередей пакетов. Однако решение такой задачи в литературе не рассматривалось.

Целью настоящей работы является решение задачи управления трафиком в сети с помощью тензорной модели, представленной в системе координат ветвей, базисных контуров и узловых пар.

Рассмотрим тензорный метод решения задач управления трафиком на примере фрагмента телекоммуникационной сети, состоящей из пяти маршрутизаторов соединенных семью трактами передачи (рис. 1). Представим структурную модель сети в виде ориентированного взвешенного графа $G(N, V)$, где $N = \{N_j, j = \overline{1,5}\}$ – множество вершин которого составляют узлы сети – маршрутизаторы, а $V = \{v_i, i = \overline{1,7}\}$ – множество дуг, моделирующих ветви сети, представленные трактами сети. По аналогии с тензорным подходом, предложенным Г. Кроном и развитым в работах [3 ... 8], структура исходной анализируемой сети (рис. 1) описывается одномерным симплициальным комплексом. При этом эта структура является дискретным семимерным пространством.

Опишем введенное семимерное пространство с помощью тензоров, что позволит одновременно исследовать структурные свойства и функциональные характеристики рассматриваемого фрагмента телекоммуникационной сети. Рассмотрим две системы координат (СК): первая – система координат ветвей сети $v_i, i = \overline{1,7}$, а вторая – система координат независимых контуров $r_i, i = \overline{1,3}$ и независимых узловых пар сети $\eta_i, i = \overline{1,4}$ [3, 4].

Согласно рассматриваемого фрагмента телекоммуникационной сети, представленного в виде графа $G(N, V)$, выберем в качестве остова сети дерево $(N_5, N_1), (N_5, N_2), (N_2, N_4), (N_4, N_3)$, которое связывает все узлы сети. Хордами являются ветви графа v_1, v_2, v_5 . По отношению к указанному остову сети и хордам зададим на структуре сети три базисных замкнутых контура. Контур $r_1: \{(N_2, N_1), (N_1, N_5), (N_5, N_2)\}$; контур $r_2: \{(N_2, N_5), (N_5, N_4), (N_4, N_2)\}$ и контур $r_3: \{(N_2, N_4), (N_4, N_3), (N_3, N_2)\}$. Выберем на структуре сети четыре независимых пары узлов для опорного заданного узла N_5 , заданное множеством узловых пар $\eta: \eta_1 = \{N_5, N_1\}; \eta_2 = \{N_5, N_2\}; \eta_3 = \{N_5, N_3\}$ и $\eta_4 = \{N_5, N_4\}$. Тогда общее количество ветвей равно [9]:

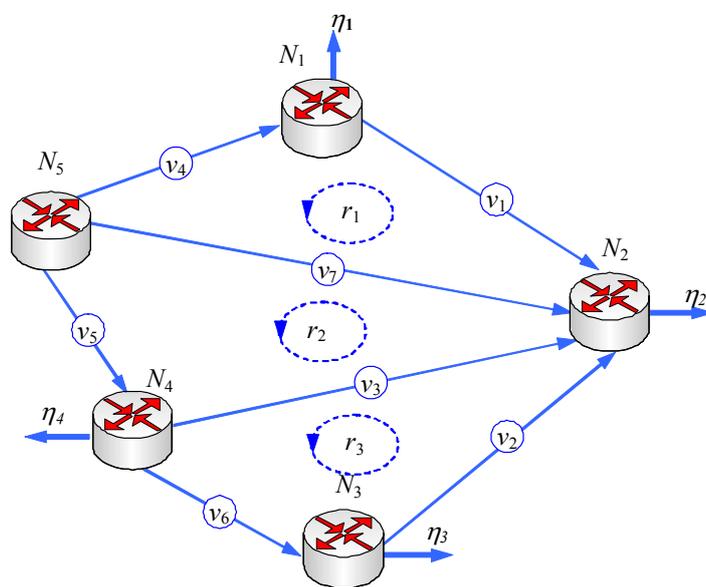


Рисунок 1 – Структурная схема фрагмента телекоммуникационной сети

$$v = r + \eta, \tag{1}$$

где v – общее количество ветвей; r – общее количество независимых контуров, а η – количество независимых узловых пар.

Согласно подходу, изложенному в [10], запишем систему уравнений зависимости между узловыми парами $\eta_p, p = \overline{1,4}$ и ветвями сети $v_i, i = \overline{1,7}$:

$$\begin{cases} \eta_1 = -v_1 + v_4; \\ \eta_2 = v_1 + v_2 + v_3 + v_4; \\ \eta_3 = -v_2 + v_6; \\ \eta_4 = -v_3 + v_5 - v_6. \end{cases}$$

Аналогично запишем систему уравнений зависимости для базисов контуров r_l , $l = \overline{1,3}$ и ветвей сети v_i , $i = \overline{1,7}$ [10]:

$$\begin{cases} r_1 = v_1 \\ r_2 = v_5 \\ r_3 = v_2 \end{cases}$$

Согласно структурной модели рассматриваемой сети и заданных направлений передачи трафика формируем базисные матрицы координатного преобразования между заданными системами координат [3, 4, 10]. Обозначим через $B_v^{r\eta}$ – матрицу ковариантного преобразования при переходе от систем координат базисных контуров и узловых пар к системе координат ветвей сети и через $B_{r\eta}^v$ – матрицу контрвариантного преобразования при переходе от систем координат ветвей сети к системе координат базисных контуров и узловых пар. Матрица $B_{r\eta}^v$ имеет вид:

$$B_{r\eta}^v = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Согласно [3, 4] матрицы преобразования $B_{r\eta}^v$ и $B_v^{r\eta}$ связаны между собой условием ортогональности:

$$B_{r\eta}^v \cdot (B_v^{r\eta})^t = I, \quad (3)$$

где I – единичная матрица; t – знак транспонирования матрицы.

Согласно (2) и (3) найдем матрицу ковариантного преобразования $B_v^{r\eta}$:

$$B_v^{r\eta} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

В качестве метрики сети выбираем интенсивность нагрузки в трактах сети, а в качестве инвариантного функционального уравнения используем тензорное обобщение формулы Литтла [11]:

$$h^i = l^i \cdot \tau_i \quad (i = \overline{1, m}), \quad (5)$$

где h^i – длина очереди, в которой помещаются пакеты для передачи в i -м тракте; τ_i – средняя задержка пакетов в i -ом тракте; l^i – интенсивность трафика в i -ом тракте; m – общее количество трактов.

В качестве воздействующей (возбуждающей) переменной в уравнении (5) выступает величина h^i , а в качестве переменной отклика – задержка τ_i [3, 4].

Исходя из постулата первого обобщения Крона [3], форма записи инвариантного уравнения (5), характеризующая поведение отдельных элементов сети, должна соответствовать уравнению поведения сети в целом, что обуславливает замену системы скалярных уравнений (5) векторно-матричным уравнением. Тогда (5) представляется в тензорном виде:

$$H = L \cdot T, \quad (6)$$

где H – одновалентный ковариантный тензор, характеризующий длину очереди пакетов; L – дважды контрвариантный тензор интенсивностей трафика в базисных путях сети; T – одновалентный ковариантный тензор, являющийся вектором задержек передачи пакетов.

Функциональное уравнение (5) в системе координат ветвей v имеет вид:

$$H_v = L_v \cdot T_v, \quad (7)$$

где вектор $H_v = (h_1^v \ h_2^v \ \dots \ h_\rho^v)^t$ определяет длину очереди в системе координат ветвей сети; $T_v = (\tau_1^v \ \tau_2^v \ \dots \ \tau_\rho^v)^t$ – вектор задержек передачи пакетов в ветвях сети, а $L_v = (l_{ij}^v)$ – диагональная матрица интенсивностей трафика в ветвях сети, которая имеет диагональную структуру; ρ – ранг сети, причем $\rho = n - 1$, где n – количество узлов сети.

Уравнение (5) в системе координат независимых контуров и узловых пар имеет вид:

$$H_{r\eta} = L_{r\eta} \cdot T_{r\eta}, \quad (8)$$

где $T_{r\eta}$, $H_{r\eta}$ и $L_{r\eta}$ – проекции тензоров T , H и L в базисе контуров r_l , $l = \overline{1,3}$ и узловых пар η_p , $p = \overline{1,4}$, причем $H_{r\eta} = (h_1^{r\eta} \ h_2^{r\eta} \ \dots \ h_\rho^{r\eta})^t$ и $T_{r\eta} = (\tau_1^{r\eta} \ \tau_2^{r\eta} \ \dots \ \tau_\rho^{r\eta})^t$ – векторы длин очередей и задержек передачи пакетов в базисе контуров и узловых пар соответственно, $L_{r\eta}$ – диагональная матрица интенсивностей трафика в системе координат независимых контуров и узловых пар сети ρ -го порядка.

Исходя из законов координатного преобразования при переходе от системы координат отдельных ветвей сети к системе координат базисных контуров и узловых пар, определим в качестве контрвариантного тензора – тензор интенсивности трафика, а в качестве ковариантного – тензор средних задержек пакетов [3, 4].

Основываясь на постулате первого обобщения Крона [3], правило преобразования дважды контрвариантного тензора интенсивностей трафика $L_{r\eta}$ в системе координат контуров и узловых пар:

$$L_{r\eta} = (B_v^{r\eta})^t \cdot L_v \cdot B_v^{r\eta}, \quad (9)$$

где $B_v^{r\eta}$ – матрица ковариантного преобразования при переходе от систем координат базисных контуров и узловых пар к системе координат ветвей сети; L_v – дважды контравариантный метрический тензор пропускных способностей ветвей сети.

Тензор $L_{r\eta}$ имеет вид:

$$L_{r\eta} = \left(\begin{array}{c|c} L_{r\eta}^1 & L_{r\eta}^2 \\ \hline L_{r\eta}^3 & L_{r\eta}^4 \end{array} \right), \quad (10)$$

где

$$L_{r\eta}^1 = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{21} & l_{13} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{pmatrix}, L_{r\eta}^2 = \begin{pmatrix} l_{14} & l_{15} & l_{16} & l_{17} \\ l_{24} & l_{25} & l_{26} & l_{27} \\ l_{34} & l_{35} & l_{36} & l_{37} \end{pmatrix}, L_{r\eta}^3 = \begin{pmatrix} l_{41} & l_{42} & l_{43} \\ l_{51} & l_{52} & l_{53} \\ l_{61} & l_{62} & l_{63} \\ l_{71} & l_{72} & l_{73} \end{pmatrix}, L_{r\eta}^4 = \begin{pmatrix} l_{44} & l_{45} & l_{46} & l_{47} \\ l_{54} & l_{55} & l_{56} & l_{57} \\ l_{64} & l_{65} & l_{66} & l_{67} \\ l_{74} & l_{75} & l_{76} & l_{77} \end{pmatrix}.$$

Преобразование вектора пакетных длин очередей из системы координат ветвей в систему координат контуров и узловых пар имеет вид [3, 4]:

$$H_v = B_{r\eta}^v \cdot H_{r\eta}, \quad (11)$$

где H_v – проекция тензоров в базисе ветвей, характеризующая длину пакетной очереди в базисе ветвей; $B_{r\eta}^v$ – матрица координатного преобразования при переходе от систем координат ветвей к системе координат базисных контуров и узловых пар; $H_{r\eta}$ – вектор длины пакетной очереди в базисе контуров и узловых пар.

При этом вектор $H_{r\eta}$ может быть представлен в виде:

$$H_{r\eta} = \begin{pmatrix} H_r \\ \text{---} \\ H_\eta \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Компонентами вектора $H_{r\eta}$ в системе координат независимых контуров является вектор $H_r = (h_1^r \ h_2^r \ \dots \ h_p^r)^t$. Аналогично для систем координат узловых пар $H_\eta = (h_1^\eta \ h_2^\eta \ \dots \ h_p^\eta)^t$.

Преобразование вектора задержек передачи пакетов из системы координат независимых ветвей сети в систему координат контуров и узловых пар имеет вид:

$$T_v = B_v^{r\eta} \cdot T_{r\eta}, \quad (13)$$

где T_v – проекция тензоров в базисе ветвей, заданная вектором задержек передачи пакетов в базисе ветвей; $B_v^{r\eta}$ – матрица координатного преобразования при переходе от систем координат базисных контуров и узловых пар к системе координат ветвей сети; $T_{r\eta}$ – вектор задержек передачи пакетов в базисе контуров и узловых пар.

Вектор временных задержек, определенный в системе координат контуров и узловых пар $T_{r\eta}$, может быть представлен в виде:

$$T_{r\eta} = \begin{pmatrix} T_r \\ \text{---} \\ T_\eta \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где $T_r = (\tau_1^r \ \tau_2^r \ \dots \ \tau_p^r)^t$ и $T_\eta = (\tau_1^\eta \ \tau_2^\eta \ \dots \ \tau_p^\eta)^t$ – векторы задержек передачи пакетов в базисе контуров и узловых пар соответственно.

Тогда, учитывая (8), (10), (12) и (14), выражение имеет вид:

$$\begin{pmatrix} H_r \\ \text{---} \\ H_\eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{r\eta}^1 & | & L_{r\eta}^2 \\ \text{---} & | & \text{---} \\ L_{r\eta}^3 & | & L_{r\eta}^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_r \\ \text{---} \\ T_\eta \end{pmatrix}, \quad (15)$$

что позволяет найти значения максимальной длины пакетной очереди и значения временных задержек в сетевых узлах, трактах, а также контурах рассматриваемой сети.

В статье [8] значения максимальной длины пакетной очереди и значения временных задержек в сетевых узлах, трактах, а также контурах рассматриваемой сети находились из выражения (15) в предположении отсутствия задержек пакетов в контурах сети $T_r = 0$. Решим задачу в предположении, что $T_r \neq 0$.

Определим порядок загруженности очередей пакетами H_r в контурах сети, при условии, что значение времени задержки пакетов в контурах сети $T_r \neq 0$. Для этого используем равенство (15), матричное уравнение распишем в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} H_r = L_{r\eta}^1 \cdot T_r + L_{r\eta}^2 \cdot T_\eta, \\ H_\eta = L_{r\eta}^3 \cdot T_r + L_{r\eta}^4 \cdot T_\eta. \end{cases} \quad (16)$$

В этом уравнении все величины, кроме значения загруженности очередей пакетами H_r и времени задержки пакетов в контурах сети T_r найдены раньше. Решим систему уравнений (16) относительно неизвестных величин H_r и T_r .

Выразить T_r из второго уравнения данной системы уравнений (16) не удастся матричным способом, так как не существует обратной матрицы к матрице $L_{r\eta}^3$ (матрица $L_{r\eta}^3$ не является квадратной). Будем искать другой метод нахождения H_r и T_r .

Для этого из системы уравнений (16):

$$H_r = L_{r\eta}^1 \cdot T_r + L_{r\eta}^2 \cdot T_\eta, \quad (17)$$

выражаем T_r :

$$T_r = (L_{r\eta}^1)^{-1} \cdot [H_r - L_{r\eta}^2 \cdot T_\eta]. \quad (18)$$

Подставляя выражение (17) во второе уравнение системы уравнений (16), получим

$$H_\eta = L_{r\eta}^3 (L_{r\eta}^1)^{-1} \cdot [H_r - L_{r\eta}^2 \cdot T_\eta] + L_{r\eta}^4 \cdot T_\eta. \quad (19)$$

Преобразуя выражение (19), имеем

$$L_{r\eta}^3 (L_{r\eta}^1)^{-1} \cdot [H_r - L_{r\eta}^2 \cdot T_\eta] = H_\eta - L_{r\eta}^4 \cdot T_\eta. \quad (20)$$

Учитывая, что $L_{r\eta}^3$ – матрица порядка 4×3 ; $(L_{r\eta}^1)^{-1}$ – матрица порядка 3×3 ; $L_{r\eta}^2$ – матрица порядка 3×4 ; T_η и H_η – матрицы порядка 4×1 ; $L_{r\eta}^4$ – матрица порядка 4×4 .

Введем следующие обозначения:

$$L_{r\eta}^3 (L_{r\eta}^1)^{-1} = A, \quad H_\eta - L_{r\eta}^4 \cdot T_\eta = C, \quad L_{r\eta}^2 \cdot T_\eta = F. \quad (21)$$

Нетрудно видеть, что матрица A – порядка 4×3 ; матрица C – порядка 4×1 ; матрица F – порядка 3×1 .

Тогда, с учетом введенных обозначений выражение (20) имеет вид:

$$A \cdot [H_r - F] = C, \quad (22)$$

где матрицы A , H_r , F и C имеют вид:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{pmatrix}, \quad H_r = \begin{pmatrix} h_1^r \\ h_2^r \\ h_3^r \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix}.$$

Тогда уравнение (22) можно записать как:

$$\begin{cases} a_{11}(h_1^r - f_1) + a_{12}(h_2^r - f_2) + a_{13}(h_3^r - f_3) = c_1, \\ a_{21}(h_1^r - f_1) + a_{22}(h_2^r - f_2) + a_{23}(h_3^r - f_3) = c_2, \\ a_{31}(h_1^r - f_1) + a_{32}(h_2^r - f_2) + a_{33}(h_3^r - f_3) = c_3, \\ a_{41}(h_1^r - f_1) + a_{42}(h_2^r - f_2) + a_{43}(h_3^r - f_3) = c_4. \end{cases} \quad (23)$$

Получим систему уравнений из трех неизвестных h_1^r, h_2^r, h_3^r с четырьмя уравнениями.

Преобразуем ее к виду:

$$\begin{cases} a_{11}h_1^r + a_{12}h_2^r + a_{13}h_3^r = a_{11}f_1 + a_{12}f_2 + a_{13}f_3 + c_1, \\ a_{21}h_1^r + a_{22}h_2^r + a_{23}h_3^r = a_{21}f_1 + a_{22}f_2 + a_{23}f_3 + c_2, \\ a_{31}h_1^r + a_{32}h_2^r + a_{33}h_3^r = a_{31}f_1 + a_{32}f_2 + a_{33}f_3 + c_3, \\ a_{41}h_1^r + a_{42}h_2^r + a_{43}h_3^r = a_{41}f_1 + a_{42}f_2 + a_{43}f_3 + c_4. \end{cases} \quad (24)$$

Используем теорему Кронекера-Капелли [9]: для того, чтобы система уравнений (24) была совместной, т.е. имела решение, необходимо и достаточно, чтобы ранг матрицы A системы уравнений (24) был равен рангу расширенной матрицы \bar{A} , т.е. $\text{rang}(A) = \text{rang}(\bar{A})$, где

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11}f_1 + a_{12}f_2 + a_{13}f_3 + c_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21}f_1 + a_{22}f_2 + a_{23}f_3 + c_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31}f_1 + a_{32}f_2 + a_{33}f_3 + c_3 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{41}f_1 + a_{42}f_2 + a_{43}f_3 + c_4 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Предположим, что $\text{rang}(A) = \text{rang}(\bar{A})$, т.е. система уравнений (24) имеет решение. Решаем систему уравнений (24) методом Гаусса [9]. Возможны два варианта решения системы уравнений: первый, когда система уравнений имеет одно решение, и второй, когда система уравнений (24) имеет множество решений. Система уравнений (24) будет определенной, т.е. иметь одно решение, если она приводится к треугольному виду и неопределенной, если приводится к трапециевидальному виду [9].

Если система уравнений имеет одно решение значения очереди пакетов в контурах сети $H_r = \begin{pmatrix} h_1^r \\ h_2^r \\ h_3^r \end{pmatrix}$, то можно утверждать, что в контурах отсутствует заикливание пакетов, если

существует множество решений, то необходимо выбрать вариант значений H_r , с учетом значений очереди с целью обеспечения необходимых параметров временных задержек в контуре T_r .

Решив систему уравнений (24), получим значение H_r . Тогда вектор $H_{r\eta}$ имеет вид:

$$H_{r\eta} = \begin{pmatrix} H_r \\ - \\ - \\ H_\eta \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Определив значение H_r , найдем вектор временных задержек в системе координат контуров T_r , используя (18).

Найдем значение вектора временных задержек в системе координат контуров и узловых пар $T_{r\eta}$, используя (15), ввиду известных $L_{r\eta}$ и $H_{r\eta}$

$$T_{r\eta} = (L_{r\eta})^{-1} H_{r\eta} \text{ или } \begin{pmatrix} T_r \\ - \\ - \\ T_\eta \end{pmatrix} = (L_{r\eta})^{-1} \begin{pmatrix} H_r \\ - \\ - \\ H_\eta \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Полученные результаты позволяют определить значение вектора задержек передачи пакетов в базисе независимых ветвей T_v согласно (13) и значение вектора H_v длин пакетной очереди в системе координат ветвей сети согласно (7).

Таким образом, решена задача управления сетевыми ресурсами в сети при условии обеспечения сетевых параметров качества обслуживания. Решение поставленной задачи позволяет найти значения временных задержек пакетов и длин пакетных очередей в сетевых узлах и трактах сети, а также заданных контурах сети в зависимости от заданной пропускной способности в трактах сети.

Применяя вышеизложенный тензорный метод, решим задачу управления трафиком с обеспечением необходимых параметров качества обслуживания. Считаем известными значения пропускных способностей в трактах сети L_v и значение длины пакетной очереди в узлах сети H_η , определим значения временных задержек в сетевых узлах, трактах сети, а также в заданных контурах сети и длину пакетной очереди в ветвях и контурах сети. Полученные результаты позволят провести анализ объемов буферной памяти коммутационных узлов сети и обоснованно выбрать их объем с учетом полученных длин очередей пакетов.

Для этого определим величины максимальных длин пакетных очередей H_η, H_v, H_r и значения временных задержек T_η, T_v, T_r в сетевых узлах, трактах и контурах сети соответственно для заданного на рис. 1 фрагмента телекоммуникационной сети.

В качестве исходных данных полагаем известными пропускные способности ветвей сети, заданные матрицей L_v :

$$L_v = \begin{pmatrix} 200 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 300 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 700 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 400 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 600 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{pmatrix}. \quad (28)$$

и значения длин пакетной очереди в сетевых узлах, заданные в виде координат вектора H_η

$$H_\eta = (0 \quad 100 \quad 0 \quad 0)^t. \quad (29)$$

Для решения поставленной задачи, используя (4), (9) и (28) найдем матрицу пропускных способностей в системе контуров и узловых пар $L_{r\eta}$:

$$L_{r\eta} = \left(\begin{array}{ccc|cccc} 200 & 0 & 0 & 200 & -200 & 0 & 0 \\ 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 \\ 0 & 0 & 300 & 0 & 300 & -300 & 0 \\ \hline 200 & 0 & 0 & 600 & -200 & 0 & 0 \\ -200 & 0 & 300 & -200 & 1300 & -300 & -700 \\ 0 & 0 & -300 & 0 & -300 & 900 & -600 \\ 0 & 500 & 0 & 0 & -700 & -600 & 1800 \end{array} \right). \quad (30)$$

Ввиду известной длины пакетной очереди между заданной парой узлов, заданной в виде координат вектора H_η (29) и полученной матрицы пропускных способностей $L_{r\eta}$, найдем значение вектора H_r .

Для этого согласно введенным обозначениям (21) найдем:

$$A = \begin{pmatrix} 200 & 0 & 0 \\ -200 & 0 & 300 \\ 0 & 0 & -300 \\ 0 & 500 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 200 & 0 & 0 \\ 0 & 500 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (31)$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 600 & -200 & 0 & 0 \\ -200 & 1300 & -300 & -700 \\ 0 & -300 & 900 & -600 \\ 0 & -700 & -600 & 1800 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,060 \\ 0,180 \\ 0,137 \\ 0,116 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,3 \\ 0,3 \\ -0,6 \end{pmatrix}, \quad (32)$$

$$F = \begin{pmatrix} 200 & -200 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 500 \\ 0 & 300 & -300 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,060 \\ 0,180 \\ 0,137 \\ 0,116 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24 \\ 58 \\ 12,9 \end{pmatrix}. \quad (33)$$

Найдем ранг матрицы \bar{A} , который равен $\text{rang}(A) = \text{rang}(\bar{A}) = 3$. Тогда, согласно теоремы Кронекера-Капелли [9], система уравнений (24) имеет одно решение. Найдем его.

Решим систему уравнений (24) для определения загруженности очередей пакетами H_r в контурах сети, при условии, что значение времени задержки пакетов в контурах сети $T_r \neq 0$:

$$\begin{cases} h_1^r = f_1 + c_1, \\ -h_1^r + h_3^r = -f_1 + f_3 + c_2, \\ h_2^r = f_2 + c_4. \end{cases} \quad (34)$$

Решив уравнение (34) получим значение вектора H_r

$$H_r = \begin{pmatrix} -24 \\ 57,4 \\ 13,2 \end{pmatrix}. \quad (35)$$

Тогда вектор $H_{r\eta}$ имеет вид

$$H_{r\eta} \approx \begin{pmatrix} -24 \\ 57,4 \\ 13,2 \\ \hline 0 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (36)$$

Найдем значение вектора временных задержек в системе координат контуров и узловых пар $T_{r\eta}$, используя (15),

$$T_{r\eta} = (L_{r\eta})^{-1} H_{r\eta} \text{ или } \begin{pmatrix} T_r \\ \hline T_\eta \end{pmatrix} = (L_{r\eta})^{-1} \begin{pmatrix} H_r \\ \hline H_\eta \end{pmatrix}, \quad (37)$$

где значения $L_{r\eta}$, H_r и H_η определяются формулами (10), (12), (14), (30), (35) и (36) соответственно

$$T_{r\eta} \approx \begin{pmatrix} -0,0060 \\ -0,0327 \\ 0,0028 \\ \hline 0,0600 \\ 0,1860 \\ 0,1695 \\ 0,1475 \end{pmatrix}. \quad (37)$$

Определим значения временных задержек пакетов в системе координат ветвей сети, используя выражения (4), (13) и (37). Находим координаты вектора T_v для каждой ветви рассматриваемой структуры сети:

$$T_v \approx \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,0060 \\ -0,0327 \\ 0,0028 \\ 0,0600 \\ 0,1860 \\ 0,1695 \\ 0,1475 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1320 \\ 0,0193 \\ 0,0385 \\ 0,0600 \\ 0,1148 \\ 0,0220 \\ 0,1860 \end{pmatrix}. \quad (38)$$

Тогда, используя выражения (7), (28) и (38), определим порядок загруженности очередей пакетами H_v на узлах сети:

$$H_v = \begin{pmatrix} 200 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 300 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 700 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 400 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 600 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,1320 \\ 0,0193 \\ 0,0385 \\ 0,0600 \\ 0,1148 \\ 0,0220 \\ 0,1860 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26,400 \\ 5,800 \\ 26,950 \\ 24,000 \\ 57,400 \\ 13,200 \\ 18,600 \end{pmatrix}. \quad (39)$$

Таким образом, найдены значения сетевых параметров качества функционирования рассматриваемой сети, такие как временные задержки пакетов и длины пакетных очередей в сетевых узлах и трактах сети, а также заданных контурах сети в зависимости от заданной пропускной способности в трактах сети при условии наличия временных задержек пакетов в контурах сети. Результаты решения показаны на рис. 2.

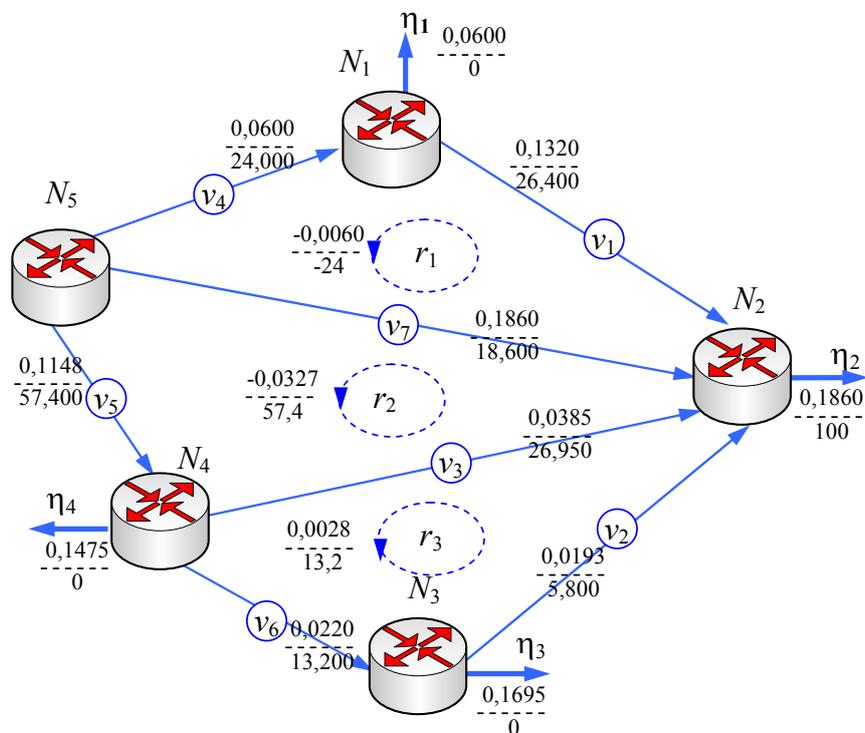


Рисунок 2 – Результаты решения задачи управления сетевыми ресурсами

В заключение можно сделать следующие выводы:

1. Предложено использование для решения задачи управления трафиком тензорной модели, которая позволяет выполнить оценку структурных характеристик и функциональных свойств

рассматриваемой сети с помощью двух систем координат одновременно: системы координат ветвей сети и системы координат базисных контуров и узловых пар.

2. Решена более общая задача управления трафиком при условии обеспечения сетевых параметров качества обслуживания, определены значения максимальной пакетной очереди и значения временных задержек пакетов для рассматриваемой сети, в которой значения временных задержек в контурах $T_r \neq 0$. Ввиду невозможности решения матричным способом (отсутствия обратной матрицы), предложен другой метод решения, который позволяет найти необходимые значения длины пакетной очереди в контурах сети.

3. Полученные результаты решения задачи позволяют на основе полученных сетевых параметров качества обслуживания провести анализ объемов буферной памяти коммутационных узлов сети и обоснованно выбрать их пропускную способность с учетом полученных длин пакетной очереди.

4. Рассмотренный метод решения сетевых задач дает возможность применять тензорные методы для решения различных сетевых задач, прогнозировать состояние сети на определенном промежутке времени с учетом топологии сети и особенности функционирования используемых протоколов.

Литература

1. *Воробієнко П.П.* Телекомунікаційні та інформаційні мережі : [підруч. для вищ. навч. закл.] / Воробієнко П.П., Нікітюк Л.А., Резніченко П.І. – К.: СММІТ-КНИГА, 2010. – 640 с.
2. *Росляков А.В.* Сети следующего поколения NGN; под ред. А.В. Рослякова. – М.: Эко-Трендз, 2008 – 424 с.
3. *Крон Г.* Тензорный анализ сетей / Г. Крон; под ред. Л.Т. Кузина, П.Г. Кузнецова; пер. с англ. – М.: Сов. Радио, 1978. – 720 с.
4. *Петров А.Е.* Тензорная методология в теории систем / Петров А.Е. – М.: Радио и связь, 1985. – 152 с.
5. *Поповский В.В.* Тензорный анализ в задачах системного исследования телекоммуникационных систем / В.В.Поповский, А.В. Лемешко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2002. – Вып. 125. – С. 156-164.
6. *Лемешко А.В.* Адаптация тензорных решений задачи многопутевой маршрутизации к дейтаграммным сетям / А.В. Лемешко, Т.И. Григорьева // Наукові праці ОНАЗ ім. О. С. Попова. – 2003. – № 1. – С. 72-76.
7. *Стрелковская И.В.* Использование тензорного метода при расчете ТКС, представленной узловой сетью / И.В. Стрелковская, И.Н. Соловская // Электронное научное специализированное издание – журнал «Проблемы телекоммуникаций». – ХНУРЕ. – 2010. – № 1 (1). – <http://pt.journal.kh.ua>
8. *Стрелковская И.В.* Тензорный метод решения задач управления трафиком с поддержкой сетевых параметров качества обслуживания / И.В. Стрелковская, И.Н. Соловская // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2011. – Вып. 5(53). – С. 37.
9. *Стрелковська І.В.* Вища математика для фахівців в галузі зв'язку: [підруч. для студ. вищ. навч. закл.] / Стрелковська І.В., Буслаєв А.Г., Паскаленко В.М.; за ред. П.П. Воробієнка. – Одеса, 2010. – 620 с.
10. *Стрелковская И.В.* Применение теории моделей и тензорного анализа при моделировании телекоммуникационных систем / И.В. Стрелковская, Т.И. Григорьева // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. – 2007. – Вып. 148. – С. 102-106.
11. *Клейнрок Л.* Теория массового обслуживания; пер. с англ. И.И. Грушко. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.