

**ТЕНЗОРНАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ОТКРЫТЫХ ПОДСИСТЕМ АНИЗОТРОПНОЙ СЕТИ**

**ТЕНЗОРНА МОДЕЛЬ ВЗАЄМОДІЇ ВІДКРИТИХ
ПІДСИСТЕМ АНІЗОТРОПНОЇ МЕРЕЖІ**

**Tensor Model of the Open Subsystems
Interaction for Anisotropic Network**

Аннотация. Предложена тензорная модель информационного взаимодействия открытых подсистем в анизотропной телекоммуникационной сети, рассматриваемой как замкнутая система. Дана классификация фазовых состояний системы и типов задач анализа и синтеза объектов системы. Модель предназначена для описания информационного взаимодействия сетевых объектов в задачах трафик-инжиниринга.

Анотація. Запропонована тензорна модель інформаційної взаємодії відкритих підсистем в анізотропній телекомунікаційній мережі, що розглядається як замкнута система. Дана класифікація фазових станів системи та типів задач аналізу і синтезу об'єктів системи. Модель призначена для опису взаємодії мережних об'єктів у задачах трафік-інжинірингу.

Summary. The tensor model of the open subsystems information interaction is designed for anisotropic telecommunication network, considered to be a conservative system. The system phase states classification is given as well as object synthesis and analysis types of tasks. The model intends for network objects interaction study in traffic engineering applications.

Актуальной *проблемой* в телекоммуникациях является управление сетевыми ресурсами на основе математической модели сети. В зависимости от задачи используются различные методы моделирования сетей: теория графов [1], теория массового обслуживания [2], аппарат сетей Петри [3], многозначная логика [4], теория фракталов [5] и др. Для исследования многоуровневых сетей перспективным направлением является тензорный анализ [6...10], который позволяет описывать сети с помощью многомерных вложенных друг в друга таблиц (тензоров различного ранга). Достоинством тензорного метода является возможность компактного представления различных конфигураций сети с помощью одного нормализованного тензора состояния сети и набора линейных преобразований тензора, инвариантных относительно заданных параметров состояния [11...14]. *Однако* тензорное моделирование сетей находится пока в стадии становления и требует дальнейшего развития. В частности, в литературе недостаточно отражены вопросы тензорного анализа открытых анизотропных сетей с использованием известных методов квантовой теории поля [15]. Это направление актуально в связи с тем, что информационные потоки в сетях имеют выраженный волновой характер распространения квантованных единиц информации в неоднородной сетевой среде с асимметричными цифровыми каналами взаимодействия.

Целью данной статьи является построение тензорной модели информационного взаимодействия открытых подсистем анизотропной телекоммуникационной сети с использованием методологии квантовой теории поля.

Определим понятие *замкнутой системы*. Пусть V – условно выделенная часть физического пространства, внутри которого находится сеть; при этом будем считать, что взаимодействие сети с внешним окружением достаточно мало и им можно пренебречь. Разделим сеть на две взаимосвязанных части (подсети) X и Y с помощью так называемой полупрозрачной оболочки \emptyset , через которую X и Y могут взаимодействовать между собой (рис. 1). Оболочку \emptyset будем понимать как абстрактный многомерный контур (например, трехмерную сферу), в котором имеется один или несколько каналов информационного взаимодействия между подсетями X и Y , находящимися по разные стороны оболочки \emptyset . Эти каналы взаимодействия образуют структуру оболочки, которую обозначим $Str(\emptyset)$. Кроме того, для заданной структуры оболочки $Str(\emptyset)$ могут быть определены параметры оболочки $Par(\emptyset)$, которые описывают количественный характер информационного взаимодействия подсетей X и Y . Таким образом, оболочка \emptyset – это абстрактный объект, который имеет структуру и параметры. Оболочка \emptyset является открытой общей частью подсетей X и Y ; она

объединяет и, в то же время, разделяет подсети X и Y . Будем считать, что $V = X \cup Y$, $X \cap Y = \emptyset$. Тройка X, Y, \emptyset образует связное *топологическое пространство* $S = \{\emptyset, X, Y\}$ с *открытым пустым элементом* \emptyset . Подсети X и Y назовем *левым и правым объектами пространства* S .

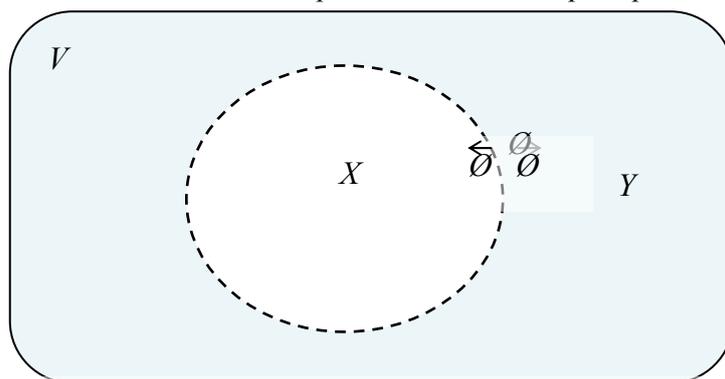


Рисунок 1 – Топологическая структура системы $S(V)$

С точки зрения наблюдателя, который находится на стороне X , оболочка \emptyset является внешней *формой* подсети Y . Аналогично для наблюдателя на стороне Y , оболочка \emptyset является внешней *формой* подсети X . Будем считать, что оболочка \emptyset является обобщенной (интегральной) формой объектов X и Y . Такой характер отношений между X, Y и \emptyset условно запишем в виде абстрактного интеграла:

$$\int X = \int Y = \emptyset. \quad (1)$$

Внутренние части \underline{X} и \underline{Y} каждого из объектов X и Y назовем *дифференциальным содержанием* соответствующего объекта:

$$\begin{aligned} \underline{X} &= X \setminus \emptyset, & X &= \underline{X} \cup \emptyset, \\ \underline{Y} &= Y \setminus \emptyset, & Y &= \underline{Y} \cup \emptyset. \end{aligned} \quad (2)$$

Отношения S_X и S_Y вида

$$\begin{aligned} S_X &= \{X = \underline{X} \cup \emptyset\}, \\ S_Y &= \{Y = \underline{Y} \cup \emptyset\} \end{aligned} \quad (3)$$

назовем *открытыми подсистемами*, а их объединение – *замкнутой системой* S (т.е. изолированной от внешней среды с точностью до не учитываемых взаимодействий):

$$S(V) = S_X \cup S_Y. \quad (4)$$

Будем считать, что как форма \emptyset , так и содержание каждого из объектов X и Y , представляют собой объединение структуры и параметров (т.е. конкретных значений структурных переменных):

$$\begin{aligned} \emptyset &= Str(\emptyset) \cup Par(\emptyset), \\ \underline{X} &= Str(\underline{X}) \cup Par(\underline{X}), \\ \underline{Y} &= Str(\underline{Y}) \cup Par(\underline{Y}). \end{aligned} \quad (5)$$

Выделим в оболочке \emptyset левую часть $\overline{\emptyset}$ и правую часть $\overline{\emptyset}$, которые назовем *левым и правым нулями* системы S . Отношение $F(S)$ вида

$$F(S) = \{\emptyset = \overline{\emptyset} \cup \overline{\emptyset} = Str(\emptyset) \cup Par(\emptyset)\} \quad (6)$$

назовем *функциональной моделью взаимодействия открытых подсистем* S_X и S_Y для замкнутой системы $S(V)$, или *интерфейсом* системы $S(V)$.

Определим типы задач и уточним смысл понятий «анализ и синтез», «дифференцирование и интегрирование», «структура и параметры», «форма и содержание» применительно к объектам X и Y системы S . Для примера возьмем объект X . Согласно отношению (2), объект X есть объединение формы и содержания: $X = \underline{X} \cup \emptyset$. Из выражения (5) следует, что форма и содержание имеют структуру и параметры структуры. Таким образом, полное описание объекта X содержит четыре компоненты:

$$X = \cup \{Str(\emptyset), Par(\emptyset), Str(\underline{X}), Par(\underline{X})\}. \quad (7)$$

Объект X , в котором определены все четыре компоненты (7), назовем *определенным объектом*. Объект X , в котором определены любые три из четырех компонент (7), назовем *разрешимым объектом*. Объект X , в котором определены любые две или одна из четырех компонент

(7), назовем *частично определенным объектом*. Составим условную матрицу определенности объекта X (рис. 2). Символом «+» обозначим определенность соответствующей компоненты объекта, а символом «?» – неопределенность компоненты.

	\underline{X}	\emptyset
Str	+	+
Par	+	?

Рисунок 2 – Матрица определенности объекта

Составим таблицу классификации типов задач (рис. 3):

	Код задачи		Наименование типа задачи	Характеристика типа задачи	Обозначение типа задачи
1	+	+	Прямая задача анализа – вычисление параметров оболочки \emptyset объекта X	Интегральный анализ	IA
	+	?			
2	+	+	Обратная задача анализа – вычисление параметров содержания объекта X	Дифференциальный анализ	DA
	?	+			
3	+	?	Прямая задача синтеза – вычисление структуры оболочки \emptyset объекта X	Интегральный синтез	IS
	+	+			
4	?	+	Обратная задача синтеза – вычисление структуры содержания объекта X	Дифференциальный синтез	DS
	+	+			
5	+	?	Определение неизвестных структуры и параметров оболочки \emptyset объекта X	Абстрактное интегрирование	AI
	+	?			
6	?	+	Определение неизвестных структуры и параметров содержания \underline{X} объекта X	Абстрактное дифференцирование	AD
	?	+			
7	?	?	Определение неизвестных структур для содержания \underline{X} и оболочки \emptyset объекта X	Абстрактный синтез	AS
	+	+			
8	+	+	Определение неизвестных параметров для содержания \underline{X} и оболочки \emptyset объекта X	Абстрактный анализ	AA
	?	?			

Рисунок 3 – Классификация типов задач анализа и синтеза для объекта системы

Первые четыре типа задач в таблице на рис. 3 назовем *разрешимыми задачами*. Они содержат две задачи *анализа* (определение параметров) и две задачи *синтеза* (определение структуры):

1) *прямая задача анализа* – определения неизвестных параметров структуры оболочки \emptyset ; эту задачу назовем *интегральным анализом*;

2) *обратная задача анализа* – определения неизвестных параметров структуры содержания \underline{X} ; эту задачу назовем *дифференциальным анализом*;

3) *прямая задача синтеза* – определения структуры оболочки \emptyset объекта X (назовем ее *интегральным синтезом*);

4) *обратная задача синтеза* – определения структуры содержания объекта X (назовем ее *дифференциальным синтезом*).

Пусть E – энергия взаимодействия системы S . Тогда параметры оболочки \emptyset и содержания объекта X имеют вид абстрактных производных:

$$\left. \begin{aligned} Par(\emptyset) &= \frac{dE}{dStr(\emptyset)}, \\ Par(\underline{X}) &= \frac{dE}{dStr(\underline{X})}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Отсюда получаем:

$$Par(\emptyset) = \int [Par(\underline{X}) / dStr(\emptyset)] dStr(\underline{X}), \quad (9)$$

$$Par(\underline{X}) = \frac{d}{dStr(\underline{X})} \left[\int Par(\emptyset) dStr(\emptyset) \right]. \quad (10)$$

Выражение (9) – это прямая задача (интегральный анализ); выражение (10) – это обратная задача (дифференциальный анализ), которая является абстрактной формулировкой решения дифференциального уравнения в частных производных вида

$$D(\underline{X}) \cdot Par(\underline{X}) = Par(\emptyset), \quad (11)$$

$$D(\underline{X}) = \frac{dStr(\underline{X})}{dStr(\emptyset)}. \quad (12)$$

Формальное решение дифференциального уравнения (11) есть выражение вида:

$$\left. \begin{aligned} Par(\underline{X}) &= D^{-1}(\underline{X}) \cdot Par(\emptyset), \\ D^{-1}(\underline{X}) &= \left\{ \frac{dStr(\underline{X})}{dStr(\emptyset)} \right\}^{-1} = \frac{dStr(\emptyset)}{dStr(\underline{X})}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Если $D^{-1}(\underline{X})$ существует и компактно, то уравнение (11) имеет устойчивое решение. Если неизвестным является $Str(\emptyset)$, то:

$$dStr(\emptyset) = [Par(\underline{X}) / Par(\emptyset)] dStr(\underline{X}). \quad (14)$$

Отсюда следует:

$$Str(\emptyset) = \int \frac{Par(\underline{X})}{Par(\emptyset)} dStr(\underline{X}). \quad (15)$$

Выражение (15) – это задача интегрального синтеза.

Неизвестная $Str(\underline{X})$ ищется как решение структурного уравнения в частных производных вида

$$\frac{dStr(\underline{X})}{dStr(\emptyset)} = \frac{Par(\emptyset)}{Par(\underline{X})}. \quad (16)$$

Выражение (16) – это задача дифференциального синтеза.

Таким образом, задача определения неизвестных параметров $Par(\emptyset)$ или структуры $Str(\emptyset)$ оболочки \emptyset сводится к вычислению интегралов вида (9) и (15), т.е. являются задачами интегрального анализа и синтеза. Определение неизвестных параметров $Par(\underline{X})$ или структуры $Str(\underline{X})$ объекта X сводится к решению дифференциальных уравнений в частных производных вида (10) и (16), т.е. являются задачами дифференциального анализа и синтеза.

Представим четыре типа разрешимых задач (1...4), рассмотренных выше, в системе координат на фазовой диаграмме (рис. 4). Двумя осями этой системы координат являются: «IA–DS» («Интегральный анализ – дифференциальный синтез») и IS–DA» («Интегральный синтез – дифференциальный анализ»).

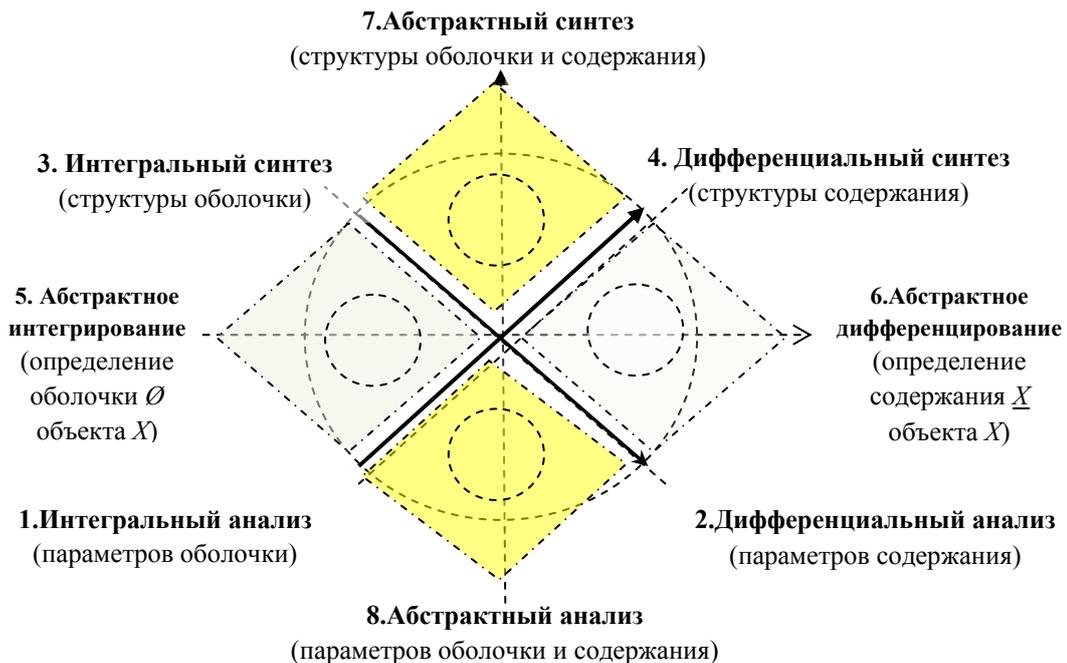


Рисунок 4 – Диаграмма типов задач

Четыре задачи (5...8), связанные с описанием объекта X в условиях двух и трех неизвестных (из общего числа четырех компонент), назовем *частично определенными задачами*. Из уравнений (8) следует *общее отношение неопределенности* для произвольной частично определенной задачи:

$$Par(\underline{X}) \cdot dStr(\underline{X}) = Par(\emptyset) \cdot dStr(\emptyset) = dE. \quad (17)$$

Отношение (17) имеет четыре комбинаторных варианта с двумя неизвестными, и приводит к различным интегро-дифференциальным уравнениям, например:

$$\frac{d}{dStr(\emptyset)} [\int Par(\underline{X}) dStr(\underline{X})] = Par(\emptyset).$$

Четыре варианта отношения (17) образуют сопряженную систему координат на фазовой плоскости (рис. 4). Осями этой системы координат являются AI-AD (абстрактное интегрирование – дифференцирование) и AA-AS (абстрактный анализ – синтез). Оси координат (IA-DS, IS-DA) разбивают фазовую плоскость на четыре фазовых квадранта (анализ – синтез, интегрирование – дифференцирование). Центральными осями каждого из этих фазовых квадрантов являются оси AA-AS и AI-AD (рис. 4).

Рассмотрим задачу типа AD – абстрактное дифференцирование (определение содержания объекта по его известной оболочке). Оболочку \emptyset для задачи типа AD будем строить на основе выборки наблюдения результатов взаимодействия между объектами X и Y системы $S(V)$ (рис. 1). Будем считать, что оболочка \emptyset имеет пропускную способность $P_{\emptyset/2}$ по каждому из своих симплексных каналов:

$$P_{\emptyset/2} = \Delta e \cdot \gamma_T = \Delta e \cdot N_T / T, \quad (18)$$

где Δe – протокольная единица переноса информации (назовем ее квантом абстрактной информационной энергии); N_T – максимальное целое количество квантов Δe , которые могут быть перенесены по каждому симплексному каналу в течение времени T ; γ_T – частота переноса протокольных единиц Δe , равная

$$\gamma_T = N_T / T. \quad (19)$$

Длительность одного кванта Δt времени при этом составит

$$\Delta t = 1 / \gamma_T = T / N_T. \quad (20)$$

В качестве Δe может служить любой стандартизованный информационный транспортный контейнер (например, ячейка АТМ размером 53 байта в технологии асинхронного переноса). Максимально возможная энергия взаимодействия $2 \cdot \Delta E_T$ объектов X и Y по двум симплексным каналам за время T равна

$$2 \Delta E_T = 2 \cdot \Delta e \cdot \gamma_T \cdot T = 2 \cdot N_T \cdot \Delta e. \quad (21)$$

Предположим, что за время T через оболочку \emptyset в эксперименте была зарегистрирована передача $2 \times N$ квантов информационной энергии Δe (т.е. в среднем N квантов Δe в расчете на один симплексный канал), N удовлетворяет условию

$$1 \leq N \leq N_T. \quad (22)$$

При этом средняя частота взаимодействия γ за время T составит

$$\gamma = N / T, \quad (23)$$

а средняя длительность одного кванта $\Delta \tau$ времени при этом составит

$$\Delta \tau = 1 / \gamma = T / N. \quad (24)$$

Полная энергия взаимодействия $2 \cdot \Delta E$ объектов X и Y по двум симплексным каналам, фактически зарегистрированная за время T , равна

$$2 \cdot \Delta E = 2 \cdot \Delta e \cdot \gamma \cdot T = 2 \cdot N \cdot \Delta e. \quad (25)$$

Из уравнений (21) и (25) получим:

$$\Delta E / \gamma = \Delta E_T / \gamma_T = \Delta E \cdot \Delta \tau = \Delta E_T \cdot \Delta t = \Delta e \cdot T = \eta. \quad (26)$$

Выражение (26) представляет собой *отношение квантовой неопределенности*, которое связывает понятия времени, частоты и абстрактной информационной энергии с помощью константы взаимодействия η . Отношение неопределенности (26) аналогично отношению неопределенности в физике:

$$h = \Delta E \cdot \Delta \tau \approx 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} = 2\pi \hbar, \quad (27)$$

где h – постоянная Планка в системе «Си»; $\hbar = h / 2\pi$ – «редуцированная постоянная Планка» (или *константа Дирака*) [17].

Физический смысл константы h : *произведение неопределенности энергии ΔE на неопределенность времени Δt есть величина постоянная. Чем больше общая энергия взаимодействия наблюдателя с объектом наблюдения, тем меньше величина Δt , т.е. тем точнее может быть определено понятие времени.*

Из отношений неопределенности информационного взаимодействия с обменом информацией (26) и физического взаимодействия с обменом энергией (27) следует вывод: *информационные и физические взаимодействия имеют общую внутреннюю природу.* Если в качестве константы η выбрать постоянную Планка h в системе «Си», то абстрактная информационная энергия будет измеряться физической энергией и выражаться в джоулях. Справедливо и обратное: если в качестве постоянной планка h выбрать константу информационного взаимодействия η , то тогда физическая энергия будет эквивалентна и измерима в единицах информации.

Рассмотрим некоторые свойства информационных взаимодействий. Пусть γ – средняя частота циклов взаимодействия по два кванта Δe , полученная на выборке наблюдений. Энергия взаимодействия за время наблюдения T составит $E = 2\Delta e \cdot N$, где $N = \gamma \cdot T$. Для того, чтобы наблюдатель мог различить $2N$ квантов взаимодействия Δe на одной общей шкале времени T , частота $\gamma_{\Delta t}$ квантования его времени t должна быть не меньше, чем $2N/T$. Отсюда получаем:

$$\gamma_{\Delta t} \geq 2N / T = 2\gamma. \quad (28)$$

Отношение (28) по форме аналогично теореме Котельникова-Шеннона о частоте квантования $\gamma_{\Delta t}$ сигнала, имеющего в своем спектре максимальную частоту γ [16]. Также очевидно, что средняя частота взаимодействия (23) может быть интерпретирована как интенсивность потока заявок в системе массового обслуживания (т.е. как формула Литтла [2]).

Примем гипотезу, что *существует способ построения системы физических единиц на основе общей константы взаимодействия h , при котором понятия энергия и информация совпадают, и измеряются в общих единицах «энергии–информации».* В данной работе принято $\eta = T$. При этом энергия взаимодействия на один симплексный канал за время T выражается *безразмерным натуральным числом N* :

$$\Delta E = \eta \cdot \gamma = T \cdot N / T = N. \quad (29)$$

Рассмотрим один элементарный цикл взаимодействия, который состоит из двух квантов взаимодействия Δe . Будем полагать, что оболочка \emptyset , разделяющая открытые подсистемы S_x и S_y на рис.1, имеет два встречно ориентированных направления передачи квантов взаимодействия Δe (например, условных единиц информации). Обозначим встречно ориентированные каналы переменными x и y . По каждому из каналов обмен может происходить как в прямом (аверсном) направлении, так и в обратном (реверсном) направлении. При этом один цикл взаимодействия описывается парой координат (x, y) . Значениями координат являются числа $0, \pm 1, \pm 2$. Возможны 8 фазовых состояний, представленные точками на фазовом квадрате, вписанном в окружность радиуса 2 (рис. 5). На рис. 6 показана диаграмма ориентации потоков в каналах x и y . Состояния (1 и 5) полного баланса потоков назовем *информационным гармоническим полем*. Состояния (3 и 7), сбалансированные по энергии каждого канала, но не сбалансированные по направлениям, назовем *полем информационного тяготения*.

ϕ	x	y	Фазовое состояние	Ориентация
0	2	0	Импульс действия x	+
1	1	1	Гармоническое поле	+
2	0	2	Импульс действия y	+
3	-1	1	Поле тяготения	+
4	-2	0	Импульс действия x	-
5	-1	-1	Гармоническое поле	-
6	0	-2	Импульс действия y	-
7	1	-1	Поле тяготения	-

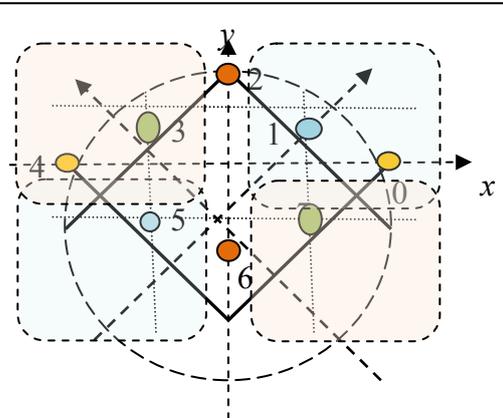


Рисунок 5 – Фазовые состояния элементарного цикла взаимодействия

Четные состояния (0, 2, 4, 6) полного дисбаланса (однонаправленного удвоенного действия по одному из двух симплексных каналов x или y) назовем *импульсом информационного действия*. Диаграмма на рис. 5 определяет четыре открытые области фазового пространства состояний, разделенные осями x и y . Эти области описывают состояния поля. Четные состояния (0, 2, 4, 6) описывают импульсы действия. Каждое состояние поля или импульса действия имеет ориентацию «плюс» или «минус». Целочисленную вектор-функцию $\psi = (x, y)$ назовем «октонионом».

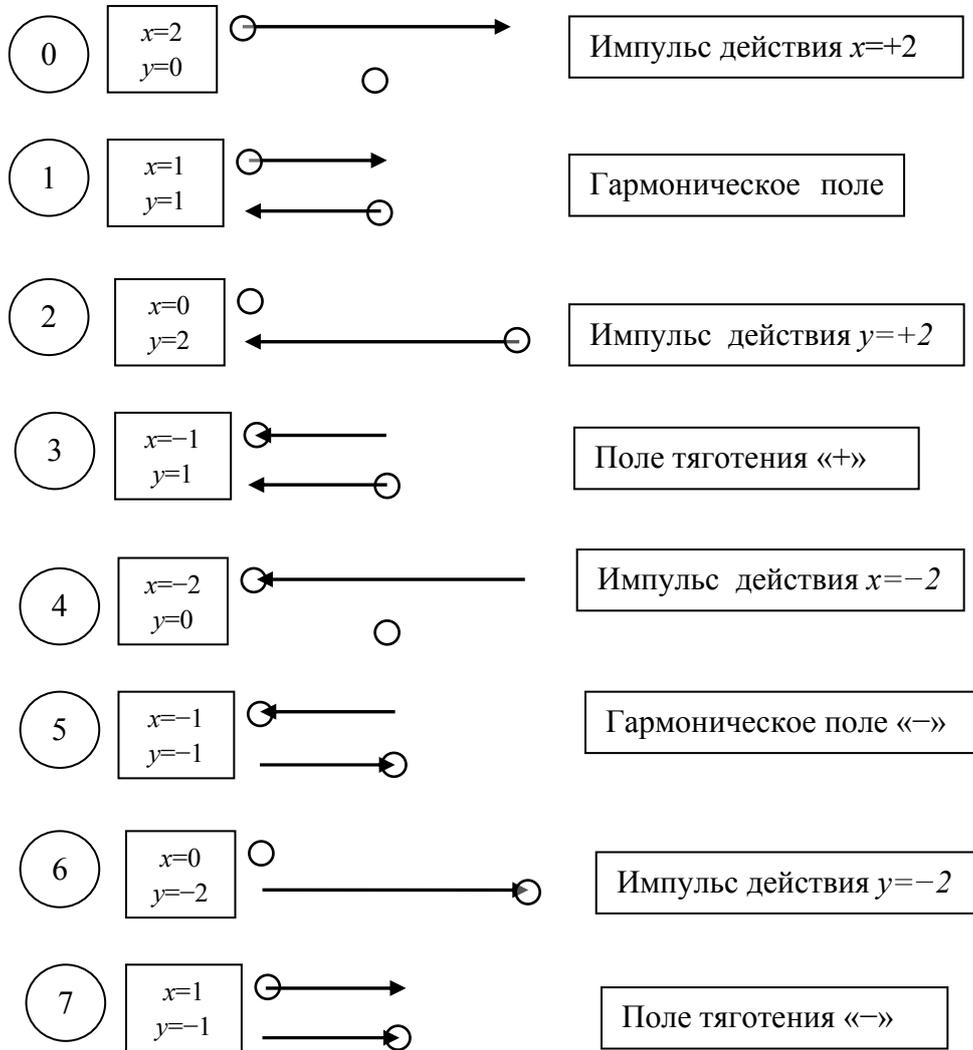


Рисунок 6 – Диаграмма потоков в элементарном цикле взаимодействия

Пусть в эксперименте зарегистрированы N элементарных циклов взаимодействия – множество s октонионов $s = \{\psi_n\}$, $n=1, 2, \dots, N$. Разобьем множество s на 8 непересекающихся подмножеств $s = \bigcup \{s_k\}$, $k = 0, 1, 2, \dots, 7$, где k – номер фазового состояния октониона.

Для каждого подмножества s_k определим его мощность, т.е. количество элементов множества – неотрицательное целое число N_k . По определению имеет место свойство $\sum_{k=0}^7 N_k = N$. Восьмикомпонентную целочисленную неотрицательную функцию $\Psi(s) = [N_0, N_1, \dots, N_7]$ назовем *волновой функцией поля информационного взаимодействия открытых подсистем S_x и S_y системы S* . Волновая функция $\Psi(s)$ формализует структуру и параметры оболочки \mathcal{O} системы S .

Определим две сопряженные ортогональные системы координат P и W . В качестве ортов системы P возьмем четные пары фазовых состояний ϕ октониона ψ (рис. 5):

$$\left. \begin{aligned} P &= [p_1, p_2], \\ p_1 &= (\varphi = 4, \varphi = 0), \\ p_2 &= (\varphi = 6, \varphi = 2). \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Сопряженную систему координат W образуем нечетными парами фазовых состояний октониона:

$$\left. \begin{aligned} W &= [w_1, w_2], \\ w_1 &= (\varphi = 5, \varphi = 1), \\ w_2 &= (\varphi = 7, \varphi = 3). \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Системы координат P и W назовем соответственно *импульсным* и *волновым базисом* для поля информационного взаимодействия открытых подсистем S_X и S_Y системы S . Объединенную систему $PW=[P, W]$ назовем *импульсно-волновым базисом* для поля информационного взаимодействия открытых подсистем S_X и S_Y системы S . Определим проекции волновой функции $\Psi(s)$ в системы координат P и W :

$$\left. \begin{aligned} \Psi \times P &= \Psi_P = (\Psi_{p_1}, \Psi_{p_2}); \\ \Psi \times W &= \Psi_W = (\Psi_{w_1}, \Psi_{w_2}); \\ \Psi_{p_1} &= (\Psi_4, \Psi_0); & \Psi_{p_2} &= (\Psi_6, \Psi_2); \\ \Psi_{w_1} &= (\Psi_5, \Psi_1); & \Psi_{w_2} &= (\Psi_7, \Psi_3). \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Вектора Ψ_P и Ψ_W назовем соответственно *импульсной* и *волновой характеристикой* поля информационного взаимодействия открытых подсистем S_X и S_Y системы S . Функцию $\Psi = \Psi_{PW}$ назовем *разложением волновой функции поля по импульсно-волновому базису*:

$$\Psi = \Psi_{PW} = [\Psi_P, \Psi_W]. \quad (33)$$

Представим функцию Ψ в виде:

$$\Psi = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 1 & 2 \\ \hline 1 & \Psi_{p1} & \Psi_w \\ \hline & & 2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & 1 & & 2 \\ \hline 1 & \Psi & \Psi & \Psi & \Psi \\ \hline & 4 & 0 & 7 & 3 \\ \hline & \Psi & \Psi & \Psi & \Psi \\ \hline \end{array} \quad (34)$$

Матрица Ψ , очевидно, удовлетворяет условию нормировки: сумма всех элементов матрицы Ψ равна N . Величина N является *параметрическим инвариантом матрицы Ψ* , т.е. инвариантом конкретного физического эксперимента по регистрации элементарных циклов взаимодействия между подсистемами S_X и S_Y системы S (октонионов).

Целочисленную неотрицательную матрицу Ψ вида (34) назовем *тензором поля* для волновой функции информационного взаимодействия открытых подсистем S_X и S_Y системы S , для набора данных s , полученного за время эксперимента T , имеющего полную энергию взаимодействия для одного симплексного канала $\Delta E = \eta \cdot \gamma = N$, где N – количество зарегистрированных в эксперименте элементарных циклов взаимодействия (октонионов). Константа взаимодействия для матрицы Ψ принята равной $\eta = T$, где T – длительность эксперимента по наблюдению и регистрации элементарных циклов взаимодействия (октонионов).

Представим матрицу Ψ в виде логического объединения двух матриц – левых и правых симплексных проекций в системах координат P и W :

$$\Psi = [\bar{\Psi}, \bar{\Psi}]; \quad (35)$$

$$\bar{\Psi} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 1 & 2 \\ \hline 1 & \Psi_4 & \Psi_0 \\ \hline & & \Psi_2 \\ \hline \end{array} . \quad (36)$$

$$\bar{\Psi} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & 1 & 2 \\ \hline 1 & \Psi_0 & \Psi_3 \\ \hline 2 & \Psi_1 & \Psi_2 \\ \hline \end{array} . \quad (37)$$

Матрицы $\bar{\Psi}$ и $\bar{\Psi}$ назовем соответственно *левым* и *правым симплексами поля* в модели взаимодействия открытых подсистем S_X и S_Y системы S .

Представим матрицу Ψ в виде логического объединения двух других матриц – изотропной матрицы M и анизотропной матрицы C по каждой паре симплексов:

$$\left. \begin{aligned} \Psi &= [M, C]; \\ M &= (\bar{\Psi} + \bar{\Psi}) / \sqrt{2}; \\ C &= (\bar{\Psi} - \bar{\Psi}) / \sqrt{2}; \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

$$M = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & (\Psi_0 + \Psi_4) / \sqrt{2} & (\Psi_7 + \Psi_3) / \sqrt{2} \\ \hline 2 & (\Psi_1 + \Psi_5) / \sqrt{2} & (\Psi_6 + \Psi_2) / \sqrt{2} \end{array}; \quad (39)$$

$$C = \begin{array}{c|cc} & 1 & 2 \\ \hline 1 & (\Psi_0 - \Psi_4) / \sqrt{2} & (\Psi_3 - \Psi_7) / \sqrt{2} \\ \hline 2 & (\Psi_1 - \Psi_5) / \sqrt{2} & (\Psi_2 - \Psi_6) / \sqrt{2} \end{array}. \quad (40)$$

Из определения матриц M и C следует, что

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Psi} &= (M + C) / \sqrt{2}; \\ \bar{\Psi} &= (M - C) / \sqrt{2}. \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Матрицу M назовем *тензором изотропного поля*, а матрицу C – *тензором анизотропии поля* для информационного взаимодействия открытых подсистем S_X и S_Y системы S . Матрицы M и C являются вещественными матрицами общего вида (не обязательно симметрическими). Введем для матриц M и C *операцию транспозиции «*»* – перестановки местами диагональных элементов этих матриц. Например, для матрицы M :

$$M^*(1,1) = M(2,2); M^*(2,2) = M(1,1); M^*(1,2) = M(2,1); M^*(2,1) = M(1,2).$$

Выполним дальнейшее разложение матриц M и C на симметрическую и кососимметрическую матрицы по перекрестным координатам P и W :

$$\left. \begin{aligned} M^+ &= (M + M^*) / \sqrt{2}, \\ M^- &= (M - M^*) / \sqrt{2}, \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

$$\left. \begin{aligned} C^+ &= (C + C^*) / \sqrt{2}, \\ C^- &= (C - C^*) / \sqrt{2}. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Справедливы обратные преобразования:

$$\left. \begin{aligned} M &= (M^+ + M^-) / \sqrt{2}; \\ C &= (C^+ + C^-) / \sqrt{2}. \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Матрицу M^+ назовем *метрическим тензором поля*; матрицу M^- – *тензором кручения метрики поля*; матрицу C^+ – *тензором кривизны поля*; матрицу C^- – *тензором кручения кривизны поля*. Разложение волновой функции Ψ на четыре тензора (M^+ , M^- , C^+ , C^-) примем в качестве абстрактной структуры содержания неизвестного объекта, имеющего оболочку в виде волновой функции Ψ . Каждый из четырех тензоров разложения содержит два вектора. Общее число векторов (восемь) совпадает с числом независимых координатных ортов волновой функции Ψ . Таким образом, абстрактная модель любого из объектов (X либо Y), полученная на основе анализа набора данных s – элементарных информационных взаимодействий между подсистемами S_X и S_Y системы S – представляет собой тензор восьмого ранга. Этот тензор имеет различные формы выражения:

- волновая функция Ψ поля информационного взаимодействия;
- тензор восьмого ранга для волновой функции поля (34);
- два тензора четвертого ранга для изотропии и анизотропии поля (39) и (40);
- четыре тензора второго ранга (M^+ , M^- , C^+ , C^-).

Общим инвариантом рассмотренных тензорных моделей объекта информационного взаимодействия подсистем S_X и S_Y системы S является полная энергия ΔE (в среднем на один симплексный канал). Тензорные разложения позволяют строить множество инвариантных преобразований объектов с выбором частных инвариантов. Например, в качестве частного инварианта может быть выбран метрический тензор поля M^+ , мощность тензора M^+ и др.

Описание взаимодействия открытых подсистем S_X и S_Y системы S с помощью волновой функции Ψ и ее тензорных представлений является простейшей функциональной моделью системы S . Эта модель построена для оболочки \emptyset , которая является одним дуплексным каналом взаимодействия открытых подсистем S_X и S_Y системы S . В общем случае число каналов взаимодействия открытых подсистем S_X и S_Y системы S в структуре оболочки \emptyset может быть произвольным.

В заключение можно отметить следующее:

1. В рассматриваемой работе предложен новый подход к моделированию открытых телекоммуникационных сетей, в котором использована методология тензорного анализа и теории поля. В частности, в работе формализовано понятие сети как условно замкнутой в некотором физическом объеме V системы S , состоящей из двух открытых подсетей S_X и S_Y , разделенных полупрозрачной оболочкой \emptyset , через которую эти подсистемы взаимодействуют между собой путем обмена квантами абстрактной информационной энергии Δe в элементарных циклах взаимодействия.

2. Для открытых подсетей S_X и S_Y сети S определены понятия содержания и формы (оболочки), каждая из которых наделена структурой и параметрами структуры. Классифицированы восемь типов задач анализа и синтеза открытых подсетей. Определены четыре типа разрешимых задач построения модели открытой подсети (дифференциальный анализ, интегральный анализ, дифференциальный синтез, интегральный синтез). Построена фазовая диаграмма типов задач, в которой определены четыре частично разрешимые задачи: абстрактный анализ параметров содержания и оболочки, абстрактный синтез структуры содержания и оболочки, абстрактное дифференцирование (определение содержания объекта), абстрактное интегрирование (определение оболочки объекта).

3. Предложен способ построения оболочки \emptyset взаимодействующих открытых подсетей для одного дуплексного канала связи, в котором каждый симплексный канал может быть ориентирован в прямом (аверсном) и обратном (реверсном) режимах. Показана аналогия информационного взаимодействия в открытых телекоммуникационных сетях и физического взаимодействия в квантово-механических системах. В частности, введен принцип неопределенности переменных состояния информационной системы, который выражается через константу взаимодействия, аналогичную постоянной Планка в квантовой теории поля.

4. Для одного элементарного цикла информационного взаимодействия открытых подсетей определены восемь устойчивых фазовых состояний, совокупность которых названа октонионом. С помощью октониона в работе определен координатный базис из восьми векторов, в котором задается восьмикомпонентная вектор-функция Ψ , названная волновой функцией поля взаимодействия открытых подсетей сети S .

5. Для волновой функции Ψ получены тензорные разложения в нескольких базисах (разложение по левому и правому симплексам в импульсно-волновом базисе, разложение на изотропный и анизотропный тензоры поля). В качестве эталонного базиса определено разложение волновой функции на четыре тензора: метрический тензор поля, тензор кручения метрики поля, тензор кривизны поля, тензор кручения кривизны поля. Общим инвариантом разложений волновой функции Ψ принята полная энергия ΔE взаимодействия открытых подсетей, которая была зарегистрирована за время эксперимента T в среднем на один симплексный канал.

6. Полученная в работе тензорная модель взаимодействия открытых подсистем предназначена для построения и калибровки пространства фазовых состояний анизотропной телекоммуникационной сети, в котором описывается структура и параметры случайных потоков применительно к задачам оптимального управления трафиком и ресурсами сети.

Литература

1. *Свами М.* Графы, сети и алгоритмы / М. Свами, К. Тхуласираман. – М.: Мир, 1984. – 455 с.
2. *Клейнрок Л.* Вычислительные системы с очередями / Клейнрок Л. – М.: Мир, 1979. – 600 с.
3. *Зайцев Д.А.* Синтез моделей Петри телекоммуникационных протоколов / Д.А.Зайцев // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С.Попова. – 2005. – №2. – С.36-42.

4. *Многозначные логики и их применения: Логические исчисления, алгебры и функциональные свойства*; под ред. В. К. Финна. – Т. 1. – М.: УРСС, 2008. – 416 с. – ISBN: 978-5-382-00768-7.
5. *Фрактальный анализ и процессы в компьютерных сетях* : учеб. пособ. / [Ю.Ю. Громов, Н.А. Земской, О.Г. Иванова и др.]. – [2-е изд., стереотип]. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007. – 108 с.
6. *Рашевский П.К.* Риманова геометрия и тензорный анализ / Рашевский П.К. – М.: Наука, 1967. – 664 с.
7. *Шапуков Б.Н.* Дифференциальная геометрия и основы тензорного анализа: курс лекций / Шапуков Б.Н. – Казань: Казанский государственный университет им. В.И. Ульянова-Ленина. – 135 с. – Режим доступа: http://window.edu.ru/window_catalog/files/r41787/ksu023.pdf.
8. *Шапуков Б.Н.* Обзорные лекции по геометрии: учеб. пособ. / Шапуков Б.Н. – Казань:Изд. КГУ, 2006. – 30 с. – Режим доступа: <http://www.ksu.ru/eng/departments/f5/kgeometry/shapukov/Review.pdf>.
9. *Петров А.Е.* Тензорная методология в теории систем / Петров А.Е. – М.: Радио и связь, 1985. – 152 с.
10. *Крон Г.* Тензорный анализ сетей / Крон Г.; пер. с англ. под ред. Л. Т. Кузина, П. Г. Кузнецова. – М.: Сов. радио, 1978. – 719 с.
11. *Поповский В.В.* Тензорный анализ в задачах системного исследования телекоммуникационных систем / В.В.Поповский, А.В. Лемешко // Радиотехника. – 2002. – Вып. 125. – С. 156-164.
12. *Пасечников И.И.* Методология анализа и синтеза предельно нагруженных информационных сетей / Пасечников И.И. – М.: Машиностроение-1, 2004. – 216 с.
13. *Лемешко О.В.* Теоретичні основи управління мережними ресурсами з використанням тензорних математичних моделей телекомунікаційних систем: автореф. дис. на здобуття наук. ступ. докт. техн.наук : спец. 05.12.02. – «Телекомунікаційні системи та мережі» / О.В. Лемешко. – Харків, 2005. – 37 с.
14. *Кутергин В.А.* Тензорный метод построения моделей пространства инфокоммуникационных сетей / В.А. Кутергин, А.С. Шадрин // Электронный журнал «Вычислительные сети. Теория и практика» . – 2009. – № 2 (15):4.3. – Режим доступа: <http://network-journal.mpei.ac.ru/cgi-bin/main.pl?!=ru&n=15&pa=4&ar=3>.
15. *Weinberg S.* The Quantum Theory of Fields. Vol 1. Foundations / Weinberg S; University of Texas at Austin. – CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 2005. – 609 p.
16. *Котельников В.А.* О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи / В.А.Котельников // Успехи физических наук. — 2006. — № 7. — С. 762-770.
17. *Нестационарная Вселенная. Постоянная Планка.* – Режим доступа: <http://physics.kgsu.ru/аstronomia/NV/postoynnay%20Planka.htm>.