

ОБЧИСЛЕННЯ ЙМОВІРНOSTІ ПОМИЛКИ ПРИЙМАЧА ФАЗОМАНІПУЛЬОВАНОГО ШУМОВОГО СИГНАЛУ МЕТОДОМ ХАРАКТЕРИСТИЧНИХ ФУНКЦІЙ

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБКИ ПРИЕМНИКА ФАЗОМАНІПУЛИРОВАНОГО ШУМОВОГО СИГНАЛА МЕТОДОМ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

CALCULATION OF ERROR PROBABILITY FOR DIFFERENTIAL NOISE SHIFT KEYING SIGNAL RECEIVER BY USING THE CHARACTERISTIC FUNCTION METHOD

Анотація. У роботі запропонована методика точного аналітичного обчислення ймовірності помилки передачі біта інформації у системах зв'язку з передачею опорного сигналу. Дана методика застосована для дослідження завадостійкості системи зв'язку з фазовою маніпуляцією шумового сигналу. Представлена методика вибору мінімального середньоквадратичного відхилення сигналу та оптимальної довжини опорного сигналу, які забезпечують досягнення заданого рівня ймовірності помилки.

Аннотация. В работе предложена методика точного аналитического вычисления вероятности ошибки передачи бита информации в сверхширокополосных системах связи с передачей опорного сигнала. Данная методика применена для исследования помехоустойчивости систем связи с фазовой манипуляцией шумового сигнала. Представлена методика выбора минимального среднеквадратического отклонения сигнала и оптимальной длины опорного сигнала, которые обеспечивают достижение заданного уровня вероятности ошибки.

Summary. This article presents a method of exact analytical calculating the bit-error probability in ultra-wide band transmitted-reference communication systems. This method used for investigation of differential noise shift keying communication systems performance. A method for selection of minimum standard deviation of a signal and optimal reference signal length that achieve a required error probability level are obtained.

Незважаючи на розвиток математичного апарату та обчислювальних можливостей, отримання точних теоретичних оцінок завадостійкості систем зв'язку з сигналами складної форми (зокрема для систем з передачею опорного сигналу) залишається в більшості складною задачею. Розв'язання цієї задачі, як правило, потребує значних обчислювальних ресурсів.

Актуальність задачі оцінювання ймовірності помилки прийому інформаційного біта в тій чи іншій системі зв'язку не викликає сумнівів. Наявність такої оцінки дозволяє на етапі проектування системи з'ясувати перспективність досліджень у даному напрямку та рівень оптимальності запропонованих рішень, а на етапі експлуатації – вибрати оптимальні параметри системи в залежності від конкретних умов задових обставин.

У випадку класичних систем зв'язку розв'язання задачі суттєво спрощується, оскільки величина на виході корелятора приймача (при прийомі на фоні білого гауссового шуму) має нормальний розподіл [1, с. 60]. У такому разі, щоб отримати результат, достатньо обчислити перші два моменти розподілу даної величини.

В останні кілька десятиліть увагу дослідників привернули системи зв'язку з надшироким спектром сигналу [2], зокрема з використанням хаотичної [3] та шумової несучої [4]. Природно, виникла потреба оцінки завадостійкості запропонованих систем зв'язку. Проте нерозвиненість методики такого оцінювання, намагання перенести на системи даного типу методологію класичних систем призводить до наявності систематичних похибок у розрахунках та суттєвих розходжень між теоретичними й експериментальними даними (див., наприклад, [5] Fig. 5, Fig. 6).

Метою даної роботи є розробка методики точного теоретичного оцінювання ймовірності помилки прийому інформаційного біта на прикладі системи зв'язку з фазовою маніпуляцією шумового сигналу.

У роботі [6] запропонована система, що використовує фазову маніпуляцію хаотичного сигналу для передавання цифрової інформації. В міжнародній термінології даний спосіб передавання

даних отримав назву Differential chaos shift keying (DCSK). У роботах [7, 8] авторами показано, що системи такого типу можуть бути побудовані на базі істинно шумового сигналу в розумінні реалізації деякого випадкового процесу. Системи з фазовою маніпуляцією шумового сигналу мають низку переваг порівняно з іншими хаотичними та шумовими системами: 1) порівняно високий рівень завадостійкості; 2) простота реалізації генератора сигналу; 3) некогерентний метод прийому; 4) відсутність генератора опорного сигналу в приймальному пристрої; 5) нульовий пороговий рівень детектора.

Розглянемо математичну модель досліджуваної системи. Будемо вважати, що формування сигналу у системі та його оброблення здійснюється цифровими методами в дискретному часі. Тоді сигнал, що спостерігається на виході передавача протягом одного бітового інтервалу, можна подати у вигляді кортежу двох векторів:

$$\bar{y} = (\bar{x}, \alpha \bar{x}),$$

де вектор $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{n_o})$ формується шумовим генератором передавача протягом першої половини бітового інтервалу, а множник $\alpha = 1$, якщо поточний інформаційний біт дорівнює 1, і $\alpha = -1$, якщо поточний біт -0 . Саме α є інформаційним параметром сигналу.

Будемо вважати, що випадковий процес покладений в основу генератора шуму, є стаціонарним дельта-корельованим процесом з симетричними відносно нуля розподілами одновимірних часових перерізів. Тоді \bar{x} є випадковим вектором, усі координати якого є незалежними випадковими величинами з однаковими симетричними відносно нуля розподілами та середньоквадратичним відхиленням σ_x .

У каналі зв'язку сигнал \bar{y} зазнає впливу адитивного білого гауссового шуму \bar{n} з середньоквадратичним відхиленням σ_n . У результаті на вході приймача маємо складний сигнал

$$\bar{z} = \bar{y} + \bar{n} = (\bar{x} + \bar{n}_1, \alpha \bar{x} + \bar{n}_2),$$

який одночасно містить у собі й опорний (перша половина), й інформаційний (друга половина) сигнали.

Корелятор приймача обчислює скалярний добуток

$$r = \langle \bar{x} + \bar{n}_1, \alpha \bar{x} + \bar{n}_2 \rangle. \quad (1)$$

Із вказаних вище умов, накладених на сигнали у системі, пороговий рівень детектора дорівнює нулю незалежно від рівня сигналу і завад. Якщо $r > 0$, то приймається рішення про прийом 1, а, якщо $r < 0$, то $-$ про прийом 0.

Із формули (1) зрозуміло, що імовірність помилки приймача повністю залежить від розподілу випадкової величини r . У [9] показано, що цей розподіл має суттєво негауссовий характер. Цим само і пояснюється необхідність розробки спеціальних методів дослідження завадостійкості систем даного типу.

Розглянемо спочатку випадок, коли опорний сигнал представлений лише одним відліком $\bar{x} = (x)$. Тоді для завади отримаємо $\bar{n}_1 = (n_1)$, $\bar{n}_2 = (n_2)$, а рівність (1) запишеться у вигляді

$$r = (x + n_1)(\alpha x + n_2) = \alpha x^2 + \alpha x n_1 + x n_2 + n_1 n_2. \quad (2)$$

Помилка прийому виникає, коли при передачі 1 ($\alpha = 1$) значення $r < 0$ або при передачі 0 ($\alpha = -1$) значення $r > 0$. Тому в загальному випадку потрібно розглядати дві умовні імовірності $P(r < 0 | \alpha = 1)$ та $P(r > 0 | \alpha = -1)$. Проте, при виконанні умов, накладених на розподіли опорного сигналу та завади, відповідні умовні розподіли величини r симетричні відносно нуля, тому достатньо розглянути лише один випадок, наприклад, при $\alpha = 1$. За такої умови рівність (2) набуде вигляду

$$r = x^2 + x n_1 + x n_2 + n_1 n_2. \quad (3)$$

Виразимо з цієї рівності n_2 та продиференціюємо отриманий вираз по r , маємо

$$n_2 = \frac{r - x^2 - x n_1}{x + n_1}, \quad \frac{\partial n_2}{\partial r} = \frac{1}{x + n_1}.$$

Тоді відповідно до [10, с. 206] отримаємо, що функція щільності розподілу величини r при передачі біта 1 за допомогою $n_0 = 1$ відліку опорного сигналу $f(r, 1, 1)$ має вигляд

$$f(r, 1, 1) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot \phi(n, 0, \sigma_n) \cdot \phi\left(\frac{r - x^2 - xn}{x + n}, 0, \sigma_n\right) \cdot \frac{1}{|x + n|} dx dn, \quad (4)$$

де $\phi(t, a, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}}$ – функція щільності нормального розподілу; $f(x)$ – функція щільності розподілу величини x .

На рис. 1 наведено приклади розрахунку інтеграла (4) за умови, що x має нормальний розподіл, тобто $f(x) = \phi(x, 0, \sigma_x)$. Відповідно до [11] будемо користуватися термінами відношення сигнал-завада на вході приймача, що дорівнює $\rho^2 = P_c / P_{\text{ш}}$ ($P_c, P_{\text{ш}}$ – потужність сигналу та завади відповідно), та відношення сигнал-завада $h^2 = B\rho^2 = E_b / N_0$ (B – база сигналу, E_b – енергія сигналу, що використовується для передачі одного біта інформації; N_0 – спектральна щільність потужності завади у смузі сигналу).

У термінах середньоквадратичних відхилень σ_x і σ_n та розмірності n_b простору корисного сигналу \bar{Y} (на один біт інформації) в децибелах отримаємо:

$$\rho^2 = 10 \cdot \lg \frac{\sigma_x^2}{\sigma_n^2}, \text{ дБ}; \quad h^2 = 10 \cdot \lg \frac{n_b \sigma_x^2}{2\sigma_n^2}, \text{ дБ}.$$

Враховуючи, що для досліджуваної системи $n_b = 2n_0$, остаточно маємо:

$$h^2 = 10 \cdot \lg \frac{n_0 \sigma_x^2}{\sigma_n^2}, \text{ дБ}.$$

На рис. 1 подано щільність розподілу $f(r, 1, 1)$ для трьох різних значень ρ^2 , що дозволяє побачити вплив відношення сигнал-завада на форму розподілу. Зазначимо, що при $n_0 = 1$ обидва відношення рівні між собою: $h^2 = \rho^2$.

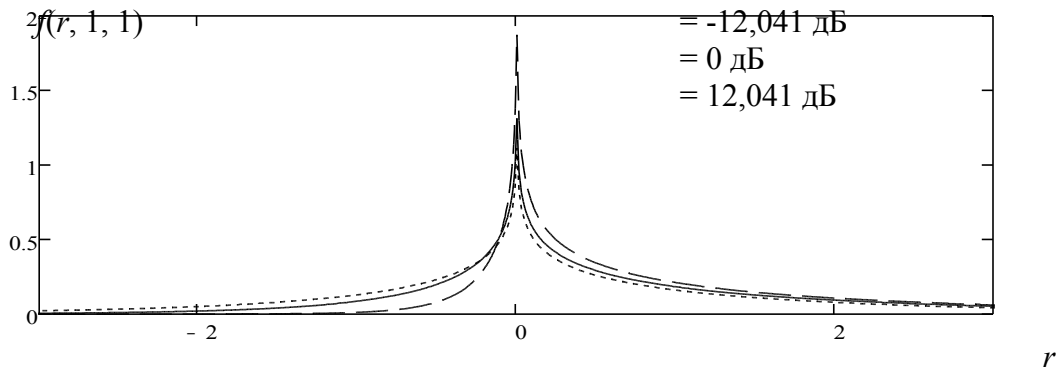


Рисунок 1 – Функція щільності розподілу випадкової величини r (на виході корелятора) при передачі символу 1 для $n_0 = 1$

З рисунка видно, що розподіл величини r має очевидно негауссовий характер.

Обчисленням значень функцій $f(r, 1, 1)$ для різних значень ρ^2 завершується перший етап методики обчислення ймовірності помилки прийому інформаційного біта у системі зв'язку з фазовою маніпуляцією шумового сигналу.

На наступному етапі будемо збільшувати значення n_o для кожного розподілу величини r , заданого кривою $f(r, 1, 1)$. У кожній такій серії розрахунків ρ^2 залишатиметься фіксованим, проте значення $h^2 = \rho^2 + 10 \cdot \lg n_o$ [дБ] очевидно буде збільшуватися.

Наприклад, при $n_o = 2$ рівність (3) набуде вигляду

$$r = (x_1^2 + x_1 n_{11} + x_1 n_{21} + n_{11} n_{21}) + (x_2^2 + x_2 n_{12} + x_2 n_{22} + n_{12} n_{22}) = r_1 + r_2,$$

причому розподіли обох доданків r_1 і r_2 визначаються однією й тією ж функцією щільності $f(r, 1, 1)$. Функція щільності розподілу суми незалежних величин є згорткою їхньої щільності, тому для розподілу суми $r = r_1 + r_2$ маємо:

$$f(r, 1, 2) = f(r, 1, 1) * f(r, 1, 1) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t, 1, 1) f(r - t, 1, 1) dt. \quad (5)$$

Аналогічно $f(r, 1, 3) = f(r, 1, 2) * f(r, 1, 1)$ і т.д.

Обчислення значної кількості інтегралів виду (5) вимагає значних обчислювальних затрат і є суттєвою перешкодою для подальшого аналізу завадостійкості досліджуваної системи.

Надзвичайно продуктивним прийомом вирішення даної проблеми є застосування апарату характеристичних функцій [12, с. 294]. Якщо відома щільність розподілу $f(r, 1, 1)$, то характеристична функція величини r визначається як обернене перетворення Фур'є для функції $f(r, 1, 1)$:

$$\varphi(t, 1, 1) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itr} f(r, 1, 1) dr. \quad (6)$$

Важливо, що характеристична функція суми незалежних випадкових величин є добутком відповідних характеристичних функцій, тому

$$\varphi(t, 1, n_o) = \varphi^{n_o}(t, 1, 1). \quad (7)$$

Для характеристичної функції виконується теорема єдиності та теорема обертання [12, с. 303], тому однозначно визначається функція щільності

$$f(r, 1, n_o) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itr} \varphi(t, 1, n_o) dt. \quad (8)$$

Таким чином, даний етап методики полягає в послідовному виконанні обчислень за формулами (6)...(8) для кожного значення ρ^2 вибраного на першому етапі розрахунків та для кожного вибраного на даному етапі значення n_o .

На рис. 2 наведено приклади модулів характеристичних функцій. Рисунок ілюструє процедуру розрахунків за формулами (6) і (7) та зміну форми графіка модуля характеристичної функції при збільшенні розмірності n_o вектора опорного сигналу \bar{x} .

Нарешті, на рис. 3 подано відновлені за формулою (8) функції щільності розподілу величини r вже при $n_o = 8$. Як видно з рисунка, цей розподіл наближається до нормального зі зростанням n_o , але цей процес відбувається повільно. Цим пояснюється значна систематична похибка (в сторону збільшення) обчислення ймовірності помилки прийому, яка відбувається при нормальній апроксимації функції щільності $f(r, 1, n_o)$.

Вертикальна пряма $r = 0$ розбиває площу під кожною кривою $f(r, 1, n_o)$ на дві частини. Площа справа від цієї прямої дорівнює ймовірності правильного прийому біта, а площа зліва – ймовірності помилки.

Отже, останній етап розрахунків полягає в обчисленні інтеграла

$$P(\rho^2, n_o) = \int_{-\infty}^0 f(r, 1, n_o) dr. \quad (9)$$

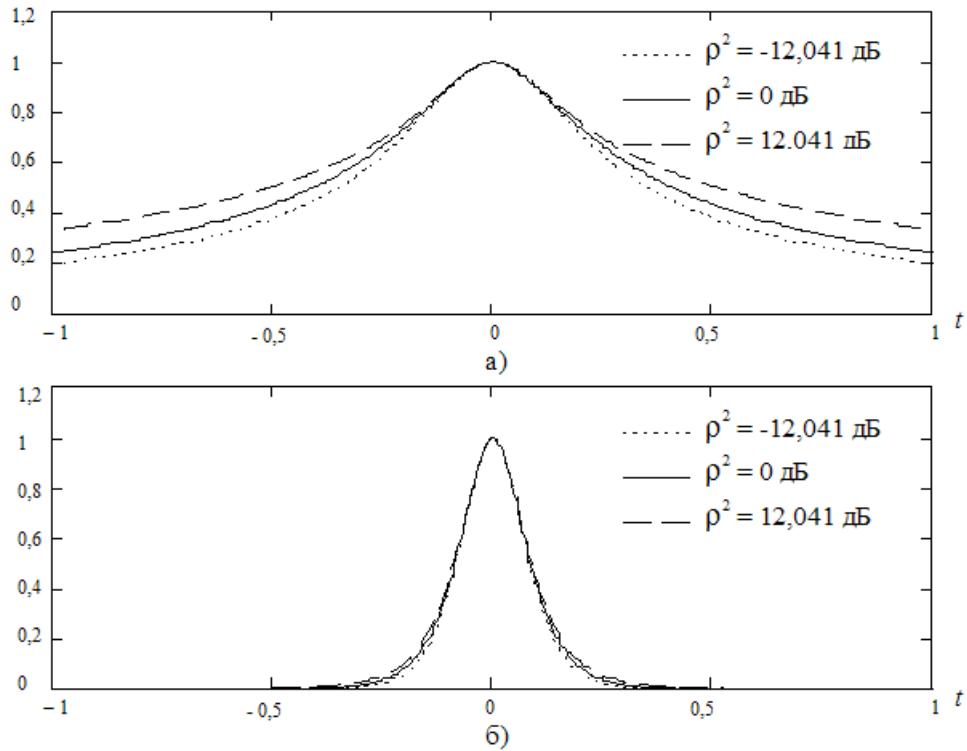


Рисунок 2 – Модуль характеристичної функції величини r для $n_o = 1$ (а) та $n_o = 8$ (б)

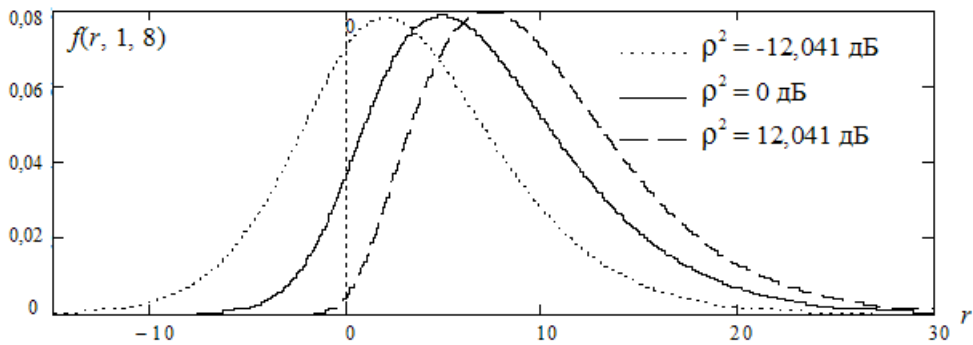


Рисунок 3 – Функція щільності розподілу випадкової величини r (на виході корелятора) при передачі символу 1 для $n_o = 8$

Скористаємося тепер розробленою методикою для докладного аналізу завадостійкості системи зв'язку з фазовою маніпуляцією шумового сигналу. Результати проведених розрахунків проілюстровано на рис. 4. На цьому і на інших рисунках: $-19,823 \text{ дБ} \leq \rho^2 \leq 19,823 \text{ дБ}$, $1 \leq n_o \leq 200$.

На рис. 4 осі ρ^2 та n_o подано в логарифмічному масштабі. Тому гіперболи сталого значення відношення сигнал-завада $\rho^2 \cdot n_o = \text{const}$ перетворюються тут на прямі перпендикулярні до бісектриси першого координатного кута площини (ρ^2, n_o) .

Оскільки, вісь аплікат P подана на рис. 4,а в реальному масштабі, то на цьому рисунку можемо добре роздивитися ту частину поверхні, яка відповідає великим значенням ймовірності $P > 0,05$.

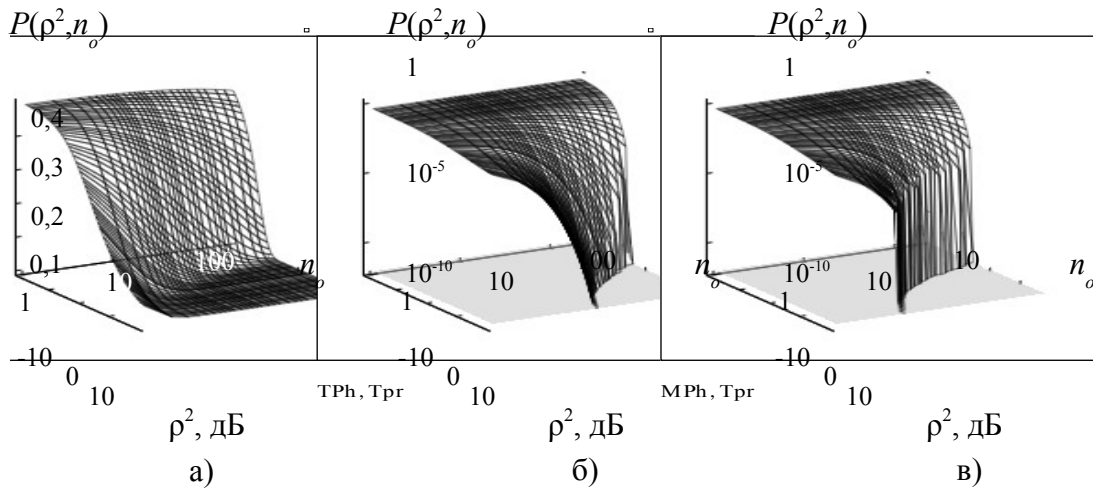


Рисунок 4 – Залежність імовірності помилки $P(\rho^2, n_o)$ приймача системи зв'язку з фазовою маніпуляцією шумового сигналу від ρ^2 та n_o : а) теоретична оцінка (реальний масштаб); б) теоретична оцінка (логарифмічний масштаб); в) імітаційний обчислювальний експеримент (логарифмічний масштаб)

Проте для практичних задач більш цікавою є зона малих ймовірностей, тому на рис. 4,б та 4,в перейдемо до логарифмічного масштабу також і по осі P . Ці два рисунки дозволяють порівняти результати, отримані шляхом теоретичних розрахунків та за допомогою серії обчислювальних імітаційних експериментів, проведених засобами Mathcad. Для кожної пари (ρ^2, n_o) дослід повторювався 10^6 разів. З рисунка видно, що такий підхід дозволяє більш-менш адекватно оцінити ймовірність помилки до рівня 10^{-5} , причому вже для ймовірностей менших ніж 10^{-3} відчутними стають випадкові флуктуації результатів експерименту.

Зазначимо, що тривалість розрахунків (обчислювальна складність) за даних умов для теоретичних та експериментальних досліджень була приблизно однаковою. При цьому теоретичний розрахунок дозволив оцінити ймовірності до 10^{-12} . Підвищення глибини експериментальних досліджень катастрофічно збільшує об'єм розрахунків, тому не має перспективи.

Для дослідників у галузі цифрових систем зв'язку більш традиційним є показник h^2 . Перевагою цього показника є те, що для класичних систем зв'язку поверхня $P(h^2, n_o)$ являє собою циліндр, твірні якого паралельні осі n_o . Тому вся залежність може бути описана однією кривою $P = P(h^2)$. Фактично це означає, що ймовірність помилки класичних систем залежить лише від добутку $\rho^2 \cdot n_o$.

Як видно з рис. 5,а для досліджуваної системи ця властивість не виконується. Отже, для системи з фазовою маніпуляцією шумового сигналу аналіз завадостійкості вимагає дослідження залежності ймовірності помилки прийому біта від двох параметрів: h^2 і n_o .

Зауважимо, що перехід від показника ρ^2 до показника h^2 деформує прямокутну проекцію поверхні, зображеної на рис. 4,б і 4,в, в паралелограм (рис. 5). Після такого перетворення лінії сталого значення відношення сигнал-завада стають прямими перпендикулярними до осі h^2 в площині (h^2, n_o) .

Дослідимо тепер перерізи поверхні, зображеної на рис. 5,а площинами, перпендикулярними до прямої n_o , тобто залежності ймовірності P від відношення сигнал-завада h^2 при фіксованому значенні n_o (рис. 6).

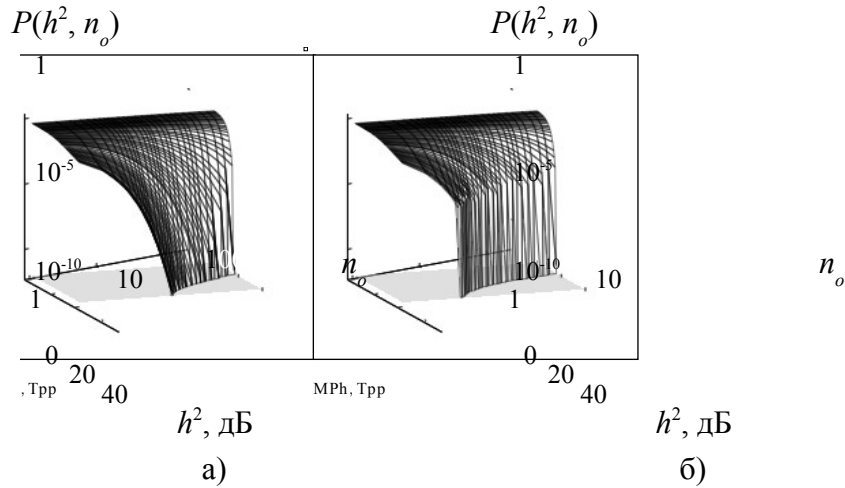


Рисунок 5 – Залежність імовірності P помилки прийому біта інформації від h^2 та n_o :
 а) теоретична оцінка; б) імітаційний обчислювальний експеримент

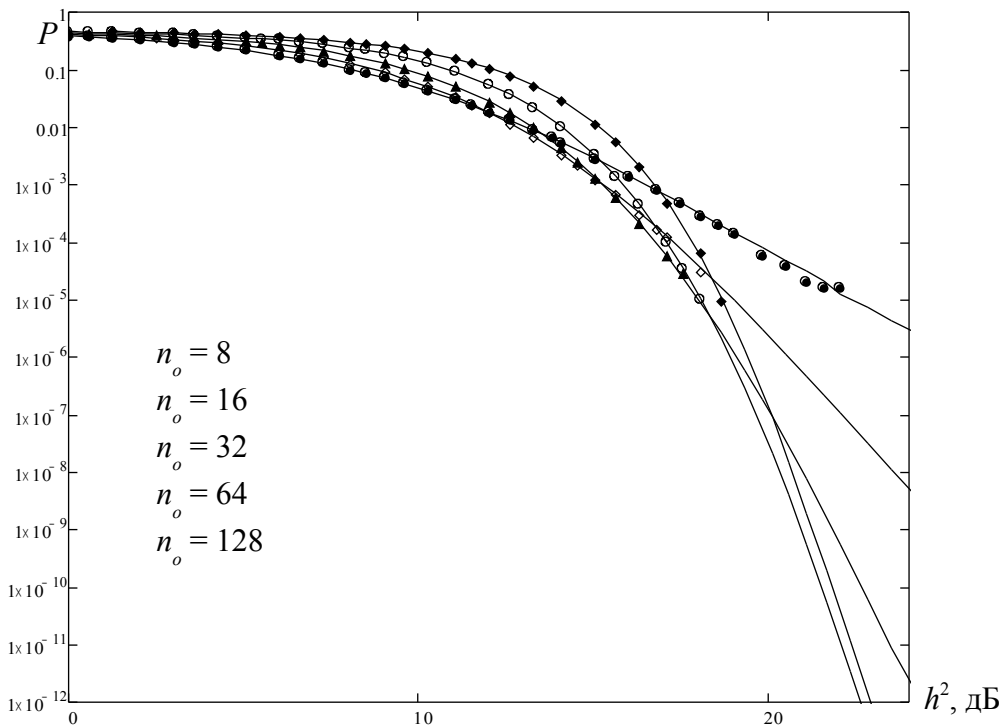


Рисунок 6 – Залежність імовірності помилки прийому P від h^2 при фіксованому n_o :
 неперервні лінії – теоретична оцінка; точки – імітаційний обчислювальний експеримент

Оскільки n_o змінюється дискретно (може набувати значень лише з множини натуральних чисел), то говорити про об'єдну сімейства кривих (п'ять представників якого зображено на рис. 6) у суворо математичному розумінні не можна. Звідси також випливає, що для кожного фіксованого n_o існує інтервал значень h^2 , в якому дане значення n_o забезпечує мінімум імовірності помилки приймача P . Аналіз рисунка показує, що зі збільшенням n_o вказаний інтервал рухається в бік збільшення h^2 , при цьому відповідні ймовірності помилки зменшуються (всі криві визначають спадні функції).

Із цього можна зробити висновок, що зменшення значення ймовірності помилки P за умов мінімальних витрат енергії на передачу біта інформації вимагає збільшення розмірності опорного сигналу n_o . Отже, оптимізація параметрів системи зв'язку з фазовою маніпуляцією шумового сигналу повинна розпочинатися з пошуку оптимального n_o , після чого має бути розраховане оптимальне значення σ_x .

На рис. 6 одночасно подано результати теоретичних розрахунків (неперервні криві) та результати обчислювальних експериментів (точки). Порівняння результатів свідчить про добру узгодженість теоретичних розрахунків імовірності помилки прийому (проведених за новою методикою) з експериментальними даними.

Інший погляд на цю проблему можна отримати, якщо розглянути перерізи поверхні $P(h^2, n_o)$ площинами перпендикулярними до осі h^2 . На кривих, які утворюються в перерізах, залишається сталим відношення сигнал-завада. Процедура утворення таких перерізів проілюстрована на рис. 7,а. На рис. 7,б подано зображення представників відповідного сімейства кривих.

Зауважимо, що при сталому значенні h^2 збільшення n_o веде до зменшення $\rho^2 = \sigma_x^2 / \sigma_n^2$, оскільки в абсолютних одиницях $h^2 = \rho^2 \cdot n_o$. Із рисунка видно, що кожна крива залежності $P = P(n_o)$ при фіксованому n_o має єдиний мінімум. Цей мінімум відповідає оптимальному значенню n_o , про яке ми вже говорили вище. Саме такий підхід до визначення оптимального значення n_o був запропонований в [5]. Проте, у даній роботі була використана нормальна апроксимація розподілу величини r , що призвело до суттєвих розбіжностей з експериментальними даними.

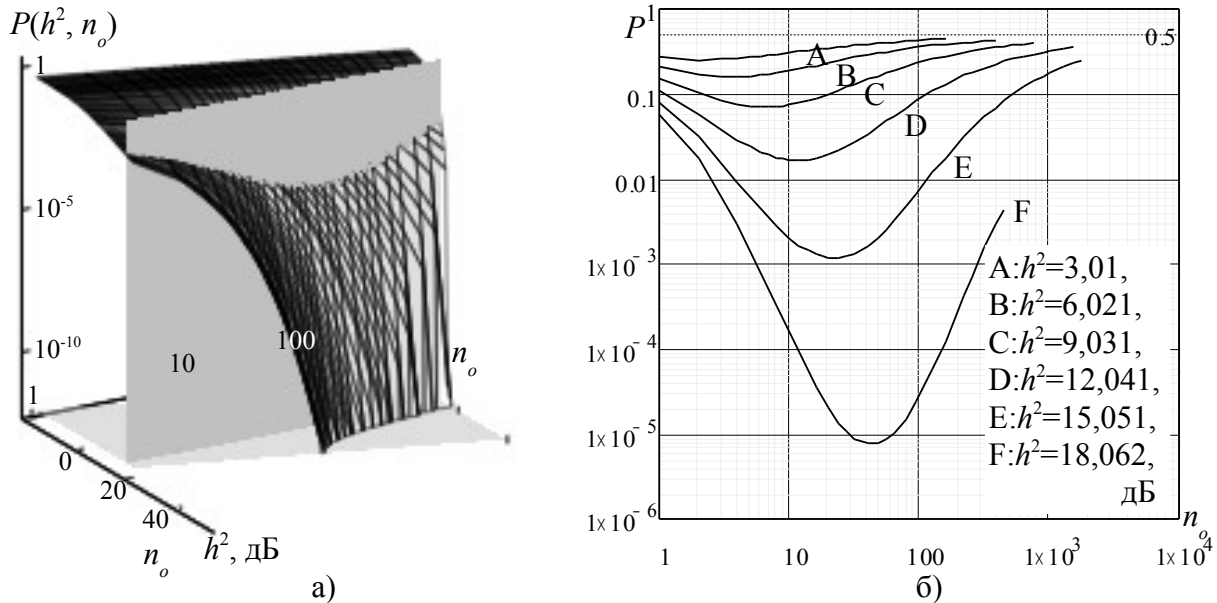


Рисунок 7 – Отримання перерізів поверхні $P = P(h^2, n_o)$ площинами сталого значення h^2 (а) та представники утвореного сімейства кривих (б).

Значення σ_n визначається зовнішніми факторами – заводською обстановкою в місці розташування приймача в даний момент часу (ϵ заданим). Тому визначення оптимальних параметрів системи зв'язку зводиться до відшукування мінімального σ_x та такого n_o , які б забезпечували заданий рівень імовірності помилки P .

Процедуру розв'язування цієї задачі найпростіше пояснити з використанням множини ліній рівня поверхні $P = P(h^2, n_o)$, зображеної на рис. 8.

Методика розв'язання полягає в наступному:

1. Вибираємо лінію рівня, яка відповідає заданому значенню імовірності P .
2. Будуємо дотичну до даної лінії рівня перпендикулярну до осі h^2 .
3. Знаходимо координати точки дотику (h^2, n_o) .
4. Значення координати n_o – оптимальна розмірність вектора опорного сигналу.
5. В рівність $h^2 = \frac{n_o \sigma_x^2}{\sigma_n^2}$ підставляємо координати точки дотику та задане σ_n . Визначаємо

$$\text{звідси мінімальне значення дисперсії опорного сигналу } \sigma_x^2 = \frac{h^2 \cdot \sigma_n^2}{n_o}.$$

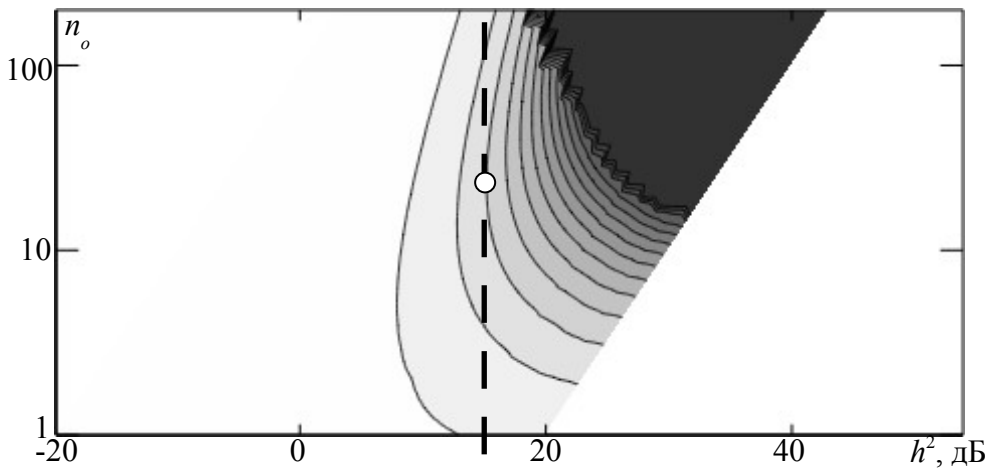


Рисунок 8 – Лінії рівня поверхні $P = P(h^2, n_o)$. Визначення оптимальних значень h^2 та n_o

Дослідження показують, що для ймовірностей більших 10^{-12} оптимальні значення σ_x^2 лежать у межах від σ_n^2 до $2\sigma_n^2$. Тому з невеликою втратою оптимальності можна запропонувати наступний алгоритм відшукування оптимального значення n_o для заданого h^2 :

1. Дисперсію опорного сигналу приймаємо рівною $\sigma_x^2 = \sigma_n^2$.
2. Тоді $n_o = [h^2]$, де h^2 береться в абсолютному вираженні, а квадратні дужки означають операцію взяття цілої частини.

Розглянуте вище дозволяє запропонувати методику отримання точних аналітичних оцінок імовірності помилки прийому біта інформації у системах зв'язку зі складними сигналами. Дана методика базується на математичному апараті характеристичних функцій і дозволяє аналізувати завадостійкість систем, в яких опорний сигнал передається каналом зв'язку разом з інформаційним.

На завершення можна сказати наступне. У статті розроблена та обґрунтована методика знаходження оптимальних параметрів системи (мінімального середньоквадратичного відхилення сигналу σ_x та оптимальної розмірності вектора опорного сигналу n_o), що забезпечують заданий рівень імовірності помилки.

Розглянуто приклад застосування розробленої методики до дослідження завадостійкості системи зв'язку з фазовою маніпуляцією шумового сигналу. Показано, що застосування даної методики усуває розбіжності між результатами теоретичного оцінювання ймовірності помилки приймача та результатами імітаційного обчислювального експерименту. Підтверджено, що причиною виникнення таких розбіжностей при застосуванні традиційних методів розрахунку є суттєво негауссовий характер розподілу сигналу на виході корелятора (в приймачі системи).

Показано, що на відміну від традиційних систем (де аналіз завадостійкості зводиться до дослідження залежності $P = P(h^2)$) для систем, в яких передається опорний сигнал, необхідно розглядати двопараметричну залежність виду $P = P(h^2, n_o)$.

Література

1. *Гришин Ю.П.* Радиотехнические системы: [учебник для вузов по спец. «Радиотехника»] / Гришин Ю.П., Ипатов В.П., Казаринов Ю.М.; под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Высш. шк., 1990. – 496 с.
2. *Вишневский В.М.* Широкополосные беспроводные сети передачи информации / [Вишневский В.М., Ляхов А.И., Портной С.Л., Шахнович И.В.]. – М.: Техносфера, 2005. – 592 с.
3. *Stavroulakis P.* Chaos Applications in Telecommunications. / P. Stavroulakis, CRC Press, 2005. – 440 p.
4. *Трифонов А.П.* Анализ скрытности передачи информации на основе импульсной частотно-временной модуляции шумовой несущей / А.П. Трифонов, В.И. Парфенов // Радиотехника. – 2001. – № 1. – С.25-30.
5. *Sushchik M.* Performance Analysis of Correlation-Based Communication Schemes Utilizing Chaos / M. Sushchik, L.S. Tsimring, A.R. Volkovskii // IEEE Transactions on Circuits and Systems — I: Fundamental Theory and Applications, Vol. 47, No. 12, December 2000. – P. 1684–1691.
6. *Kolumbán G.* Differential chaos shift keying: A robust coding for chaos communications / G. Kolumbán, B. Vizvari, W. Schwarz, A. Abel // Proc., 4th Int. Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronics Systems, (NDES'96), Seville, Spain, June 1996. – P. 87–92.
7. *Первунінський С.М.* Математичне моделювання систем зв'язку з кореляційно-часовою модуляцією / С.М. Первунінський, Р.М. Дідковський, В.В. Метелап, Ю.Є. Тобілевич // Вісник Черкаського університету. – (Серія «Прикладна математика»). – Черкаси: ЧНУ, 2006. – Вип. 83. – С.112-123.
8. Пат. № 16305, Україна, МПК H04B 7/00. Пристрій для передачі інформації шумовими сигналами / С.М. Первунінський, Р.М. Дідковський, В.В. Метелап. Бюл. № 8, 2006. – 3 с.
9. *Первунінський С.М.* Дослідження завадостійкості бінарного автокореляційного приймача шумових сигналів з фазовою маніпуляцією / С.М. Первунінський, Р.М. Дідковський, В.В. Метелап // Наукові записки УНДІЗ. – 2008. – № 1(3). – С.56-63.
10. *Абезгауз Г.Г.* Справочник по вероятностным расчетам / [Абезгауз Г.Г. Тронь А.П., Копенкин Ю.Н., Коровина И.А.]. – М.: Воениздат, 1970. – 536 с.
11. *Варакин Л.Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами / Л.Е. Варакин. – М.: Радио и связь, 1985. – 384 с.
12. *Ширяев А.Н.* Вероятность: учеб. пособ. для вузов / А.Н. Ширяев – М.: Наука, 1989. – 640 с.