УДК 681.7.068: 621.396.22.029.7

Корнейчук В.И.
Kornichuk V.I.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОГЕРЕНТНОЙ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ

MATHEMATICAL MODEL COHERENT OF FIBER-OPTIC TRANSMISSIONS SYSTEM

Аннотация. Получены выражения, описывающие оптические и электрические сигналы и шумы в цифровой когерентной волоконно-оптической системе передачи (КВОСП). Разработанная математическая модель КВОСП учитывает векторное сложение оптических полей сигнала и гетеродина на поверхности фотодиода, флуктуации состояния поляризации этих полей, амплитудные и фазовые шумы сигнального и гетеродинного лазеров, межсимвольную интерференцию, постдетекторную фильтрацию, демодуляцию и другие факторы.

Summary. The describing optical and electrical signals, in digital coherent of fiber-optic transmission system (CFOTS) are received in a general view of expression. The developed model CFOTS takes into account vector addition of fields of a signal and heterodyne on the photodiode, fluctuation of a condition of polarization of fields transmitter and heterodyne of lasers, amplitude and phase noise of both lasers, intersymbol interference, postdetection a filtration, demodulation and other factors.

Цель работы – анализ процессов в цифровой когерентной ВОСП (КВОСП) и построение ее математической модели, позволяющей аналитическую оптимизацию параметров и компьютерное моделирование. Структурная схема (см. рис.) цифровой КВОСП, состоит из трех субсистем – передающего устройства, канала передачи и гетеродинного (гомодинного) приемного устройства. Опишем аналитически преобразования оптических полей сигнала и гетеродина и электрических сигналов и шумов в этих субсистемах и КВОСП в целом.

Источник цифрового сообщения создает в течение равных промежутков времени T символы, временная последовательность которых g_ν является цифровым сообщением, подлежащим передаче. Тактовый интервал T равен длительности символа, а $1/T$ – скорости передачи символов. Символы источника g_ν выбираются из ансамбля, состоящего из M уровней. Различают многоуровневые ($M > 2$) и двухуровневые ($M = 2$) источники сообщения. Для последних $g_\nu \in \{0,\ L\}$. Положим, что вероятности ошибки $p(g_\nu = 0)$ и $p(g_\nu = L)$, при условии статистической независимости символов *0* и L, одинаковы, т.е.

$$p(g_\nu = 0) = p(g_\nu = L) = 0{,}5.$$

Электрическое передающее устройство преобразует сигнал источника сообщения $g(t)$ в электрический сигнал $s_e(t)$. Комплексное представление сигналов $s_e(t)$ основных форматов цифровой передачи имеет вид

$$\left.\begin{aligned}
\underline{s}_e(t) &= \text{€}_e \sum_{\nu=-\infty}^{\nu=\infty} s_\nu \mathrm{rect}\left(\frac{t-\nu T}{T}\right) = \text{€}_e \underline{s}_e(t) = \text{€}_e s_e(t) \ \text{для АИМ},\\
\underline{s}_e(t) &= \text{€}_e \exp\left(j \sum_{\nu=-\infty}^{\nu=\infty} \pi(1-\mathrm{s}_\nu)\mathrm{rect}\left(\frac{t-\nu T}{T}\right)\right) = \text{€}_e \underline{s}(t) \ \text{для ФИМ, ДФИМ},\\
\underline{s}_e(t) &= \text{€}_e \exp\left(j \sum_{\nu=-\infty}^{\nu=\infty} \int_{-\infty}^{t} 2\pi f_{\text{пн}}(2s_\nu - 1)\mathrm{rect}\left(\frac{\tau-\nu T}{T}\right)\right) = \text{€}_e \underline{s}(t) \ \text{для ЧИМ}.
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Здесь АИМ, ФИМ, ДФИМ и ЧИМ – амплитудно-, фазово-, дифференциально-фазовая и частотно-импульсная манипуляции соответственно; $f_{\text{пн}}$ – поднесущая частота ЧИМ-сигнала; €_e – амплитуда передаваемого комплексного электрического сигнала $\underline{s}_e(t)$, “_” – символ комплексного числа. В системе передачи $\underline{s}_e(t)$ является действительным (реальным) сигналом, т.е. это комплексный сигнал с нулевой мнимой частью. В формулах (1) функция

$$\mathrm{rect}(x)=\begin{cases}1 & \text{для } |x|\le 0{,}5,\\ 0 & \text{для } |x|>0{,}5.\end{cases}$$

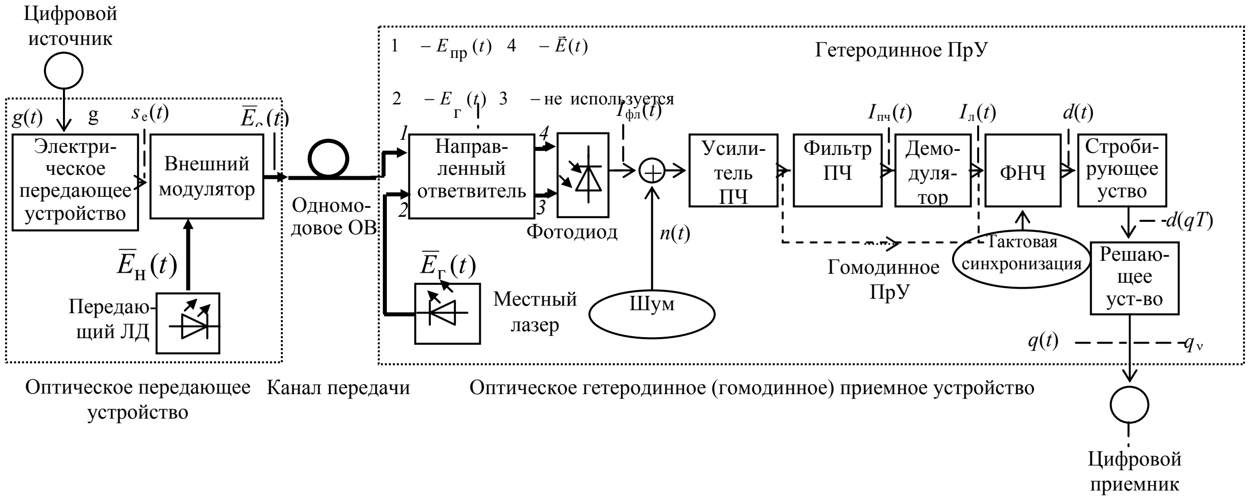

Рисунок 1 – Структурная схема когерентной ВОСП с гетеродинным (гомодинным) методом приема

Между коэффициентами модуляции s_ν и символами модуляции g_ν в выражениях (1) имеется следующая связь

$$s_\nu=1 \quad \text{для} \quad g_\nu=L,$$
$$s_\nu=0 \ \text{ для } \ g_\nu=0$$

для АИМ, ЧИМ и ФИМ форматов;

$$s_\nu=s_{\nu-1} \ \text{ для } \ g_\nu=L,$$
$$s_\nu=\bar{s}_{\nu-1} \ \text{ для } \ g_\nu=0$$

для ДФИМ формата. Здесь через $\bar{s}_\nu$ обозначен инверсный (относительно s_ν) коэффициент модуляции, т.е. $\bar{s}_\nu$ = 1 для s_ν = 0 и $\bar{s}_\nu$ = 0 для s_ν = 1.

Лазер передающего устройства создает несущую волну частоты $\nu_н$

$$\vec{\underline{E}}_н(t)=\begin{pmatrix}\underline{E}_{нx}(t)\\ \underline{E}_{нy}(t)\end{pmatrix}=\underline{E}_н(t)e^{j2\pi\nu_н t}\,\vec{\underline{e}}_н, \tag{2}$$

с нормированным (единичным) комплексным вектором

$$\vec{\underline{e}}_н=\begin{pmatrix}e_{нx}e^{j\phi_{нx}}\\ e_{нy}e^{j\phi_{нy}}\end{pmatrix}, \qquad \text{причем} \quad \vec{\underline{e}}_н\vec{\underline{e}}_н^{\,*}=1, \tag{3}$$

описывающим состояние поляризации волны по взаимно ортогональным координатам x и y, и комплексной амплитудой $\underline{E}_н(t)$, учитывающей амплитудный и фазовый шум, присутствующий в излучении лазера. Амплитудный шум $\tilde{E}_н(t)$ относится к устранимым (амплитудным ограничителем) помехам и может не учитываться, т.е. $\tilde{E}_н(t)\approx\tilde{E}_н$. На практике [1] преобладает фазовый шум

$$\underline{E}_н(t)=\tilde{E}_н(t)e^{j\phi_н(t)}\approx\tilde{E}_н e^{j\phi_н(t)}.$$

Внешний оптический *модулятор* управляет амплитудой, частотой или фазой несущей волны $\tilde{E}_н(t)\approx\tilde{E}_н$. При этом передаваемое сообщение $\underline{s}_e(t)$, описываемое одним из соотношений (1), из электрической области спектра переносится в оптическую. Как преобразователь сигнала модулятор тождественен перемножителю. Вводя постоянный множитель K, получаем выражение для оптического сигнала в начале линии

$$\underline{\vec{E}}_{\text{с}}(t) \approx K\hat{E}_e \underline{s}(t) \underline{\hat{E}}_{\text{н}}(t). \tag{4}$$

Без потери общности можно положить $K\hat{E}_e = 1$.

При распространении по одномодовому ОВ оптический сигнал $\underline{\vec{E}}_{\text{с}}(t)$ претерпевает изменения амплитуды, поляризации и формы импульса. Амплитуда волны уменьшается вследствие известных факторов [3]. Состояние поляризации неконтролируемо изменяется из-за тепловых и механических воздействий на ОВ, что приводит к нестабильной во времени поляризации принимаемой волны. Искажение формы сигнала в ОВ происходит вследствие совокупного действия трех составляющих дисперсии – материальной, волноводной и поляризационной. При условии пренебрежения дисперсионными эффектами (работа вблизи длины волны нулевой дисперсии ОВ) принимаемый оптический сигнал частоты $\nu_{\text{пр}} = \nu_{\text{н}}$

$$\underline{\vec{E}}_{\text{пр}}(t) = \underline{s}(t)\underline{E}_{\text{пр}}(t)e^{j2\pi\nu_{\text{пр}}t}\underline{\vec{e}}_{\text{пр}}(t). \tag{5}$$

Зависящий от времени единичный вектор $\underline{\vec{e}}_{\text{пр}}(t)$, описываемый выражением, аналогичным (3), учитывает флуктуации поляризации излучения на входе ПрУ, а член

$$\underline{E}_{\text{пр}}(t) = \hat{E}_{\text{пр}}e^{j\phi_{\text{пр}}(t)} = \hat{E}_{\text{н}}e^{-\alpha l}e^{j\phi_{\text{н}}(t)}, \text{ где } \phi_{\text{пр}}(t) = \phi_{\text{н}}(t) \tag{6}$$

ослабленную в тракте длиной l км амплитуду напряженности электрического поля волны, α, 1/км – коэффициент затухания ОВ. Для случая пренебрежения дисперсионными искажениями в ОВ, передаваемый $\underline{\vec{E}}_{\text{с}}(t)$ и принимаемый $\underline{\vec{E}}_{\text{пр}}(t)$ сигналы различаются только амплитудой $\left(\hat{E}_{\text{пр}} << \hat{E}_{\text{с}} = \hat{E}_{\text{н}}\right)$ и поляризацией, причем вектор $\underline{\vec{e}}_{\text{с}} = \underline{\vec{e}}_{\text{н}}$ не зависит, а вектор $\underline{\vec{e}}_{\text{пр}}(t)$ зависит от времени.

Предположим, что *гетеродин* (местный лазер) в приемном устройстве аналогичен передающему лазеру, т.е. напряженность его электрического поля частоты $\nu_{\text{г}}$

$$\underline{\vec{E}}_{\text{г}}(t) = \begin{pmatrix} \underline{E}_{\text{г}x}(t) \\ \underline{E}_{\text{г}y}(t) \end{pmatrix} = \underline{E}_{\text{г}}(t)e^{j2\pi\nu_{\text{г}}t}\underline{\vec{e}}_{\text{г}}. \tag{7}$$

Нормированный единичный комплексный вектор $\underline{\vec{e}}_{\text{г}}$, описываемый выражением аналогичным (3), учитывает стабильную во времени поляризацию волны гетеродина, а

$$\underline{E}_{\text{г}}(t) = \hat{E}_{\text{г}}(t)e^{j\phi_{\text{г}}(t)} \approx \hat{E}_{\text{г}}e^{j\phi_{\text{г}}(t)} \tag{8}$$

комплексную амплитуду напряженности поля.

Доминирующим видом искажения волны гетеродинного лазера является фазовый шум $\phi_{\text{г}}(t)$. Амплитудным шумом , как и ранее, можно пренебречь ($\hat{E}_{\text{г}}(t) \approx \hat{E}_{\text{г}}$). Волна гетеродинного лазера $\underline{\vec{E}}_{н}(t)$ не ослабляется в линии передачи, поэтому $\hat{E}_{\text{г}} >> \hat{E}_{\text{пр}} = \hat{E}_{\text{н}}e^{-\alpha l}$ для $P_{\text{г}} >> P_{\text{пр}}$, где $P_{\text{г}}$ и $P_{\text{пр}}$ – средние во времени значения мощности излучения местного лазера и приходящей из тракта волны сигнала соответственно.

В *направленном ответвителе* (НО) происходит сложение двух волн – модулированной (ослабленной и искаженной в тракте) и непрерывной – гетеродина. Гетеродинирование [1] происходит при суперпозиции (линейном сложении векторов напряженности поля) на поверхности ФД. В оптических НО имеется четыре порта (1, 2 – входные, 3, 4 – выходные, рис. 1). Направленный ответвитель без отражения света описывается [5] матричным уравнением

$$\begin{pmatrix} \underline{\vec{E}}_4(t) \\ \underline{\vec{E}}_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{1-k} & j\sqrt{k} \\ j\sqrt{k} & \sqrt{1-k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\vec{E}}_{\text{пр}}(t) \\ \underline{\vec{E}}_{\text{г}}(t) \end{pmatrix},$$

где k – коэффициент связи, $k = 0\ldots1$. Значения мощности света $P_4(t)$ и $P_3(t)$ на выходных портах НО

$$P_4(t) \sim \underline{\vec{E}}_4(t)\underline{\vec{E}}_4^*(t) = \left|\underline{\vec{E}}_4(t)\right|^2 = (1-k)\left|\underline{\vec{E}}_{\text{пр}}(t)\right|^2 + k\left|\underline{\vec{E}}_{\text{г}}(t)\right|^2 + 2\sqrt{k(1-k)}\,\mathrm{Im}\left\{\underline{\vec{E}}_{\text{пр}}(t)\underline{\vec{E}}_{\text{г}}^*(t)\right\}, \tag{9}$$

$$P_3(t) \sim \underline{\vec{E}}_3(t)\underline{\vec{E}}_3^*(t) = \left|\underline{\vec{E}}_3(t)\right|^2 = (1-k)\left|\underline{\vec{E}}_{\text{пр}}(t)\right|^2 + k\left|\underline{\vec{E}}_{\text{г}}(t)\right|^2 - 2\sqrt{k(1-k)}\,\mathrm{Im}\left\{\underline{\vec{E}}_{\text{пр}}(t)\underline{\vec{E}}_{\text{г}}^*(t)\right\}. \tag{10}$$

Введем комплексные мощности $\underline{P}_3$ и $\underline{P}_4$, причем $P_3 = \mathrm{Re}\{\underline{P}_3\}$, $P_4 = \mathrm{Re}\{\underline{P}_4\}$. Учитывая, что $P \sim \left|E(t)\right|^2$, $E_1 = E_{\text{пр}}$, $E_2 = E_{\text{г}}$, после подстановки уравнений (5)…(8) в соотношения (9) и (10), находим выражения для мощности поля на портах 4 и 3 НО

$$\underline{P}_4(t) = kP_{\text{г}} + (1-k)\left|\underline{s}(t)\right|^2 P_{\text{пр}} + 2\sqrt{k(1-k)}\sqrt{P_{\text{г}}P_{\text{пр}}}\,\underline{s}(t)a_{\text{п}}(t)e^{j\phi(t)}e^{j\phi_p(t)}e^{j2\pi f_{\text{пч}}t}, \qquad (11)$$

$$\underline{P}_3(t) = (1-k)P_{\text{г}} + k\left|\underline{s}(t)\right|^2 P_{\text{пр}} - 2\sqrt{k(1-k)}\sqrt{P_{\text{г}}P_{\text{пр}}}\,\underline{s}(t)a_{\text{п}}(t)e^{j\phi(t)}e^{j\phi_p(t)}e^{j2\pi f_{\text{пч}}t}, \qquad (12)$$

где $P_{\text{г}}$ и $P_{\text{пр}}$ – соответственно средние значения мощности света синусоидальной волны местного лазера и косинусоидальной волны сигнала в отсутствие модуляции. Значения промежуточной частоты $f_{\text{пч}} = \nu_{\text{пр}} - \nu_{\text{г}}$ и результирующего фазового шума $\phi(t) = \phi_{\text{пр}}(t) - \phi_{\text{г}}(t)$ при $\nu_{\text{пр}} = \nu_{\text{н}}$ и $\phi_{\text{пр}}(t) = \phi_{\text{н}}(t)$. Члены $a_{\text{п}}(t)$ и $\phi_{\text{п}}(t)$ в формулах (11) и (12) учитывают флуктуации поляризации. Перемножение членов $\vec{\underline{e}}_{\text{пр}}(t)$ и $\vec{\underline{e}}_{\text{г}}$, описываемых формулами, аналогичными (3), дает

$$\vec{\underline{e}}_{\text{пр}}(t)\vec{\underline{e}}^{\,*}_{\text{г}} = a_{\text{п}}(t)e^{j\phi_{\text{п}}(t)}, \qquad (13)$$

где

$$a_{\text{п}}(t) = \left|\vec{\underline{e}}_{\text{пр}}(t)\vec{\underline{e}}^{\,*}_{\text{г}}\right| = \sqrt{\left[\operatorname{Re}\left\{\vec{\underline{e}}_{\text{пр}}(t)\vec{\underline{e}}^{\,*}_{\text{г}}\right\}\right]^2 + \left[\operatorname{Im}\left\{\vec{\underline{e}}_{\text{пр}}(t)\vec{\underline{e}}^{\,*}_{\text{г}}\right\}\right]^2} =$$

$$= \sqrt{e^2_{\text{пр}x}(t)e^2_{\text{г}x} + e^2_{\text{пр}y}(t)e^2_{\text{г}y} + 2e_{\text{пр}x}(t)e_{\text{г}x}e_{\text{пр}y}(t)e_{\text{г}y}\cos\left(\phi_{\text{пр}x}(t) - \phi_{\text{г}x} - \phi_{\text{пр}y}(t) + \phi_{\text{г}y}\right)}$$

$$\phi_{\text{п}}(t) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{Im}\left\{\vec{\underline{e}}_{\text{пр}}(t)\vec{\underline{e}}^{\,*}_{\text{г}}\right\}}{\operatorname{Re}\left\{\vec{\underline{e}}_{\text{пр}}(t)\vec{\underline{e}}^{\,*}_{\text{г}}\right\}}\right) =$$

$$= \operatorname{arctg}\left(\frac{e_{\text{пр}x}(t)e_{\text{г}x}\sin\left(\phi_{\text{пр}x}(t) - \phi_{\text{г}x}\right) + e_{\text{пр}y}(t)e_{\text{г}y}\sin\left(\phi_{\text{пр}y}(t) + \phi_{\text{г}y}\right)}{e_{\text{пр}x}(t)e_{\text{г}x}\cos\left(\phi_{\text{пр}x}(t) - \phi_{\text{г}x}\right) + e_{\text{пр}y}(t)e_{\text{г}y}\cos\left(\phi_{\text{пр}y}(t) + \phi_{\text{г}y}\right)}\right).$$

Фотодиод p-i-n-типа создает ток $i_{\text{фд}}(t)$ пропорциональный поглощаемой оптической мощности. В ПрУ с одним фотодиодом (см рис. 1) используется мощность света только одного из выходных портов НО, например, 4-го

$$i_{\text{фд}}(t) = k\rho_i P_{\text{г}} + (1-k)\left|\underline{s}(t)\right|^2 \rho_i P_{\text{пр}} + 2\rho_{\text{i}}\sqrt{k(1-k)}\sqrt{P_{\text{пр}}P_{\text{г}}}\,\underline{s}(t)a_{\text{п}}(t)e^{j\phi(t)}e^{j\phi_{\text{п}}(t)}e^{j2\pi f_{\text{пч}}t}. \qquad (14)$$

Здесь ρ_i – токовый отклик ФД, $k\rho_i P_г$ – доминирующая постоянная составляющая обусловленная гетеродином; $\left(1-k\right)\left|\underline{s}(t)\right|^2 \rho_{\text{i}} P_{\text{пр}}$ – пренебрежимо малая постоянная, обусловленная составляющая вследствие сигнала, поскольку $P_{\text{пр}} << P_{\text{г}}$; $2\rho_{\text{i}}\sqrt{k(1-k)}\sqrt{P_{\text{пр}}P_{\text{г}}}$ – амплитуда полезного сигнала; $\underline{s}(t)$ – сообщение; $a_{\text{п}}(t)$ и $\phi_{\text{п}}(t)$ – соответственно амплитудный и фазовый шум, вызванный флуктуацией поляризации; $\phi(t)$ – фазовый шум обоих лазеров.

В двухфотодиодном (балансном) [3] ПрУ, в отличие от однофотодиодного, используются сигналы обоих выходных портов НО. Генерируемые при этом в обоих фотодиодах токи $i_{\text{фд}4}(t)$ и $i_{\text{фд}3}(t)$ вычитаются ($i_{\text{фд}}(t) = i_{\text{фд}4}(t) - i_{\text{фд}3}(t)$), следовательно

$$\underline{i}_{\text{фд}}(t) = (2k-1)\rho_i P_{\text{г}} + (1-2k)\left|\underline{s}(t)\right|^2 \rho_i P_{\text{пр}} + 4\rho_{\text{i}}\sqrt{k(1-k)}\sqrt{P_{\text{пр}}P_{\text{г}}}\,\underline{s}(t)a_{\text{п}}(t)e^{j\phi(t)}e^{j\phi_{\text{п}}(t)}e^{j2\pi f_{\text{пч}}t}. \qquad (15)$$

Двухфотодиодное ПрУ согласно формуле (15) обеспечивает удвоение амплитуды полезного сигнала по сравнению с однофотодиодным (уравнение (14)). При выборе k = 0,5 исчезает как постоянная составляющая, как и нежелательная составляющая информационной полосы, пропорциональная $P_{\text{пр}}$. По этим причинам двухфотодиодная схема целесообразна в гомодинных системах, где $f_{\text{пч}} = 0$.

Будем считать, что искажение сигнала вследствие флуктуаций поляризации незначительно (например, на приеме используется контроллер
поляризации [5]). При этом ток, создаваемый фотодиодом,

$$\underline{i}_{\text{фд}}(t) = €_{\text{фд}}\underline{s}(t)e^{j\phi(t)}e^{j2\pi f_{\text{пч}}t}, \; €_{\text{фд}} = 2K_B\sqrt{k(1-k)}\rho_i\sqrt{P_{\text{пр}}P_{\text{г}}}. \qquad (16)$$

При этом для двухфотодиодного ПрУ следует принять $K_{\text{В}}$ = 2 и k = 0,5, для однофотодиодного – $K_{\text{В}}$ = 1, значение k выбирается произвольно.

Аддитивный шум приемного устройства. На ток сигнала, описываемый формулой (16), аддитивно накладывается шум $n(t)$ – дробовой фотодиода и тепловой – активного сопротивления нагрузки ФД и усилителя (см. рис. 1). Эти источники шума в одинаковой мере содержат все частотные компоненты, поэтому шум белый. Постоянная составляющая двухсторонней спектральной плотности мощности (СПМ) шума в однофотодиодном ПрУ при использовании сигнала порта 4 НО

$$n_{\text{г}}(f) = n_{\text{г}} = q\left(\rho_i kP_{\text{г}} + I_{\text{т}}\right) + n_{\text{сп}}, \qquad (17)$$

где $I_т$ – темновой ток ФД, $n_{сп}$ – тепловой (либо дробовой) шум сигнального процессора. В общем случае при расчете СПМ дробового шума следует учитывать суммарную мощность света P_4 в (см. формулу (11)), а не только оптическую мощность гетеродинного лазера $P_г$. Поскольку $P_г >> P_{пр}$, то при расчете шумов второй и третий члены в формуле (11) можно не учитывать.

В двухфотодиодном ПрУ постоянная составляющая СПМ дробового шума вдвое больше, чем в однофотодиодном. При $k = 0{,}5$ получаем

$$n_г(f) = n_г = q\left(\rho_i P_г + 2I_т\right) + n_{сп}. \tag{18}$$

Следует учитывать, что в двухфотодиодном ПрУ благодаря вычитанию токов фотодиодов $i_{фд4}(t)$ и $i_{фд3}(t)$ исчезают и постоянная составляющая фототока, и нежелательная составляющая информационной полосы, обе они пропорциональные $P_{пр}$. Однако этого не происходит с некоррелированными шумовыми токами фотодиодов.

Используя параметр $K_В$ объединим уравнения (17) и (18) в общее

$$n_г(f) = n_г = qK_B\left(\rho_i kP_г + I_т\right) + n_{сп}.$$

После фильтрации (промежуточных частот в гетеродинной и информационных частот в гомодинной системах соответственно) белый шум $n_Б(t)$ становится ограниченным по полосе окрашенным шумом $n(t)$. Дисперсия окрашенного шума $n(t)$ на выходе фильтра ПЧ в гетеродинной системе

$$\sigma^2_{ге} = \sigma^2_{гет} = n_г \int_{-\infty}^{\infty} \left|H_{пч}(f)\right|^2 df = 2n_г \int_{-\infty}^{\infty} \left|H_{\Delta f}(f)\right|^2 df,$$

где $H_{пч}(f)$ – передаточная функция полосового фильтра ПЧ, а $H_{\Delta f}(f)$ – его эквивалент для информационной полосы частот. Справедливы соотношения

$$H_{пч}(f) = H_{\Delta f}\left(f - f_{пч}\right) + H_{\Delta f}\left(f + f_{пч}\right),$$

$$h_{пч}(t) = h_{\Delta f}(t)e^{j2\pi f_{пч}t} + h_{\Delta f}(t)e^{-j2\pi f_{пч}t},$$

где $h_{пч}(t)$ и $h_{\Delta f}(t)$ – импульсные отклики фильтра ПЧ и эквивалентного ему фильтра информационной полосы частот соответственно. В гомодинных системах дисперсия окрашенного шума $n(t)$ на выходе ФНЧ

$$\sigma^2_{го} = \sigma^2_{гом} = n_г \int_{-\infty}^{\infty} \left|H_{ФНЧ}(f)\right|^2 df.$$

При использовании одинаковых типов фильтров (ПЧ в гетеродинном и ФНЧ в гомодинном ПрУ) $H_{ФНЧ}(f) = H_{\Delta f}(f)$

$$\sigma^2_{гет} = 2\sigma^2_{гом} = 2n_г \int_{-\infty}^{\infty} \left|H_{\Delta f}(f)\right|^2 df. \tag{19}$$

Из выражения (19) следует, что гомодинные системы приема теоретически имеют на 3 дБ лучшую чувствительность, чем гетеродинные [1…3]. Это справедливо при условии использования идеальных лазеров (без фазового шума) и одинакового формата модуляции, например, АИМ или ФИМ.

При анализе ВОСП считают, что аддитивные дробовые и тепловые шумы имеют нулевое среднее значение и нормальное распределение [3]. Функция распределения плотности вероятностей (Ф*Р*ВП) $n(t)$ окрашенного шума

$$f_n(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}} \quad \text{при} \quad \sigma_n = \begin{cases} \sigma_{гет} = \sqrt{2}\sigma_{гом} & \text{для гетеродина,} \\ \sigma_{гом} & \text{для гомодина.} \end{cases}$$

Узкополосное приближение. При анализе гетеродинных систем приема используют узкополосную аппроксимацию [3] окрашенного шума $n(t)$ в диапазоне ПЧ

$$n(t) = x(t)\cos\left(2\pi f_{пч}t\right) + y(t)\sin\left(2\pi f_{пч}t\right), \tag{20}$$

где $\sigma_n = \sigma_г = \sigma_x = \sigma_y$. Параметры $x(t)$ и $y(t)$ являются статистически независимыми, имеют нулевое среднее значение (как и окрашенный шум $n(t)$), и распределены по нормальному закону. Уравнение (20) справедливо при условии, что перекрытием частотных составляющих $H_{\Delta f}(f - f_{пч})$ и $H_{\Delta f}(f + f_{пч})$ в фильтре ПЧ можно пренебречь. Условие использования узкополосной аппроксимации $\Delta f_{пч} / f_{пч} << 1$, где $\Delta f_{пч}$ – ширина полосы пропускания, $f_{пч}$ – центральная частота фильтра ПЧ. Комплексное представление узкополосной аппроксимации

$$\underline{n}(t) = x(t)e^{j2\pi f_{\text{пч}}t} - jy(t)e^{j2\pi f_{\text{пч}}t} \qquad \text{при} \qquad n(t) = \mathrm{Re}\{\underline{n}(t)\}.$$

Для анализа КВОСП удобно использовать *гауссов фильтр*, описываемый следующей парой функций

$$H_{\Delta f}(f) = e^{-\pi\left(f/2f_{\text{гр}}\right)^2} \text{ и } h_{\Delta f}(t) = 2f_{\text{гр}}e^{-\pi\left(2f_{\text{гр}}t\right)^2},$$

где $f_{\text{гр}}$ – граничная частота. Дисперсия окрашенного шума $n_{\text{о}}(t)$

$$\sigma^2_{\text{гет}} = 2\sigma^2_{\text{гом}} = 2\sqrt{2}\cdot n_{\text{г}}f_{\text{гр}}.$$

Задачей *демодулятора* (см. рис.) является преобразование смеси сигнала ПЧ и шума в основную полосу частот

$$\underline{i}_{\text{пч}}(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\underline{i}_{\text{фд}}(\tau)h_{\text{пч}}(t-\tau)d\tau + \underline{n}(t) \approx \int\limits_{-\infty}^{\infty}\underline{i}_{\text{фд}}(\tau)h_{\Delta f}(t-\tau)e^{j2\pi f_{\text{пч}}(t-\tau)}d\tau + \underline{n}(t). \tag{21}$$

Знак приближенного равенства в формуле (21) является прямым следствием принятия условия узкополосности. ФНЧ на выходе демодулятора устраняет нежелательные комбинационные продукты, возникающие при демодуляции. В гетеродинном ПрУ дополнительное ограничение полосы частот шума и коррекция сигнала не осуществляется этим фильтром. Сигнал $d(t)$ на выходе ФНЧ независимо от использованного формата модуляции в общем случае является нелинейно демодулированным сигналом.

В противоположность гетеродинному, в гомодинном ПрУ демодуляция осуществляется в процессе преобразования оптического сигнала в информационную полосу частот. В этом случае ФНЧ выполняет ограничение полосы и сигнала, и шума. Поэтому он должен быть узкополосным. В гомодинной системе этот фильтр может вызывать искажение сигнала [6].

Стробирование и принятие решения. В стробирующем устройстве из демодулированного сигнала $d(t)$ через промежутки времени, равные длительности символа, берутся выборки. Дискретный во времени строб-сигнал $d(qT + t_0)$ подается в решающее устройство. Момент времени стробирования t_0 является одним из параметров оптимизации. В случае использования симметричного гауссового фильтра, согласно уравнениям (3), оптимальный момент времени стробирования соответствует середине символа, т.е. $t_0 = 0$.

В зависимости от того, находится ли значение строб-сигнала $d(qT + t_0)$ ниже или выше порога решения решающее устройство выдает соответственно нулевой $V_q = 0$ или единичный $V_1 = L$ символ. Порог решения, минимизирующий вероятность ошибки, является оптимизируемым параметром. Анализ стробирования $d(qT + t_0)$, в частности его статистические свойства и влияние на вероятность ошибки, подлежит оптимизации.

Выводы. Разработана математическая модель когерентной ВОСП для случаев применения гомо- и гетеродиннных одно- и двухфотодиодных ПрУ. Модель учитывает 1) векторное сложение оптических полей сигнала и гетеродина на поверхности фотодиода, флуктуации состояния поляризации этих полей, межсимвольную интерференцию, постдетекторную фильтрацию и демодуляцию; 2) амплитудные и фазовые шумы сигнального и гетеродинного лазеров; шумы вследствие флуктуаций поляризации принимаемого сигнала; аддитивные шумы фотодиода и сигнального процессора. Полученные соотношения целесообразно использовать для аналитической оптимизации когерентной ВОСП по критерию минимальной вероятности ошибки и компьютерного моделирования.

Литература

1. *Моршнев С.К., Франценсон А.В.* Системы когерентной оптической связи// Квантовая электроника. – 1985.- № 9. – С. 1786–1806.
2. *Ярив А.* Введение в оптическую электронику. – М.: Высшая школа, 1983. – 398 с.
3. *Шереметьев А.Г.* Когерентная волоконно-оптическая связь. – М.: Радио и связь, 1991. – 192 с.
4. *Корнейчук В.И.* Анализ преобразовательных свойств приемных устройств оптического диапазона// Инфортатика и связь: Сб. научн. тр. УГАС им. А.С. Попова. – Одеса, 1996. – С. 31-35.
5. *Singh N.A.R., Jain V.K., Gupta H.M.* Coherent optical communication fibre systems: A review// IETE Technical review/ – 1988. – V. 5, 72. – P. 271-286.
6. *Koonen A.M.J., van Eijk P.* Coherent optical communication // Trend in Tlecommunications. – 1992. – V. 8, – №2. – P. 40-52.