

ТОЧНІСТЬ КОМПЕНСАЦІЇ ФАЗОВОГО ЗСУВУ

ТОЧНОСТЬ КОМПЕНСАЦИИ ФАЗОВОГО СДВИГА

PRECISION OF PHASE SHIFT INDEMNIFICATION

**Анотація.** В роботі отримано вираз залежності дисперсії помилки фази від параметрів ФНЧ за рахунок доплерівського зміщення при синхронізації методом компенсації фазового зсуву. Обговорюється постановка задачі оптимізації параметрів ФНЧ в умовах доплерівського зміщення і шумів.

**Аннотация.** В работе получено выражение зависимости дисперсии ошибки фазы от параметров ФНЧ за счет доплеровского смещения при синхронизации методом компенсации фазового сдвига. Обсуждается постановка задачи оптимизации параметров ФНЧ в условиях доплеровского смещения и шумов.

**Summary.** In this work obtain an expression depending on the phase error variance on the parameters of LPF of the Doppler shift during synchronization using of phase shift indemnification. Statement of the problem of optimization of LPF parameters in conditions of frequency Doppler shift and noise is discussed.

Історично аналогова схемна реалізація пристроїв радіоавтоматики (РА) визначила їх структуру як замкнутих систем регулювання параметрів (систем зі зворотним зв'язком (ЗЗ)). Головними характеристиками таких систем є: швидкість реакції на зміну параметра (інерційність), величина помилки підстроювання параметра, що регулюється в усталеному режимі і в динаміці, стійкість.

У зв'язку з тим, що детектори, які використовуються в пристроях РА, є нелінійними і тим, що в них міститься ЗЗ, отримання точних виразів, що описують їх характеристики, особливо в умовах дії шумів і значних початкових відхилень параметрів, важко. Також внаслідок нелінійності, за малих відношень сигнал/шум, характеристики пристроїв РА суттєво погіршуються. У той самий час, для забезпечення електромагнітної сумісності в умовах постійного зростання числа різноманітних систем радіозв'язку і продовження терміну роботи від батареї мобільних терміналів, спостерігається перехід до більш низьких робочих рівнів сигналів. Таким чином, актуальною проблемою РА є підвищення якості функціонування систем синхронізації в умовах малих відношень сигнал/шум.

Перехід сучасного зв'язку на цифрову реалізацію обладнання дозволив переглянути ідеологію процесу синхронізації. Зокрема, активно стали використовуватися розімкнені системи РА, які вільні від проблеми забезпечення стійкості та їх характеристики не залежать від абсолютних значень еталонного параметру та параметру, що регулюється.

Однією з розімкнених систем фазової синхронізації є схема, що реалізує компенсацію фазового зсуву (КФЗ) сигналу, що демодулюється відносно опорного коливання [1]. Позитивною особливістю даної схеми є те, що вона вільна від нелінійних перетворень сигналу. Проте, оскільки в схемах компенсації фазового зсуву використовуються фільтри нижніх частот (ФНЧ), відмінність їх характеристик від ідеальних буде мати вплив на якість синхронізації.

Метою дослідження є одержання виразів, що описують залежність помилки фази від величини доплерівського зсуву при синхронному детектуванні з попередньою компенсацією фазового зсуву.

**1. Модульований сигнал.** Нехай сигналом амплітудної модуляції (АМ) передається первинний нормований по амплітуді сигнал  $b(t)$  :

$$s_{AM}(t) = A_0(1 + m_{AM}b(t)) \cos(\omega_0 t + \theta_r) = A(t) \cos(\omega_0 t + \theta_r), \quad (1)$$

де  $A(t)$  – амплітуда модульованого сигналу;  $m_{AM}$  – коефіцієнт амплітудної модуляції, причому  $m_{AM} \leq 1$ ;  $A_0$ ,  $\omega_0$ ,  $\theta_r$  – параметри несінусоїдного коливання.

Спектральна густина (СГ) сигналу  $s_{AM}(t)$  згідно з [2] визначається перетворенням Фур'є

$$S_{AM}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s_{AM}(t) e^{-j\omega t} dt = A_0 \pi \delta(\omega - \omega_0) e^{j\theta_r} + 0,5 A_0 m_{AM} S_b(\omega - \omega_0) e^{j\theta_r} + A_0 \pi \delta(\omega + \omega_0) e^{-j\theta_r} + 0,5 A_0 m_{AM} S_b(\omega + \omega_0) e^{-j\theta_r}. \quad (2)$$

**2. Перетворення модульованого сигналу в каналі зв'язку.** Вважаємо, що використовується радіоканал. У такому каналі зв'язку мають місце:

- затримка сигналу на час  $T_k$ ;
- зсув частоти сигналу на  $\omega_d$ , викликаний ефектом Доплера та нестабільністю частоти гетеродинів перетворювачів частоти приймально-передавальних пристроїв;
- додавання до сигналу шуму  $n(t)$  (дія шуму буде досліджена у наступних роботах).

Сигнал на виході каналу зв'язку:

$$z(t) = A(t) \cos((\omega_0 + \omega_d)(t - T_k) + \theta_r). \quad (3)$$

СГ сигналу, заданого виразом (3), наступна:

$$Z(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} z(t) e^{-j\omega t} dt = A_0 \pi \delta(\omega - \omega_0 - \omega_d) e^{j(\theta_r - \omega T_k)} + 0,5 A_0 m_{AM} S_b(\omega - \omega_0 - \omega_d) e^{j(\theta_r - \omega T_k)} + A_0 \pi \delta(\omega + \omega_0 + \omega_d) e^{j(-\theta_r - \omega T_k)} + 0,5 A_0 m_{AM} S_b(\omega + \omega_0 + \omega_d) e^{j(-\theta_r - \omega T_k)}. \quad (4)$$

Якщо врахувати, що модульований сигнал є вузькосмуговим, то можна прийняти  $\omega T_k \approx \omega_0 T_k = \theta_k$ . Введемо позначку  $\theta = \theta_k - \theta_r$ , тоді вираз (4) перепишеться:

$$Z(\omega) = A_0 \pi \delta(\omega - \omega_0 - \omega_d) e^{-j\theta} + 0,5 A_0 m_{AM} S_b(\omega - \omega_0 - \omega_d) e^{-j\theta} + A_0 \pi \delta(\omega + \omega_0 + \omega_d) e^{j\theta} + 0,5 A_0 m_{AM} S_b(\omega + \omega_0 + \omega_d) e^{j\theta}. \quad (5)$$

**3. Детектування модульованого сигналу, спотвореного каналом зв'язку, з використанням КФЗ.** Синхронне детектування сигналу з використанням КФЗ показано на рис. 1. Виходячи з того, що СГ сигналу, що демодулюється задана виразом (5), знайдемо сигнали на виходах окремих блоків схеми на рис. 1:

1. На виході перетворювача Гільберта (ПГ):

$$Z_{ПГ}(\omega) = A_0 \pi \delta(\omega - \omega_0 - \omega_d) e^{j(-\theta - \pi/2)} + 0,5 A_0 m_{AM} S_b(\omega - \omega_0 - \omega_d) e^{j(-\theta - \pi/2)} + A_0 \pi \delta(\omega + \omega_0 + \omega_d) e^{j(\theta + \pi/2)} + 0,5 A_0 m_{AM} S_b(\omega + \omega_0 + \omega_d) e^{j(\theta + \pi/2)}. \quad (6)$$

2. На виходах обмежувачів амплітуди з рівнем обмеження  $A_{AO}$  (вважаємо, що продукти нелінійності фільтруються самими обмежувачами):

$$Z_{AO1}(\omega) = A_{AO} \pi \delta(\omega - \omega_0 - \omega_d) e^{-j\theta} + A_{AO} \pi \delta(\omega + \omega_0 + \omega_d) e^{j\theta}, \quad (7)$$

$$Z_{AO2}(\omega) = A_{AO} \pi \delta(\omega - \omega_0 - \omega_d) e^{j(-\theta - \pi/2)} + A_{AO} \pi \delta(\omega + \omega_0 + \omega_d) e^{j(\theta + \pi/2)}. \quad (8)$$

3. На виходах фільтрів нижніх частот (ФНЧ):

$$Z_{ФНЧ1}(\omega) = A_{AO} \pi H(\omega) \delta(\omega - \omega_d) e^{j(-\theta + \varphi(\omega))} + A_{AO} \pi H(\omega) \delta(\omega + \omega_d) e^{j(\theta + \varphi(\omega))}, \quad (9)$$

$$Z_{ФНЧ2}(\omega) = A_{AO} \pi H(\omega) \delta(\omega - \omega_d) e^{j(-\theta - \pi/2 + \varphi(\omega))} + A_{AO} \pi H(\omega) \delta(\omega + \omega_d) e^{j(\theta + \pi/2 + \varphi(\omega))}, \quad (10)$$

де  $H(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$  – передавальна функція ФНЧ1 та ФНЧ2.

Із виразів (9) та (10) видно, що сигнали на виходах ФНЧ мають спектр із однієї складової частоти  $\omega_d$ . Амплітуди та початкові фази цих коливань залежать від характеристик ФНЧ на частоті  $\omega_d$ :  $H(\omega_d)$  та  $\varphi(\omega_d)$  відповідно.

Знайдемо СГ сигналів на виходах перемножувачів фазокомпенсатора. Згідно з [2] СГ добутку двох сигналів дорівнює згортці їх спектрів, відповідно визначимо згортку виразів (5) і (9), а також (6) і (10) (тут і далі знак  $\otimes$  позначає операцію математичної згортки):

$$Z_{X1}(\omega) = Z(\omega) \otimes Z_{ФНЧ1} =$$

$$= 0,5A_{AO}A_0\pi H(\omega_d)\delta(\omega - \omega_0 - 2\omega_d)e^{j(-2\theta+\varphi(\omega_d))} + 0,5A_{AO}A_0\pi H(\omega_d)\delta(\omega - \omega_0)e^{-j\varphi(\omega_d)} +$$

$$+ 0,25A_{AO}A_0m_{AM}H(\omega_d)S_b(\omega - \omega_0 - 2\omega_d)e^{j(-2\theta+\varphi(\omega_d))} +$$

$$+ 0,25A_{AO}A_0m_{AM}H(\omega_d)S_b(\omega - \omega_0)e^{-j\varphi(\omega_d)} +$$

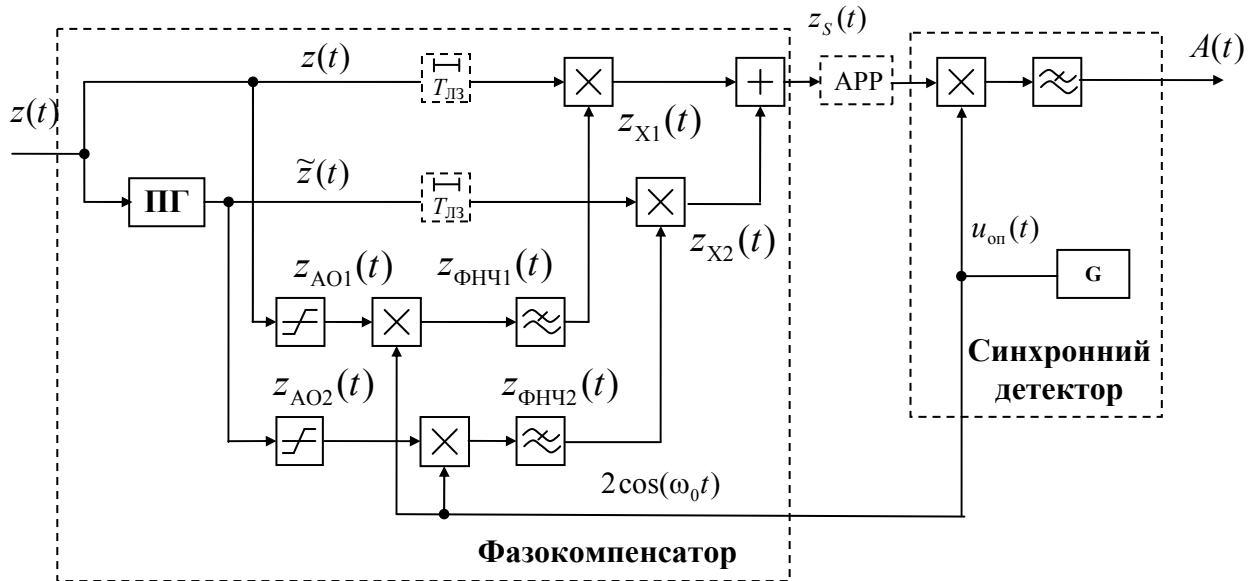


Рисунок 1 – Схема, що реалізує синхронне детектування АМ сигналу з використанням компенсації фазового зсуву сигналу, що демодулюється

$$+ 0,5A_{AO}A_0\pi H(\omega_d)\delta(\omega + \omega_0)e^{j\varphi(\omega_d)} + 0,5A_{AO}A_0\pi H(\omega_d)\delta(\omega + \omega_0 + 2\omega_d)e^{j(2\theta-\varphi(\omega_d))} +$$

$$+ 0,25A_{AO}A_0m_{AM}H(\omega_d)S_b(\omega + \omega_0)e^{j\varphi(\omega_d)} +$$

$$+ 0,25A_{AO}A_0m_{AM}H(\omega_d)S_b(\omega + \omega_0 + 2\omega_d)e^{j(2\theta-\varphi(\omega_d))}. \quad (11)$$

$$Z_{X2}(\omega) = Z_{ПГ}(\omega) \otimes Z_{ФНЧ2} =$$

$$= 0,5A_{AO}A_0\pi H(\omega_d)\delta(\omega - \omega_0 - 2\omega_d)e^{j(-2\theta-\pi+\varphi(\omega_d))} + 0,5A_{AO}A_0\pi H(\omega_d)\delta(\omega - \omega_0)e^{-j\varphi(\omega_d)} +$$

$$+ 0,25A_{AO}A_0m_{AM}H(\omega_d)S_b(\omega - \omega_0 - 2\omega_d)e^{j(-2\theta-\pi+\varphi(\omega_d))} +$$

$$+ 0,25A_{AO}A_0m_{AM}H(\omega_d)S_b(\omega - \omega_0)e^{-j\varphi(\omega_d)} +$$

$$+ 0,5A_{AO}A_0\pi H(\omega_d)\delta(\omega + \omega_0)e^{j\varphi(\omega_d)} + 0,5A_{AO}A_0\pi H(\omega_d)\delta(\omega + \omega_0 + 2\omega_d)e^{j(2\theta+\pi-\varphi(\omega_d))} +$$

$$+ 0,25A_{AO}A_0m_{AM}H(\omega_d)S_b(\omega + \omega_0)e^{j\varphi(\omega_d)} +$$

$$+ 0,25A_{AO}A_0m_{AM}H(\omega_d)S_b(\omega + \omega_0 + 2\omega_d)e^{j(2\theta+\pi-\varphi(\omega_d))}. \quad (12)$$

Згідно з рис. 1, сигнали з виходів перемножувачів підсумовуються. Відповідно, для отримання СГ на виході фазокомпенсатора необхідно провести додавання СГ заданих виразами (11) і (12)

$$Z_S(\omega) = Z_{X1}(\omega) + Z_{X2}(\omega) =$$

$$= A_{AO}A_0\pi H(\omega_d)\delta(\omega - \omega_0)e^{-j\varphi(\omega_d)} + 0,5A_{AO}A_0m_{AM}H(\omega_d)S_b(\omega - \omega_0)e^{-j\varphi(\omega_d)} +$$

$$+ A_{AO}A_0\pi H(\omega_d)\delta(\omega + \omega_0)e^{j\varphi(\omega_d)} + 0,5A_{AO}A_0m_{AM}H(\omega_d)S_b(\omega + \omega_0)e^{j\varphi(\omega_d)} \quad (13)$$

Вираз (13) показує, що фазовий зсув сигналу, що демодулюється відносно опорного коливання компенсується фазокомпенсатором повністю. Але, при цьому, відхилення несівної частоти від номінального значення на величину  $\omega_d$  призводить до зміни його амплітуди в  $H(\omega_d)$  разів та появи залишкової похибки фази величини  $\varphi(\omega_d)$ , тобто до появи лінійних спотворень.

Якщо розглянути окремий випадок відсутності зсуву частоти ( $\omega_d = 0$ ), то СГ сигналу на виході фазокомпенсатора буде наступною:

$$Z_S(\omega) = A_{AO}A_0\pi H_0\delta(\omega - \omega_0) + 0,5A_{AO}A_0m_{AM}H_0S_b(\omega - \omega_0) + A_{AO}A_0\pi H_0\delta(\omega + \omega_0) + 0,5A_{AO}A_0m_{AM}H_0S_b(\omega + \omega_0), \quad (14)$$

де  $H_0 = H(0)$  – коефіцієнт передачі ФНЧ1 та ФНЧ2 постійної напруги.

З виразу (14) видно, що при  $\omega_d = 0$  спотворення сигналу відсутні.

Для того, щоб мінімізувати вплив ФЧХ ФНЧ, необхідно в прямих підканалах фазокомпенсатора використовувати компенсуючі лінії затримки (ЛЗ) (блоки показані пунктирними лініями на рис. 1).

Як було вказано в п. 2, зсув частоти сигналу, що демодулюється обумовлюється як доплерівським зсувом, так і нестабільністю частот гетеродинів. Однак, оскільки при КФЗ використовується генератор фіксованої частоти і, відповідно, можна забезпечити кварцову та термостабілізацію, беремо до уваги лише доплерівський зсув. Звідси зрозуміло, що абсолютне значення  $\omega_d$  буде обумовлюватись частотою  $\omega_0$  та швидкістю руху приймача/передавача  $V$ , причому  $V$  є величиною випадковою. Прийmemo, що розподіл  $p(V)$  є рівномірним на інтервалі  $\pm V_{\max}$ , де  $V_{\max}$  – максимально можлива швидкість руху, а знак залежить від того, зближаються взаємно приймач та передавач чи віддаляються. Тоді, відповідно, розподіл ймовірності  $p(\omega_d)$  також буде рівномірним. Інтервал, на якому густина ймовірності буде приймати ненульові значення, наступний:

$$\pm \omega_{d \max} = \omega_0 \frac{\pm V_{\max}}{c}, \quad (15)$$

де  $c$  – швидкість розповсюдження світла,  $3 \cdot 10^8$  м/с.

Відповідно до викладеного, визначимо час затримки ЛЗ  $T_{ЛЗ}$ , як середнє значення фазової затримки  $\overline{\tau_\phi(\omega)}$  [3], що вноситься ФНЧ на різних частотах у діапазоні, заданому виразом (15),

$$T_{ЛЗ} = \overline{\tau_\phi(\omega)} = M \left[ \frac{-\phi(\omega)}{\omega} \right], \quad (16)$$

де  $M[ ]$  – математичне сподівання.

ФЧХ лінії затримки на проміжок часу  $T_{ЛЗ}$ , буде наступною:

$$\psi(\omega) = -T_{ЛЗ}\omega = -\overline{\tau_\phi(\omega)}\omega. \quad (17)$$

Виразимо  $\phi(\omega)$  через фазову затримку  $\tau_\phi(\omega)$ , при цьому  $\tau_\phi(\omega)$  подамо як суму постійної  $\overline{\tau_\phi(\omega)}$  та змінної  $\tau_\sigma(\omega)$  складових

$$\phi(\omega) = -\tau_\phi\omega = -(\overline{\tau_\phi(\omega)} + \tau_\sigma(\omega))\omega = \phi_m(\omega) + \phi_\sigma(\omega), \quad (18)$$

де  $\phi_m(\omega) = -\overline{\tau_\phi(\omega)}\omega$ ,  $\phi_\sigma(\omega) = -\tau_\sigma(\omega)\omega$ .

З урахуванням компенсуючих ЛЗ, а також виразів (17) і (18), перепишемо СГ на виході фазокомпенсатора

$$Z_S(\omega) = Z_{X1}(\omega) + Z_{X2}(\omega) = A_{AO}A_0\pi H(\omega_d)\delta(\omega - \omega_0)e^{-j\phi_\sigma(\omega_d)} + 0,5A_{AO}A_0m_{AM}H(\omega_d)S_b(\omega - \omega_0)e^{-j\phi_\sigma(\omega_d)} + A_{AO}A_0\pi H(\omega_d)\delta(\omega + \omega_0)e^{j\phi_\sigma(\omega_d)} + 0,5A_{AO}A_0m_{AM}H(\omega_d)S_b(\omega + \omega_0)e^{j\phi_\sigma(\omega_d)}. \quad (19)$$

З виразу (19) видно, що залишкова помилка фази визначається не повною характеристикою  $\phi(\omega)$ , а тільки її частиною  $\phi_\sigma(\omega)$ . Звідси вимоги до ФНЧ фазокомпенсатора: АЧХ має бути рівномірною в діапазоні  $\pm \omega_{d \max}$ , ФЧХ – лінійною (затримка – постійною). Ці вимоги є нічим іншим, як умовою неспотвореної передачі сигналу лінійним колом.

**4. Оцінка величини лінійних спотворень.** У п. 3 було показано, що якщо сигнал, що демодулюється не зсунутий по частоті, то фазокомпенсатор не вносить спотворень. Якщо ж має місце доплерівський зсув частоти, то вихідний сигнал фазокомпенсатора домножується на вираз  $H(\omega_d)e^{-j\phi_\sigma(\omega_d)}$ . Запишемо окремо залежності амплітудних і фазових спотворень сигналу від частоти:

$$\varepsilon_H(\omega_d) = H(\omega_d), \quad (20)$$

$$\varepsilon_\varphi(\omega_d) = -\varphi_\sigma(\omega_d). \quad (21)$$

Амплітудні спотворення  $\varepsilon_H(\omega_d)$  в сигналі на виході фазокомпенсатора будуть проявлятися у вигляді пропорційної зміни амплітуд усіх спектральних складових модульованого сигналу. Зі спотвореннями такого типу борються за допомогою пристрою автоматичного регулювання рівня (АРР), який, у нашому випадку, необхідно розмістити між фазокомпенсатором і синхронним детектором (див. рис. 1). Звичайно, що в приймальних трактах, де вже використовується АРР, застосування додаткового є зайвим. Отже, головним параметром, що характеризує якість КФЗ, є  $\varepsilon_\varphi(\omega_d)$ .

Як зазначалось вище, розподіл  $\omega_d$  рівномірний, його аналітичний вираз

$$p(\omega_d) = \begin{cases} \frac{1}{2\omega_{d \max}}, & |\omega| \leq \omega_{d \max}, \\ 0, & |\omega| > \omega_{d \max}. \end{cases} \quad (22)$$

Тепер, при визначених  $p(\omega_d)$  та  $\varepsilon_\varphi(\omega_d)$ , знайдемо вираз для визначення дисперсії величини фазових спотворень

$$\sigma_\varphi^2 = \int_{-\omega_{d \max}}^{\omega_{d \max}} \varphi_\sigma^2(\omega_d) p(\omega_d) d\omega_d = \frac{1}{\omega_{d \max}} \int_0^{\omega_{d \max}} \varphi_\sigma^2(\omega_d) d\omega_d. \quad (23)$$

**5. Обговорення отриманих результатів.** Очевидно, що для мінімізації  $\sigma_\varphi^2$  необхідно, щоб ФЧХ ФНЧ фазокомпенсатора була максимально близька до лінійної. Це реалізується шляхом збільшення частоти зрізу ФНЧ. При цьому погіршуються шумові властивості КФЗ, а саме, зростає дисперсія шуму фази  $\sigma_n^2$  на виході схеми КФЗ – треба розглядати результуючу дисперсію фази

$$\sigma_\Sigma^2 = \sigma_\varphi^2 + \sigma_n^2. \quad (24)$$

Саме таким параметром описуються системи фазового автопідстроювання частоти при використанні їх в системах синхронізації. З виразу (24) випливає, що параметри фільтра вимагають оптимізації для забезпечення  $\min \sigma_\Sigma^2$ . Оскільки аналіз проходження шуму через КФЗ є задачею подальших досліджень, то обговоримо використання отриманих співвідношень.

Рекомендується наступний порядок розрахунку  $\sigma_\varphi^2$ .

1. Задано максимальний зсув частоти  $\omega_{d \max}$ .
2. Вибирається клас ФНЧ (з класу відомих), його частота зрізу приймається  $\Omega_{зр} = k\omega_{d \max}$  ( $k$  підлягає оптимізації).
3. Розраховується середнє значення фазової затримки за формулою (16), тобто

$$\overline{\tau_\phi(\omega)} = -\frac{1}{\omega_{d \max}} \int_0^{\omega_{d \max}} \frac{\varphi(\omega)}{\omega} d\omega,$$

де  $\varphi(\omega)$  – ФЧХ фільтра, вибраного в п. 2.

4. Розраховується змінна складова ФЧХ фільтра за формулою (18), тобто

$$\varphi_\sigma(\omega) = \varphi(\omega) + \overline{\tau_\phi(\omega)} \cdot \omega.$$

5. Розраховується дисперсія фази за рахунок спотворень в ФНЧ за формулою (23).

Оптимізація дисперсії (24) виконується шляхом варіації класу фільтра, його порядку і коефіцієнта  $k$ . Слід зауважити, що необхідні дані фільтрів та їх характеристики містить спеціалізований додаток MATLAB.

Необхідно зауважити, що не дивлячись на те, що в даній роботі отримані результати для детектування АМ сигналу, вони можуть бути застосовані для схем КФЗ, доопрацьованих для ФМ-2 і ФМ-4 [4]. Вузол, в якому здійснюється безпосередньо усунення фазового зсуву та фільтри виділення косинуса і синуса помилки, в доопрацьованих схемах залишилися незмінними.

**Висновки.** Результати виконаної роботи:

– отримано аналітичну залежність дисперсії помилки фази від параметрів ФНЧ за рахунок доплерівського зміщення при синхронізації методом компенсації фазового зсуву за умови відсутності шумів;

– запропоновано алгоритм оптимізації фільтрів нижніх частот фазокомпенсатора в умовах дії адитивного шуму і доплерівського зміщення частоти.

**Література**

1. *Коханов А.Б.* Оптимальное синхронное детектирование РАМ сигналов с компенсацией фазового сдвига / А.Б. Коханов, Н.В. Захарченко, И.С. Перекрестов // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2006. – № 1. – С. 18–22.
2. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы: [Учебник] / Баскаков С. И. – М.: Высшая школа, 1983. – 536 с.
3. *Сергиенко А.Б.* Цифровая обработка сигналов: [учебник для вузов].-[ 2-е изд.] / Сергиенко А.Б. – СПб.: Питер, 2007. – 751 с.
4. *Перекрестов І.С.* Применение метода компенсации фазового сдвига при синхронном детектировании сигналов цифровых видов модуляции / І.С. Перекрестов, П.В. Іващенко // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2009. – № 2. – С. 54–61.