

*Цалиев Т.А., Карбуюк А.А.  
Цалиев Т.А., Карбуюк О.О.  
Tsaliev T.A., Karbuyuk A.A.*

## **ОПТИМИЗАЦИЯ ФОКУСИРУЮЩИХ СВОЙСТВ ПЛОСКОЙ ЗОНИРОВАННОЙ ЛИНЗЫ ФРЕНЕЛЯ**

## **ОПТИМІЗАЦІЯ ФОКУСУЮЧИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПЛОСКОЇ ЗОНОВАНОЇ ЛІНЗИ ФРЕНЕЛЯ**

## **OPTIMIZATION OF FOCUSING PROPERTIES OF A PLANE ZONED FRESNEL LENS**

**Аннотация.** Представлены результаты измерений амплитудных распределений поля в области фокуса классического и оптимизированного вариантов плоской фокусирующей линзы Френеля. Приводится сравнение с результатами расчетов, основанных на решении интегрального уравнения для случая E-поляризации.

**Анотація.** Представлені результати вимірів амплітудних розподілів поля в області фокуса класичного та оптимізованого варіантів плоскої лінзи Френеля, що фокусує. Наводиться порівняння з результатами розрахунків, заснованих на рішенні інтегрального рівняння для випадку E-поляризації.

**Summary.** Results of measurements of field distributions in the focal area for classic and optimized variants of the focusing flat Fresnel lens are presented. Comparison with results of calculations based on the decision of the integral equation for a case of E-polarization is resulted.

Расширение круга задач, стоящих перед современной радиоэлектроникой стимулировало интенсивное развитие теории и техники антенных устройств, исследований их электродинамических характеристик. В этой связи интерес представляет особый класс антенных устройств – апертурные антенны с дискретной рабочей поверхностью [1], которые, обладая несомненными конструктивными преимуществами, способны формировать квазиплоские либо сфокусированные волновые фронты.

В качестве примера можно указать на классический вариант зонной пластинки Френеля-Сорэ (ЗПФ) [2] в виде плоской однослойной проводящей дискретной поверхности. В настоящее время ЗПФ и ее аналоги находят применение, например, для формирования оптической информации в голографических устройствах и системах технического зрения [3,4].

Подобные устройства применяют и в радиодиапазоне [5] в качестве элементов антенн либо фокусирующих устройств, где их обычно называют линзами Френеля (ЛФ), поскольку процесс формирования рабочей поверхности «классической» ЛФ основан на процедуре дискретизации (разбиения) плоской поверхности раскрыва такой линзы на зоны Френеля [6].

В работе [7] отмечалось, что классический алгоритм дискретизации не является единственно возможным, и предлагалось оптимизировать алгоритм разбиения рабочей поверхности ЛФ. В частном случае дискретизации «параболического» типа, когда линза, применяемая в качестве антенного элемента, формирует квазиплоский волновой фронт, были проведены численный анализ и сравнение характеристик классической и оптимизированной ЛФ.

Для случая «эллиптического» типа дискретизации, при котором свойства ЛФ аналогичны свойствам «собирающей» линзы в оптике, подобные исследования и сравнения не проводились

Целью данной работы является анализ фокусирующих свойств и сравнение характеристик оптимизированной и классической «собирающих» ЛФ, на основе натурального эксперимента и сопоставления результатов с данными численного решения интегрального уравнения для случая  $E$  – поляризации.

**1. Алгоритм дискретизации поверхности для плоских линз Френеля.** Исходная геометрическая конфигурация (ГК) осесимметричной линзы Френеля, эллиптического типа строится следующим образом.

Выберем на оси  $x$  (рис. 1) две точки  $x_1, x_2$  (предполагаемые фокусы линзы) и выделим на оси  $y$  зоны Френеля. Граничные точки  $y_n$  этих зон определяются из условий:

$$y_n = \sqrt{r_{n1}^2 - f_1^2} = \sqrt{r_{n2}^2 - f_2^2}, \quad (1)$$

$$r_{n1} + r_{n2} = f_1 + f_2 + n\lambda/2, \quad (2)$$

где  $f_1$  и  $f_2$  – фокусные расстояния (причем  $f_1$  и  $f_2$  могут быть не равными);  $r_{n1}$  и  $r_{n2}$  – фокальные радиусы,  $n = 1, 2, \dots$

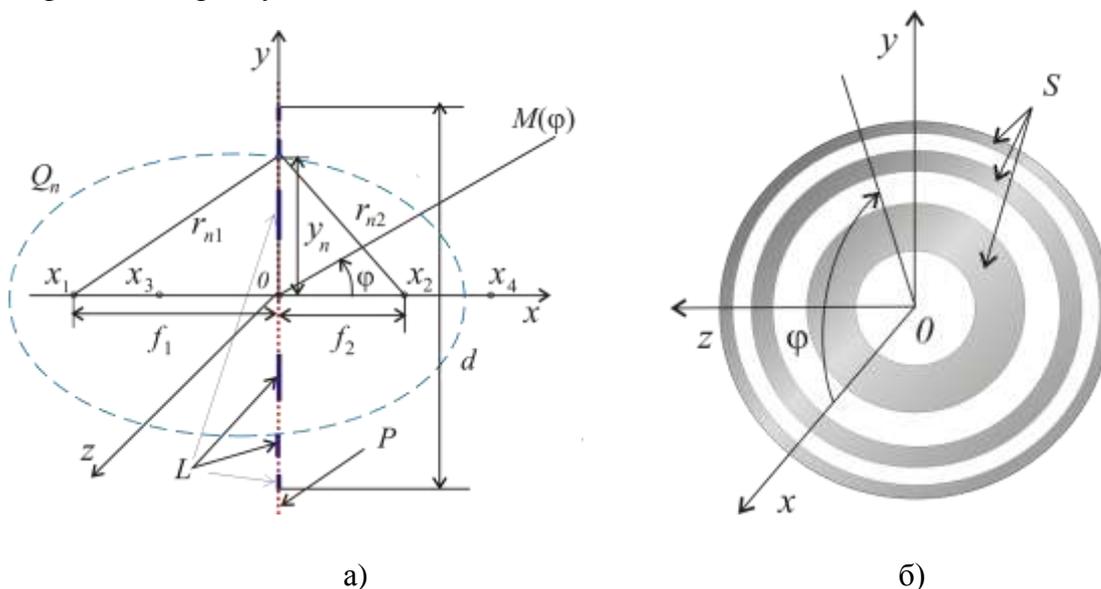


Рисунок 1 – Эллиптическая дискретизация поверхности ЛФ

Затенив на оси  $y$  линейные зоны Френеля с четными номерами (либо с нечетными номерами), как показано на рис. 1, образуем исходную ГК.

При вращении этой исходной ГК вокруг оси  $x$  в плоскости  $yOz$  формируется совокупность  $L$  экранированных кольцевых зон Френеля, образующая дискретную рабочую поверхность ЛФ. Если точечный источник электромагнитной волны поместить в один из выбранных фокусов, то в раскрыве линзы свободными будут нечетные зоны Френеля, а четные зоны Френеля будут затеняться.

Как показано в работе [8], при таком «классическом» алгоритме дискретизации, границы зон Френеля образуются при пересечении плоской «образующей» поверхности  $P$  и семейством «секущих» поверхностей – конформных софокусных эллипсоидов вращения с фокусами в точках  $x_1, x_2$  (рис. 1). При этом

$$r_{n1} + r_{n2} = 2a_n, \quad (3)$$

где  $a_n$  – большая полуось  $n$ -го эллипсоида вращения из семейства  $\{Q_n\}$ ,  $a_{n+1} - a_n = \lambda/2$  и внешние границы зон Френеля имеют вид концентрических окружностей радиусом

$$\rho_n = y_n = \frac{1}{2|a_n|} \sqrt{(a_n^2 + f_2^2 - f_1^2)^2 - 4(a_n f_1)^2}. \quad (4)$$

Такой способ дискретизации назван «эллиптическим», а образованная поверхность – дискретно-плоской поверхностью эллиптического типа [1].

При  $f_1 \neq f_2$ , в силу зеркальной симметрии, такая же ГК будет иметь место, если в качестве секущих поверхностей рассматривать семейство эллипсоидов вращения с фокусами, находящимися в точках  $x_3$  и  $x_4$ .

Сформированную рабочую поверхность можно выполнить, например, из хорошо проводящего материала, образуя «классическую» плоскую осесимметричную собирающую ЛФ эллиптического типа (ЭЛФ). При прохождении и отражении волн, исходящих от источника, находящегося в одном из фокусов, такая поверхность сформирует квазисферические сходящиеся волновые фронты.

Классический алгоритм дискретизации с использованием условия (2) предполагает, что максимальная разность фаз «преломленных» волн, приходящих в фокус из каждой зоны Френеля (которую можно трактовать, как фазовую ошибку), одинакова и равна  $\pi$ .

Известно [8], что в рупорных антеннах максимальный КНД достигается, когда фазовая ошибка на краю излучающего раскрыва лежит в пределах от  $\pi/2$  до  $3\pi/4$ .

По аналогии с этим можно предположить, что улучшение фокусирующих свойств ЛФ также может быть получено при уменьшении размера излучающих («открытых») зон, что приведет к коррекции (уменьшению) «фазовой ошибки».

В этом случае условия (2) и (3) записываются в виде:

$$r_{n1} + r_{n2} = f_1 + f_2 + \Delta r_n, \quad (5)$$

$$f_1 + f_2 + \Delta r_n = 2a_n. \quad (6)$$

Задавшись величиной  $\Delta\psi$  требуемого уменьшения фазовой ошибки, можно сформировать в плоскости  $yOz$  рабочую поверхность оптимизированной ЛФ эллиптического типа с открытой первой зоной Френеля, для чего нужно при определении  $y_n$  воспользоваться формулой (4) с учетом (6), в которой положить  $\Delta r_n = n\lambda/2 - \Delta\psi \cdot \lambda/2\pi$  (при  $n$  – нечетном) и  $\Delta r_n = n\lambda/2$  (при  $n$  – четном).

Способ дискретизации, соответствующие ему математические соотношения и анализ характеристик линзовых антенн и фокусирующих элементов, во многих перечисленных выше работах основаны на методах геометрической либо физической оптики, при использовании которых строгий учет дифракционных явлений невозможен.

Поэтому анализ фокусирующих свойств ЛФ эллиптического типа (ЭЛФ) проводился двумя способами: путем компьютерного моделирования на основе численного решения интегрального уравнения и путем натуральных измерений амплитудных распределений поля в области фокуса линзы.

**2. Постановка задачи дифракции и алгоритмы ее решения.** В данном случае в процессе компьютерного моделирования рассматривается фокусирующее устройство (рис. 2), образованное идеально проводящими бесконечно тонкими двусторонними поверхно-

стями ЭЛФ и облучателя – волновода, находящимися в однородной безграничной изотропной среде с параметрами  $\varepsilon_0, \mu_0$ , которые соответствуют свободному пространству.

Раскрыв линзы  $d = 15 \lambda$ ; фокусное расстояние  $f = 0,4 d$ ; размеры облучателя  $a = 3 \lambda$ ,  $b = 0,77 \lambda$ , а его раскрыв совмещен с левым фокусом линзы. Облучатель возбуждается источником монохроматического поля (нитью электрического тока), находящимся на оси волновода на расстоянии равном  $\lambda / 4$  от его конца.

Рассматривается двумерная дифракционная задача для случая  $E$  – поляризации, то есть форма устройства, граничные условия, амплитудно-фазовые распределения полей источников не зависят от  $z$ .

Алгоритм решения состоит из двух последовательно выполняемых этапов. Вначале для определения амплитудно-фазового распределения поверхностной плотности продольного электрического тока на поверхности линзы и облучателя, решается соответствующее интегральное уравнение.

Далее на основе найденных распределений токов, путем численного интегрирования вычисляются амплитудные распределения полей в области фокуса линзы и анализируются фокусирующие свойства.

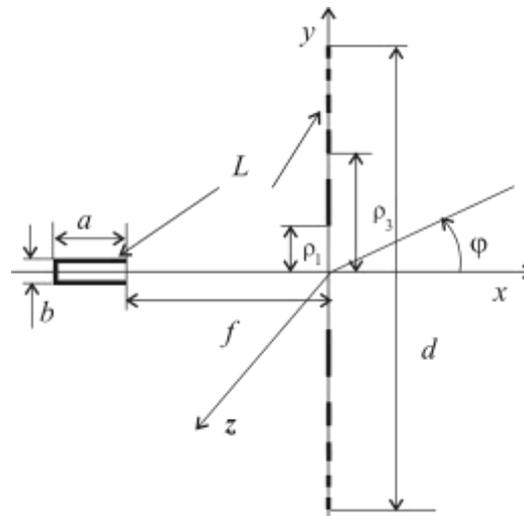


Рисунок 2 – Профиль модели фокусирующего устройства

Нахождение распределения плотности поверхностного тока сводится к численному решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода [9]

$$\frac{\omega \mu_0 a}{4} \int_L j_z(y') H_0^{(2)}(kR_0(y, y')) dy' = E_z^0(y), \quad y \in L, \quad (7)$$

где контур  $L$  имеет вид сечения поверхности линзы плоскостью  $z = 0$ ,  $k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ ;  $H_0^{(2)}(kR_0(y, y'))$  – функция Ханкеля второго рода нулевого порядка;  $R_0(y, y') = |y - y'|$ ;  $E_z^0$  – падающее поле.

Решение уравнения (7) осуществляется численно методом коллокации, путем сведения его к системе линейных алгебраических уравнений [9], при этом число разбиений выбирается так, что на участок контура  $L$  размером в длину волны приходится примерно 40 точек коллокации.

При этом путем ряда пробных расчетов была определена оптимальная величина коррекции фазовой ошибки  $\Delta \psi = 3\pi/8$ , которая в последующем применялась при вычис-

лении геометрических параметров теоретической и экспериментальной моделей оптимизированных ЭЛФ.

**3. Описание измерительной установки и методики эксперимента.** Для корректной оценки результатов оптимизации формы фокусирующих линз Френеля, эксперимент (как и численный анализ) проводился с использованием двух моделей ЭЛФ («классической» и «оптимизированной») с равными размерами раскрыва и одинаковыми фокусными расстояниями.

Экспериментальные макеты «классической» (рис. 3, а) или «оптимизированной» (рис. 3, б) ЭЛФ были изготовлены на основе в виде плоских пластин из пенополистирола толщиной 2 см, на которые наклеены кольцевые элементы, изготовленные из алюминиевой фольги.

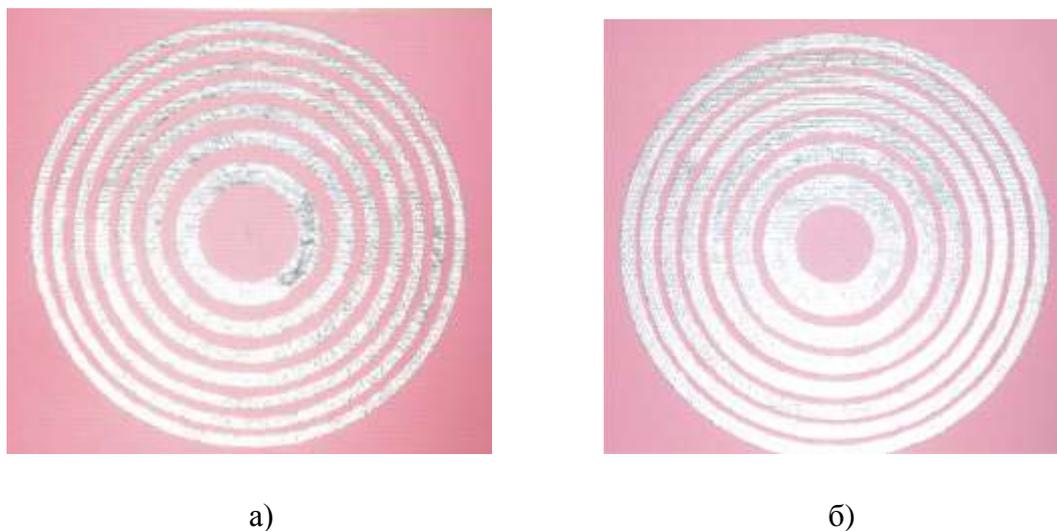


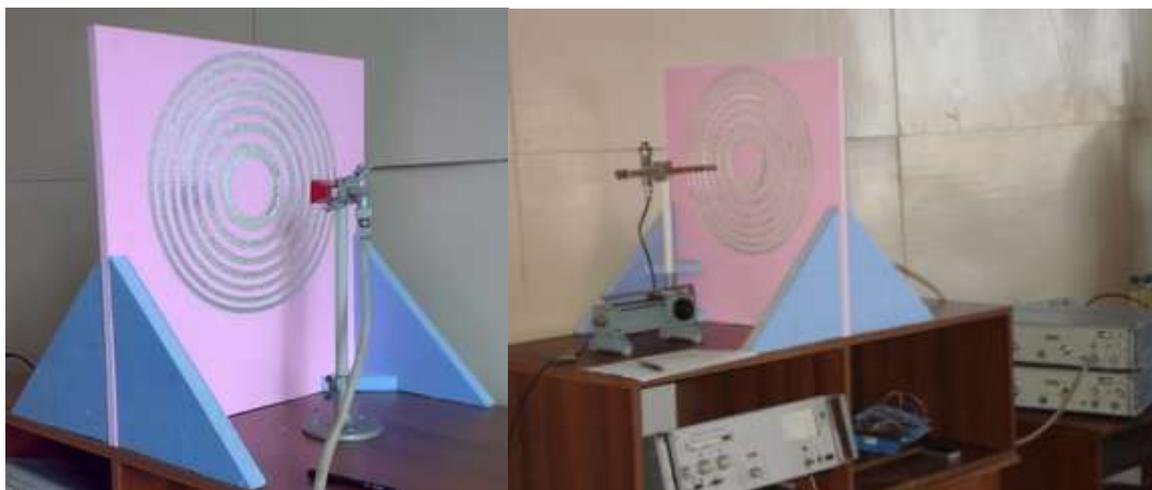
Рисунок 3 – Экспериментальные модели ЭЛФ

Такие конструктивные особенности обеспечивали необходимую механическую прочность и надежную фиксацию элементов линз. Конструктивные параметры исследуемых моделей ЭЛФ: диаметр раскрыва линзы  $d = 15 \lambda_0$ , фокусное расстояние  $f = 0,4d$  (расчетная длина волны  $\lambda_0 = 0,03$  м).

Измерительная установка включала в себя: генератор Г4–83 – источник СВЧ колебаний, облучатель линзы и приемный зонд, представляющие собой волноводы прямоугольного сечения ( $23 \times 10$ ) мм<sup>2</sup>, модель ЭЛФ, устройство перемещения зонда, индикаторный прибор.

Облучатель линзы (рис. 4, а) укреплялся на трубчатой стойке из диэлектрика и соединялся с источником электромагнитных колебаний.

Приемный зонд сочленялся с настраиваемой волноводной детекторной секцией. При измерениях амплитудных распределений полей стойка приемного зонда жестко закреплялась на каретке измерительной линии (рис. 4,б). Механизм измерительной линии использовался для перемещения зонда вдоль или поперек оптической оси ЭЛФ, что позволило устанавливать и определять положение облучателя с точностью до десятых долей миллиметра.



а) б)  
Рисунок 4 – Внешний вид измерительной установки

С выхода детекторной секции сигнал подавался на индикаторный прибор (селективный усилитель типа У2-8). Принятые технические меры и тщательная юстировка взаимного расположения элементов фокусирующего устройства (облучатель, линза, приемный зонд) обеспечили динамический диапазон измерений около 25 дБ и методическую погрешность измерений менее 1%.

**Обсуждение результатов.** Распределения амплитуды поля вдоль линии, проходящей в плоскости  $xOz$  через правый (см. рис. 2) фокус линзы, показаны на рис. 5 (ЭЛФ «классической» конфигурации) и рис. 6 («оптимизированной» ЭЛФ).

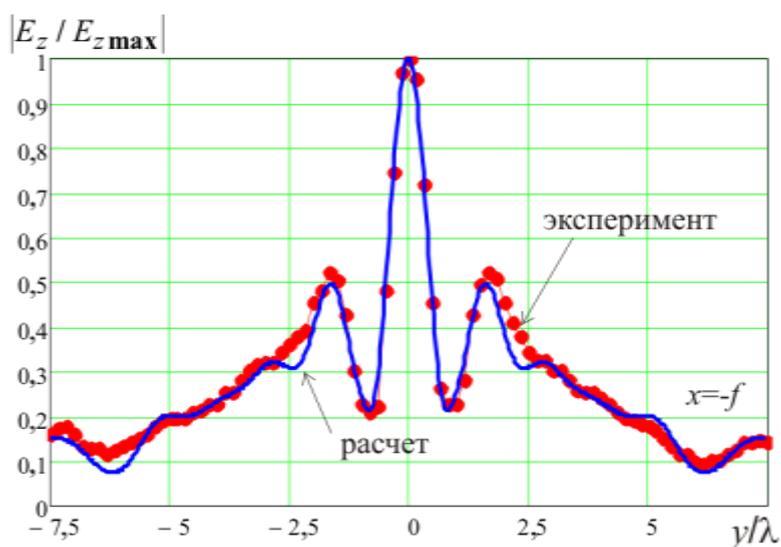


Рисунок 5 – Распределения амплитуды поля формируемого «классической» ЭЛФ

В обоих случаях хорошо заметно совпадение расчетных и измеренных данных, в особенности в области фокального пятна, и сравнительно небольшие отличия в положении и уровне побочных максимумов, обусловленные, по-видимому, различием использованных моделей ЭЛФ (двумерной при расчете и трехмерной при эксперименте).

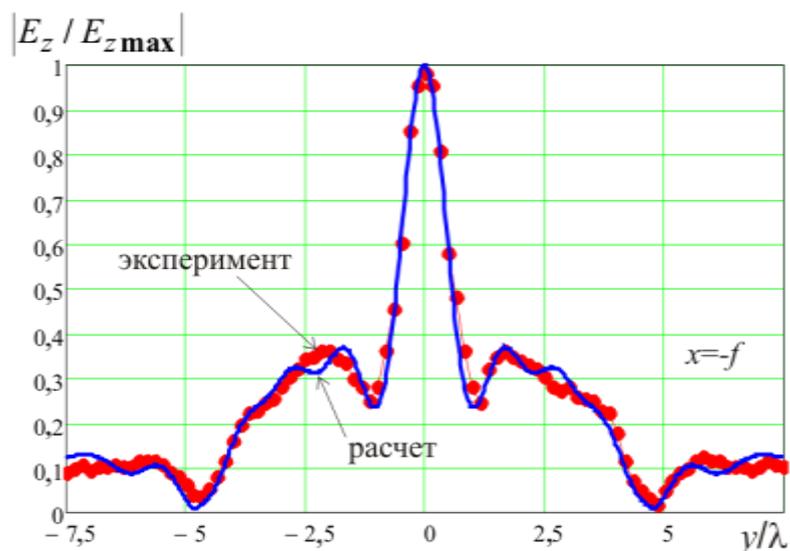


Рисунок 6 – Распределения амплитуды поля формируемого «оптимизированной» ЭЛФ

О преимуществах «оптимизированного» варианта ЭЛФ наглядно свидетельствуют графики рис. 7 и 8, построенные на основе результатов решения дифракционной задачи (рис. 7) и результатов измерений (рис. 8).

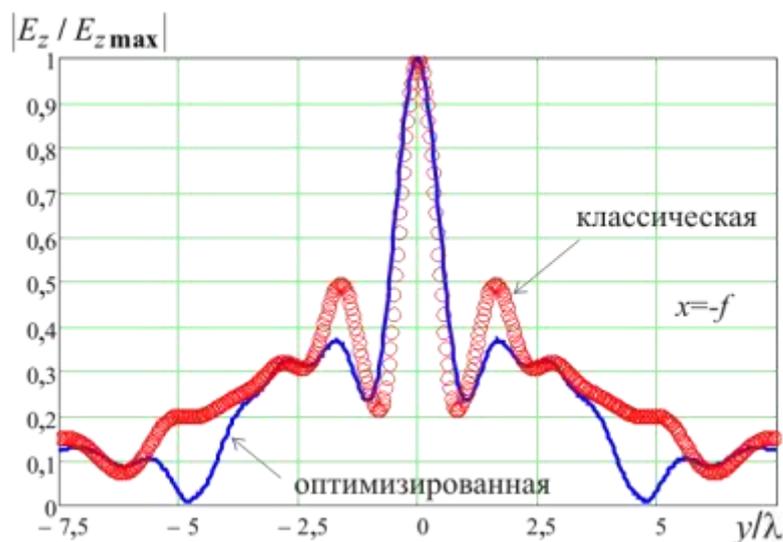


Рисунок 7 – Распределения амплитуды поля формируемого ЭЛФ (расчет)

Сравнивая приведенные амплитудные распределения для «классической» и «оптимизированной» ЭЛФ отметим весьма незначительные отличия в области фокального пятна. При этом фокусирующее устройство с «оптимизированным» вариантом ЭЛФ формирует в фокальной области амплитудное распределение с заметно меньшими уровнями побочных максимумов.

Для оценки фокусирующих способностей ЭЛФ удобно использовать численную характеристику – коэффициент фокусировки, определяемый, как отношение максимальной  $|E_z|_{\max}$  и усредненной в пределах апертуры амплитуд поля в фокальной плоскости

$$K_f = \frac{|E_z|_{\max}}{\frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} |E_z(y')|_{x=-f} dy'}$$

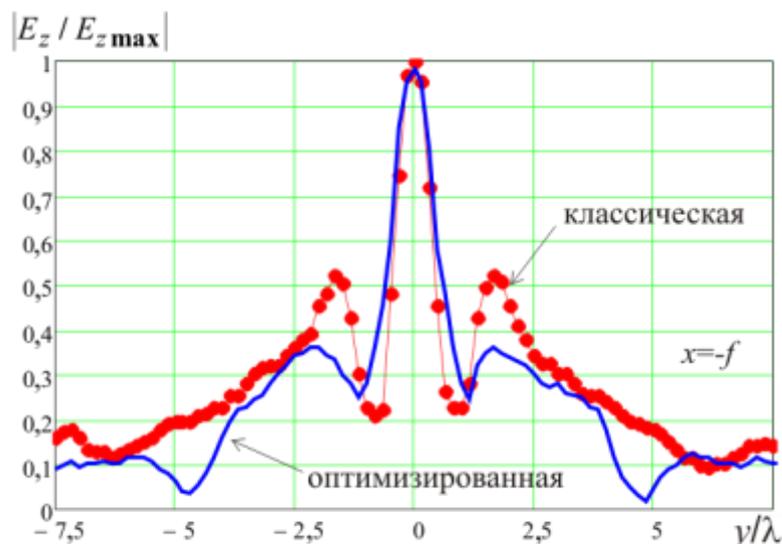


Рисунок 8 – Распределения амплитуды поля формируемого ЭЛФ (эксперимент)

Результаты вычислений значений коэффициента фокусировки  $K_f$  и выигрыша

$$\Delta K_f = \frac{K_f^o - K_f^k}{K_f^k} \cdot 100 \% ,$$

получаемого в результате оптимизации размеров зон ЛФ, приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Оценка фокусирующих свойств ЭЛФ

Тип линзы	Коэффициент фокусировки	
	Расчет	Измерения
$K_f^k$ («классическая» ЭЛФ)	3,013	3,504
$K_f^o$ (оптимизированная ЭЛФ)	3,545	4,078
$\Delta K_f$	17,65%	16,38%

На рис. 9 изображены графики распределения нормированной амплитуды поля на продольной оси относительно фокуса ЭЛФ ( $\Delta x = x - f$ ), построенные по результатам измерений.

Здесь можно отметить тот факт, что продольные распределения амплитуды и положения максимумов для «классического» и «оптимизированного» вариантов ЭЛФ практически не отличаются. Таким образом, предлагаемая оптимизация размеров зон Френеля приводит к улучшению фокусирующих свойств, главным образом, за счет улучшения амплитудного распределения поля в фокальной плоскости линзы.

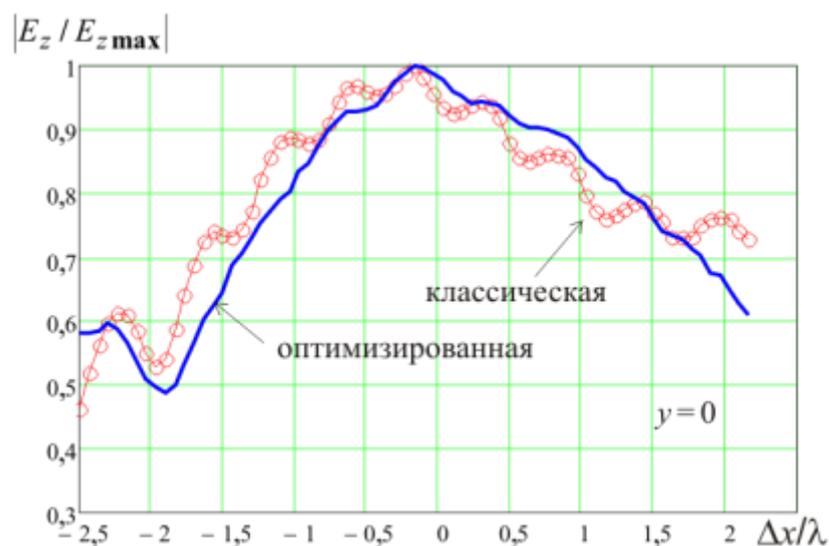


Рисунок 9 – Распределения амплитуды поля на продольной оси

Результаты данной работы подтвердили обоснованность принципов, положенных в основу дискретизации рабочей поверхности плоских эллиптических линз Френеля, с целью улучшения их фокусирующих свойств, и могут быть использованы при практической реализации фокусирующих устройств на основе ЭЛФ. Дальнейшие исследования в данной области могут быть направлены на разработку математического алгоритма оптимизации профиля антенн и фокусирующих устройств на основе линз Френеля.

### Литература

1. Воробийченко П.П. Антенны с дискретными рабочими поверхностями / П.П. Воробийченко, Т.А. Цалиев // Электросвязь. – 2005. – № 9. – С. 40-44.
2. Райский М. С. Зонная пластинка / М. С. Райский // Успехи физических наук. – 1952. –Т. XLVII. – Вып. 4. – С. 515–536.
3. Кольер Р. Оптическая голография / Р.Кольер, К.Беркхарт, Л. Линн; пер. с англ. – М: Мир, 1973. – 354 с.
4. Сойфер В. А. Компьютерная оптика. Часть 1. Дифракционные оптические элементы / В. А. Сойфер // Соросовский образовательный журнал. – 1999. – № 4. – С. 110–115.
5. Hristov H. D. Fresnel Zones in Wireless Links, Zone Plate Lenses and Antennas / Hristov H. D. – Boston, MA: Artech House, 2000. – 323 с.
6. Цалиев Т.А. Электродинамические свойства дискретных поверхностей. Часть I. Однослойные поверхности // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2000. –Т. 43. – № 5. – С. 13–22.
7. Цалиев Т.А. Оптимизация направленных и фокусирующих свойств зонированных линз Френеля / Т.А. Цалиев, З.М. Велиев // Радиотехника. Всеукраинский межведомственный научно-техн. сборник. – Харьков. –2009. – № 156. – С. 257–262.
8. Ерохин Г.А. Антенно-фидерные устройства и распространение радиоволн / [Ерохин Г.А., Чернышев О.В., Козырев Н.Д., Кочержевский Г.Н.]. – М.: Горячая линия – Телеком, 2004. – 491 с.
9. Захаров Е.В. Численный анализ дифракции радиоволн / Ю.В. Захаров, Ю.В. Пименов – М. : Радио и связь, – 1982. –184 с.