

**ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВИБОРУ ЗНАЧЕНЬ ПОЧАТКОВИХ НАБЛИЖЕНЬ  
 ДЛЯ АЛГОРИТМУ К-СЕРЕДНІХ ПРИ КВАНТУВАННІ ЦИФРОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ**

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВЫБОРА ЗНАЧЕНИЙ НАЧАЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ  
 ДЛЯ АЛГОРИТМА К-СРЕДНИХ ПРИ КВАНТОВАНИИ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

**THE COMPARATIVE ANALYSIS OF USING THE DIFFERENT MEANS BY CAUCHY  
 AS INITIAL CLASS CENTERS FOR K-MEANS ALGORITHM DURING  
 THE DIGITAL IMAGE QUANTIZATION**

**Анотація.** В даній роботі досліджено використання різних середніх за Кошем в якості початкових наближень центрів кластерів для алгоритму К-середніх. Показано, що середні арифметичні та середні геометричні значення є найкращими початковими наближеннями центрів кластерів для алгоритму К-середніх при квантуванні за кольором, оскільки їх використання дає найменші значення помилки квантування та кількості ітерацій.

**Аннотация.** В данной работе исследуется преобразование различных средних по Коши в качестве начальных приближений центров кластеров для алгоритма К-средних. Показано, что средние арифметические и средние геометрические значения являются наилучшими начальными приближениями центров кластеров для алгоритма К-средних при квантовании по цвету, поскольку их использование даёт наименьшие значения ошибки квантования и количества итераций.

**Summary.** In paper the use of different means by Cauchy as initial class centers for K-means algorithm is studied. It is shown that mean arithmetical and mean proportional values are the best initial class centers for K-means algorithm for color quantization due to the lowest quantization error and the lowest number of iterations.

До методів квантування за кольором з пост-розбиттям відносяться ітеративні методи кластеризації, що ґрунтуються на використанні методів кластерного аналізу. Ідея цих методів полягає в знаходженні найкращого розподілу об'єктів (кольорів) на кластери шляхом визначення належності елемента зображення до одного з кластерів, наприклад, за принципом найменшої відстані до його центру в обраному просторі кольорів [1]. Серед ітеративних методів слід виділити алгоритм К-середніх та його модифікації [2, 3].

Оскільки К-середніх – це евристичний алгоритм, результати його виконання суттєво залежать від вибору початкових наближень центрів кластерів [4, 5]. За невеликого вибору початкових наближень можуть виникати порожні кластери, а в випадку квантування зображень – спотворення кольорів. Для практичних задач цифрового оброблення сигналів та зображень це неприпустимо. Від вибору початкових значень центрів кластерів суттєво залежить також й обчислювальна складність алгоритму. Тому порівняльний аналіз підходів до вибору початкових наближень центрів кластерів для алгоритму К-середніх – актуальна задача. Це дослідження дасть можливість визначити найбільш ефективні підходи й на їх основі розробляти нові методи вибору початкових наближень центрів кластерів.

Мета даної роботи полягає в проведенні порівняння різних середніх за Кошем, що обираються в якості початкових наближень центрів кластерів для алгоритму К-середніх й у визначенні того з них, що мінімізує помилку квантування.

**1. Існуючі підходи до вибору початкових наближень центрів кластерів для алгоритму К-середніх.** Відомо, що задачі, які вирішуються з використанням К-середніх відносяться до задач дискретної оптимізації й полягають у пошуку локальних екстремумів для  $K$  кластерів, які забезпечують мінімізацію дисперсії  $\sigma^2$ , а саме:

$$\min \sigma_i^2 = \min \left[ \frac{1}{m_i} \cdot \sum_{j=1}^{m_i} (x_j^{(i)} - c_i)^2 \right],$$

де  $c_i$  – центр кластера або центроїд;  $x_j^{(i)}$  – елемент множини  $X$ , який належить кластеру  $C_i$ ;  $m_i$  – потужність кластера  $C_i$ .

Виконання алгоритму К-середніх починається з вибору заданої кількості  $K$  початкових наближень центрів кластерів (центроїдів).

В якості початкових наближень центрів кластерів обирають наступні середні за Кошем:

- 1) середні арифметичні значення [3, 6, 7];
- 2) моди [8];
- 3) медіани [9, 10, 11].

Проте порівняльний аналіз обчислювальної складності та ефективності квантування в залежності від вибору в якості початкових наближень для алгоритму К-середніх тих що інших середніх за Кошем не проводився.

**2. Визначення оптимального за помилкою квантування середнього за Кошем у якості початкового наближення для алгоритму К-середніх.** Відомо, що вибір одного із середніх за Кошем в якості характеристики вибірки випадкових величин залежить від шкали, в якій виконані вимірювання, а також їх розподілу. Так, наприклад, в шкалі найменувань, в якості середнього коректним є використання моди, в порядковій шкалі – медіани, для абсолютної шкали – середнє арифметичне. Що стосується цифрових зображень, то розподіл кольорів може суттєво змінюватись від зображення до зображення. Звідси слід очікувати, що середньоарифметичне не завжди буде достатньо відображати характер розподілу кольорів.

У системах контекстного пошуку за зображеннями використовуються дескриптори доміантних кольорів. По суті – доміантні кольори це є моди. У цьому сенсі вони можуть використовуватись для квантування зображень у просторі кольорів з метою формування відповідних дескрипторів.

Тому вважаємо за доцільне виконати порівняльний аналіз використання в якості початкових наближень центрів кластерів для алгоритму К-середніх таких середніх за Кошем:

- 1) середнього арифметичного значення;
- 2) середнього геометричного значення;
- 3) середнього гармонічного значення;
- 4) моди;
- 5) медіани

та визначити те з них, що мінімізує обчислювальну складність та помилку квантування.

Для порівняльної оцінки якості квантування для різних середніх за Кошем будемо використовувати MSE (Mean Squared Error) і PSNR (Peak Signal-to-noise Ratio):

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_x \sum_y (p(x, y) - p'(x, y))^2,$$

$$PSNR = 10 \cdot \lg \frac{(2^r - 1)^2}{MSE},$$

де  $p(x, y)$  – колір пікселя з координатами  $(x, y)$  у вихідному зображенні;  $p'(x, y)$  – колір пікселя з тими ж координатами у квантованому зображенні;  $M, N$  – розміри зображення;  $r$  – кількість біт для кодування кольору.

Ще одна складна та актуальна проблема практичного використання алгоритму К-середніх для якісного квантування зображень – проблема визначення кількості кластерів. У роботі [12] показано, що кількість кластерів може визначатись як кількість градацій яскравості  $V$  на зображенні в просторі кольорів  $VX_2X_3$  [13].

На першому етапі будемо визначати якісні показники зображень з використанням середніх за Кошем  $p_k^{(i)}$  ( $k$  – середнє за Кошем;  $i$  – номер кластера), що обчислюються за компонентами простору кольорів RGB для кожного кластера з однаковим рівнем яскравості.

Для цього з вихідних зображень сформуємо тестові зображення в кольорах кожного варіанта початкових наближень: кольори вхідного зображення, що мають однакову яскравість замінюються у тестовому зображенні на відповідне значення  $p_k^{(i)}$ .

Обчислимо і порівняємо значення MSE та рівні PSNR між відповідними вихідними та тестовими зображеннями. При цьому найкращим початковим наближенням є те середнє, для якого значення MSE найменше і, відповідно, рівень PSNR найбільший. В якості вихідних зображень будемо використовувати 200 зображень з [14].

У табл. 1 наведено характерні значення MSE та рівнів PSNR для десяти зображень.

Таблиця 1 – Значення MSE та PSNR для різних початкових наближень

Ім'я файла	Середнє арифметичне значення		Середнє геометричне значення		Середнє гармонічне значення		Мода		Медіана	
	MSE	PSNR, дБ	MSE	PSNR, дБ	MSE	PSNR, дБ	MSE	PSNR, дБ	MSE	PSNR, дБ
0002	721,44	19,55	749,73	19,38	853,10	18,82	1596,03	16,10	764,73	19,30
0003	480,11	21,32	509,08	21,06	606,53	20,30	1101,76	17,71	516,21	21,00
0009	109,88	27,72	112,89	27,60	129,04	27,02	132,90	26,90	119,03	27,37
0012	1460,12	16,49	1632,77	16,00	2144,17	14,82	2437,42	14,26	1836,81	15,49
0013	313,03	23,17	334,16	22,89	452,22	21,58	701,97	19,67	396,59	22,15
0015	569,82	20,57	607,46	20,30	831,04	18,93	896,28	18,61	643,77	20,04
0016	406,49	22,04	417,48	21,92	464,38	21,46	733,62	19,48	458,38	21,52
10873	101,01	28,09	102,16	28,04	106,80	27,85	132,76	26,90	105,01	27,91
113016	223,55	24,64	226,21	24,59	238,44	24,36	273,21	23,77	233,88	24,44
118020	375,08	22,39	397,30	22,14	574,87	20,54	609,09	20,28	421,39	21,88

Усереднені за всіма зображеннями з [14] значення MSE та рівні PSNR для кожного з середніх за Кошем представлені в табл. 2.

Таблиця 2 – Усереднені значення MSE та PSNR

Середнє за Кошем	MSE	PSNR, дБ
Середнє арифметичне значення	265,30	26,05
Середнє геометричне значення	280,36	25,92
Середнє гармонічне значення	369,93	25,38
Мода	437,98	24,31
Медіана	303,51	25,66

Аналіз отриманих результатів свідчить, що у 97% випадків кращими початковими наближеннями є середні арифметичні значення. Якщо не враховувати середні арифметичні значення, то у 91% випадків кращими початковими наближеннями є середні геометричні значення. Не враховуючи середні арифметичні та середні геометричні значення, у 47% випадків кращими початковими наближеннями є медіани і в 43% випадків – середні гармонічні значення. Найгіршими початковими наближеннями є моди.

На другому етапі досліджувався вплив використання середніх за Кошем на результати квантування цифрових зображень за допомогою алгоритму К-середніх та його обчислювальну складність. У даній роботі обчислювальна складність оцінювалась за кількістю ітерацій алгоритму К-середніх.

На підґрунті знайдених початкових наближень було виконане квантування зображень у просторі кольорів з [14] за допомогою алгоритму К-середніх. Для кожного з середніх за Кошем була розроблена окрема реалізація алгоритму К-середніх, в якій центр кластера визначається за цим середнім. Так, наприклад, середні геометричні значення використовувались як початкові наближення для квантування за допомогою такої реалізації К-середніх, в якій центр кожного кластера визначається як середнє геометричне значення кольорів пікселів, що належать до цього кластера.

Значення MSE та рівнів PSNR для десяти квантованих зображень наведені в табл. 3.

Таблиця 3 – Значення MSE та PSNR після квантування

Ім'я файла	Середнє арифметичне значення		Середнє геометричне значення		Середнє гармонічне значення		Мода		Медіана	
	MSE	PSNR, дБ	MSE	PSNR, дБ	MSE	PSNR, дБ	MSE	PSNR, дБ	MSE	PSNR, дБ
0002	25,10	34,13	26,11	33,96	29,7	33,40	57,51	30,53	40,41	32,076
0003	15,22	36,31	15,42	36,25	17,05	35,81	33,28	32,91	25,45	34,07
0009	4,40	41,70	4,34	41,75	4,32	41,78	14,46	36,53	4,62	41,49
0012	27,04	33,81	26,97	33,82	31,81	33,11	62,45	30,18	30,95	33,22
0013	5,92	40,41	6,27	40,16	7,00	39,68	58,11	30,49	8,43	38,87
0015	17,02	35,82	18,17	35,54	19,44	35,24	50,74	31,08	23,38	34,44
0016	12,65	37,11	12,81	37,05	14,47	36,53	30,1	33,35	15,78	36,15
10873	8,30	38,94	8,20	38,99	8,43	38,87	15,42	36,25	10,57	37,89
113016	16,60	35,93	17,05	35,814	17,36	35,74	38,96	32,22	22,97	34,52
118020	9,30	38,44	9,23	38,48	9,63	38,3	32,60	33	9,32	38,44

Для тих самих зображень кількість ітерацій алгоритму К-середніх за різних початкових наближень представлена в табл. 4.

Таблиця 4 – Кількість ітерацій алгоритму К-середніх

Ім'я файла	Середнє арифметичне значення	Середнє геометричне значення	Середнє гармонічне значення	Мода	Медіана
0002	51	59	101	101	101
0003	51	77	101	101	101
0009	20	18	31	28	101
0012	49	82	101	101	101
0013	25	28	30	41	101
0015	64	86	96	101	101
0016	39	70	101	101	101
10873	36	51	42	101	101
113016	50	34	50	101	101
118020	31	42	54	101	101

Усереднені за всіма зображеннями з [14] кількість ітерацій алгоритму К-середніх, значення MSE й рівні PSNR наведені в табл. 5.

Порівняння значень MSE та рівнів PSNR після квантування підтвердило результати отримані на етапі вибору початкових наближень: найменші значення MSE й, відповідно, найбільші рівні PSNR отримані при використанні в якості початкових наближень середніх арифметичних та геометричних значень. Найбільші значення MSE й, відповідно, найменші рівні PSNR дало використання мод.

Таблиця 5 – Усереднені кількість ітерацій алгоритму К-середніх, значення MSE та PSNR

Середнє за Кошем	Кількість ітерацій	MSE	PSNR, дБ
Середнє арифметичне значення	31	9,76	38,90
Середнє геометричне значення	36	9,86	38,87
Середнє гармонічне значення	47	10,48	38,71
Мода	93	22,52	35,58
Медіана	101	12,48	37,79

Щодо кількості ітерацій, то найменша кількість ітерацій знадобилась також при використанні середніх арифметичних та геометричних значень в якості початкових наближень, а найбільша – при використанні медіан. Слід зазначити, що при використанні медіан для визначення центрів кластерів алгоритму К-середніх та їх початкових наближень, алгоритм для кількості ітерацій меншій ніж 100 взагалі не сходився.

**Висновки.** За результатами виконаних досліджень можна зробити наступні висновки:

- у якості центрів кластерів та відповідних початкових наближень слід обирати середні арифметичні значення, оскільки вони забезпечують найбільші рівні PSNR після квантування зображення та мінімальну кількість ітерацій;
- використання у якості центрів кластерів та відповідних початкових наближень середніх гармонічних значень, медіани та мод у задачах квантування зображень є недоцільним, оскільки вони дають більш-менш прийнятні результати лише для обмеженого класу зображень, для яких характерна незначна кількість домінантних колірних тонів, а кольори домінантних колірних тонів об'єднуються у кластери з приблизно рівномірним розподілом.

### **Література**

1. *Вовк О.Л.* Иерархический агломеративный алгоритм кластеризации для выделения регионов изображений / О.Л. Вовк // Труды XIV Международной конференции по компьютерной графике и зрению "GrapCon'2004". – М: МГУ, 2004. – P. 245-248.
2. *Алгоритмические основы растровой графики / Д.В. Иванов [и др.]* [Электронный ресурс].– Режим доступа: <http://www.intuit.ru/department/graphics/rastrgraph/12>.– Дата доступа: 27.10.2009.
3. *Khan S.S.* Cluster Center Initialization for K-mean Clustering / S.S. Khan, A. Ahmad // Pattern Recognition Letters.– 2004.– Vol. 25.– P. 1293-1302.
4. *Bradley P.S.* Refining initial points for K-means clustering / P.S. Bradley, U.M. Fayyad // Proceedings 15th International Conf, on Machine Learning.– San Francisco, CA. – 1998.–P. 91-99.
5. *Pena J.* An Empirical comparison of four initialization methods for the K-means algorithm / J. Pena, J. Lozano, P. Larranaga // Pattern Recognition Letters.– 1999.–Vol. 20.– P. 1027-1040.
6. *Likas A.* The Global K-means Clustering algorithm / A. Likas, N. Vlassis, J.J. Verbeek // Pattern Recognition.– 2003.– Vol. 36.- P. 451-461.
7. *Deelers S.* Enhancing K-Means Algorithm with Initial Cluster Centers Derived from Data Partitioning along the Data Axis with the Highest Variance / S. Deelers, S. Auwatanamongkol // Proceedings of World Academy of science, engineering and technology. – 2007. – Vol. 26. – P. 323-328
8. *Narendra P.M.* A non-parametric clustering scheme for LANDSAT / P.M. Narendra, M.Goldberg // Pattern Recognition.– 1977.– №9. – P. 207-215.
9. *Belal M.* A New Algorithm for Cluster Initialization / Moth'd Belal, Al-Daoud // Proceedings of World Academy of science, engineering and technology.– 2005.–Vol. 4.– P 74-76.
10. *Kartal Tabak E.* A Soft Clustering Algorithm Based on k-median. [Электронный ресурс].– Режим доступа: [http://www.cs.bilkent.edu.tr/~guvenir/courses/cs550/Workshop/Ertugrul\\_Kartal\\_Tabak.pdf](http://www.cs.bilkent.edu.tr/~guvenir/courses/cs550/Workshop/Ertugrul_Kartal_Tabak.pdf).– Дата доступа: 05.10.2009
11. *Babu G.* A near optimal initial seed value selection in K-means algorithm using a genetic algorithm / G. Babu, M. Murty // Pattern Recognition Letters.– 1993.–Vol. 14.– P. 763-769
12. *Арбузников Е.А.* Метод адаптивного определения количества уровней квантования цифровых изображений, основанный на анализе градаций яркости / Е.А. Арбузников, В.И. Загребнюк, В.Ю. Кумыш // Харьков: Восточно-европейский журнал передовых технологий.– 2009.– №6.
13. *Заявка на корисну модель «Спосіб кодування кольорів цифрових зображень з забезпеченням необхідного рівня сигналу хроматичних компонент»* № u 2009 08 153 від 03.08.2009 р. авторів Воробиїєнка П.П., Загребнюка В.І., Кумиша В.Ю., Леніка Д.Д.
14. *Berkeley Segmentation Dataset.* [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/CS/vision/grouping/segbench>.– Дата доступа: 05.10.2009.