РАДІОТЕХНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

УДК 621.372

Иваницкий А.М.
Іваницький А.М.
Ivanitckiy A.M.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО СУЩЕСТВОВАНИЯ ЯВЛЕНИЯ ВЫДЕЛЕНИЯ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ РЕАКТИВНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ПОМОЩЬЮ РЯДОВ ФУРЬЕ

ДОВЕДЕННЯ ІСНУВАННЯ ЯВИЩА ВИДІЛЕННЯ АКТИВНОЇ ПОТУЖНОСТІ РЕАКТИВНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ ЕЛЕКТРИЧНОГО КОЛА ЗА ДОПОМОГОЮ РЯДІВ ФУР’Є

PROOF OF THE EXISTENCE OF THE NATURAL PHENOMENON OF THE APPEARANCE ACTIVE POWER OF ELECTRIC CIRCUIT REACTIVE ELEMENTS BY MEANS OF FOURIER SERIES

Аннотация. Дано доказательство существования явления выделения активной мощности реактивными элементами электрической цепи с помощью рядов Фурье.

Анотація. Дано доведення існування явища виділення активної потужності реактивними елементами електричного кола за допомогою рядів Фур’є.

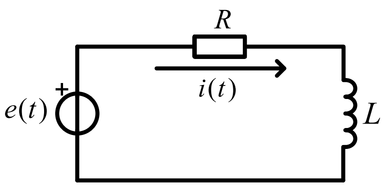
Summary. Proof of the existence of the natural phenomenon of the appearance active power of electric circuit reactive elements by means of Fourier series is given.

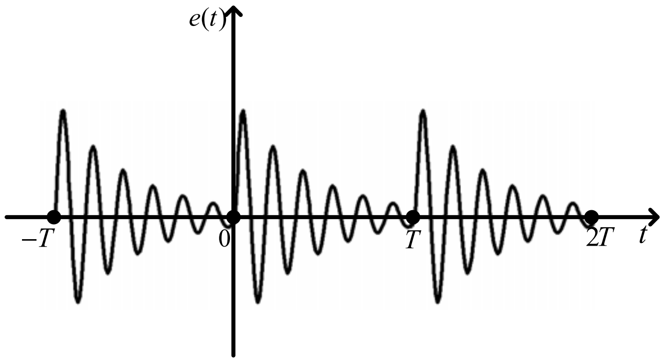
Открытие нового явления материального мира является источником проблемы его согласования с действующими научными положениями в той или иной области знаний. Явление выделения активной мощности реактивными элементами электрической цепи, открытое в 1994 году [1] при изучении реакции *RLC*-цепи на экспосинусоидальное воздействие, форма которого имеет вид функции $f(t) = e^{\pm\lambda t}\sin\omega t$, стимулировало развитие теории электрических цепей при экспофункциональных воздействиях [2 – 10], которые описываются функциями вида $f(t) = e^{\pm\lambda t}\widetilde{f}(t)$, где $\lambda > 0$; $\widetilde{f}(t)$ – ядро экспофункции – произвольная обычная функция, в том числе и обобщенная, так как указанный класс экспофункциональных воздействий порождает явление выделения активной мощности реактивными элементами электрической цепи. В случае, когда $\lambda = 0$, то воздействие описывается обычной функцией и указанного явления не наблюдается. Обычная функция – это функция, которая определена при $-\infty < t < \infty$, принимающая вещественные значения и интегрируемая (по Лебегу) в каждом конечном промежутке $a \le t \le b$ [11], и которую нет возможности свести к экспофункциональному виду не только аналитическими преобразованиями, но и численным методом. В процессе развития теории электрических цепей при экспофункциональных воздействиях решались отдельные задачи согласования нового явления с действующими положениями общей теории электрических цепей [12, 13]. При этом рассматривались экспофункциональные воздействия как непериодические, так и периодические [4]. С появлением понятия „периодический экспофункциональный сигнал”, который описывается периодической экспофункцией, возникло следующее рассуждение. Периодическую экспофункцию можно представить в виде ряда Фурье, представляющего собой сумму бесконечного числа гармонических составляющих. Отклик линейной электрической *RLC*-цепи на каждую гармоническую составляющую этого ряда не порождает явление выделения активной мощности реактивными элементами этой цепи. Возникает вопрос: откуда берется активная мощность, выделяемая реактивными элементами электрической цепи при периодическом экспофункциональном воздействии? Однако в литературе ответ на поставленный выше вопрос не обсуждался. Поэтому цель данной статьи – дать с помощью рядов Фурье доказательство существования явления выделения активной мощности реактивными элементами электрической цепи.

Прежде всего, следует подчеркнуть, что явление выделения активной мощности реактивными элементами электрической цепи обосновано теоретически для непериодических [1 – 3] и периодических экспофункций [4 – 6] на основе строгого применения методов анализа теории линейных электрических цепей без каких-либо допущений, и многократно подтверждено на макете [9]; при этом результаты теоретических и экспериментальных исследований всегда совпадали. Это говорит о том, что явление выделения активной мощности реактивными элементами реально существует.

Ответ на поставленный во введении вопрос в общем виде можно сформулировать следующим образом. При записи периодической экспофункции в виде ряда Фурье меняется только ее форма. Информация о том, что рассматривается экспофункция, записывается в коэффициентах ряда Фурье. Решая задачу нахождения отклика линейной *RLC*-цепи, применяя принцип наложения путем суммирования частичных откликов на каждое гармоническое воздействие, полученное при разложении экспофункции в ряд Фурье, найдем отклик в виде бесконечного ряда, являющегося рядом Фурье периодического процесса, отображающего отклик. В коэффициентах полученного ряда Фурье записана информация о том, что это отклик *RLC*-цепи на периодическую экспофункцию, т.е. информация о том, что появляется активная мощность, которая выделяется реактивными элементами электрической цепи при периодическом экспофункциональном воздействии, содержится в отклике суммы бесконечного числа гармонических составляющих, а не в отклике на одну гармоническую составляющую. Сказанное проиллюстрируем на примере.

Рассмотрим простейшую *RL*-цепь при периодическом экспогармоническом воздействии, которая показана на рис. 1,*а*.





а) *б*)

Рисунок 1 – Исследуемая *RL*-цепь (*а*), периодический экспогармонический сигнал (*б*)

В этой цепи действует источник напряжения, задающее напряжение которого является периодической экспосинусоидой (рис. 1,*б*), которую записывают [4]

$$e(t) = E_m f_T(t) \sin \omega t \,, \tag{1}$$

где

$$f_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\lambda(t-nT)} \{1(t-nT) - 1[t-(n+1)T]\} - \tag{2}$$

экспоступенчатая функция;

$$\omega = \frac{2\pi}{T_s} \tag{3}$$

с величиной периода синусоиды T_s, которая связана с периодом экспосинусоиды T выражением

$$\frac{T}{T_s} = m \text{ – целое число;} \tag{4}$$

$\lambda > 0$; $1(t)$ – единичная функция.

В рассматриваемой цепи найдем ток в индуктивности L $i_L(t)$ и напряжение на индуктивности $u_L(t)$, которые необходимы для записи мгновенной мощности, поступающей в индуктивность. Так как воздействие является периодическим, то достаточно рассмотреть все процессы для первого периода в интервале $\left[0,T\right)$.

В связи с тем, что рассматриваемая цепь рис. 1*a* является частным случаем цепи рис. 1 в [5], то искомый ток $i_L(t)=i(t)$ можно записать, используя выражение (9) из [5] для временного интервала $\left[0,T\right)$,

$$i_L(t)=e^{-\lambda t}\frac{E_m}{L}\left\{\frac{\left(\frac{R}{L}-\lambda\right)\sin\omega t-\omega\cos\omega t}{\left(\frac{R}{L}-\lambda\right)^2+\omega^2}+e^{-\left(\frac{R}{L}-\lambda\right)t}\frac{\omega}{\left(\frac{R}{L}-\lambda\right)^2+\omega^2}+e^{-\left(\frac{R}{L}-\lambda\right)t}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{\omega}{\left[\left(\frac{R}{L}-\lambda\right)^2+\omega^2\right]\left(1-e^{\frac{R}{L}T}\right)}\left(1-e^{\left(\frac{R}{L}-\lambda\right)T}\right)\right\}=e^{-\lambda t}\frac{E_m}{\omega L}\left(\frac{\frac{1}{Q}\sin\omega t-\cos\omega t}{1+\frac{1}{Q^2}}+\frac{e^{-\frac{\omega}{Q}t}\left(1+k\right)}{1+\frac{1}{Q^2}}\right),\qquad(5)$$

где

$$k=\frac{1-e^{\frac{R}{L}T}e^{-\lambda T}}{1-e^{\frac{R}{L}T}},\qquad(6)$$

$$Q=\frac{\omega}{\frac{R}{L}-\lambda}.\qquad(7)$$

Из выражения (7) видно, что $k<1$.

Равенство (5) можно записать в виде

$$i_L(t)=e^{-\lambda t}\frac{E_m}{\omega L\left(1+\frac{1}{Q^2}\right)}\left[\sqrt{1+\frac{1}{Q^2}}\sin(\omega t-\mathrm{arctg}Q)+e^{-\frac{\omega}{Q}t}(1+k)\right].\qquad(8)$$

Положим $Q=2\pi$, тогда

$$i_L(t)\cong e^{-\lambda t}\frac{E_m}{\omega L}\left[\sin\omega t+e^{-\frac{t}{T_s}}(1+k)\right].\qquad(9)$$

Для упрощения дальнейших преобразований без потери общности рассуждений выражение (9) можно аппроксимировать следующим равенством

$$i_L(t)=e^{-\lambda t}I_{Lm}\sin\omega t,\qquad(10)$$

где

$$I_{Lm}=\frac{E_m}{\omega L}.\qquad(11)$$

Равенство (10) практически совпадает с равенством (9) при $t>4T_s$, что для больших значений $m>>4$ функция (10) хорошо описывает большую часть временного интервала $\left[0,T\right)$.

Таким образом, для большей части временного интервала $\left[0,T\right)$, т.е. в интервале $\left(4T_s,T\right)$, ток в индуктивности L можно описать периодической экспосинусоидальной функцией формы

$$i_L(t)=I_{Lm}f_T(t)\sin\omega t\qquad(12)$$

или

$$i_L(t)=I_{Lm}e^{-\lambda t}\widetilde{f}_T(t)\sin\omega t,\qquad(13)$$

где [3]

$$f_T(t) = e^{-\lambda t}\widetilde{f}_T(t)\,, \tag{14}$$

$$\widetilde{f}_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{\lambda nT}\left\{1(t-nT) - 1\left[t-(n+1)T\right]\right\}. \tag{15}$$

Для временного интервала $(4T_s, T)$ напряжение на индуктивности $u_L(t)$ можно найти по формуле, определяющей понятие индуктивность [12],

$$u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}\,. \tag{16}$$

Найдем напряжение на индуктивности для временного интервала $(4T_s, T)$ двумя путями: 1) простым путем, подставляя в формулу (16) выражение (12), а затем (14); 2) более сложным путем, применяя разложение в ряд Фурье экспоступенчатой функции (2).

Получим напряжение $u_L(t)$ первым путем. Для этого запишем формулу (16) с учетом выражения для тока в индуктивности формы (12)

$$u_L(t) = L\frac{d}{dt}\left(I_{Lm} f_T(t)\sin\omega t\right) = I_{Lm}L\frac{df_T(t)}{dt}\sin\omega t + I_{Lm}\omega L f_T(t)\cos\omega t\,. \tag{17}$$

Найдем выражение производной $f_T(t)$ по времени с учетом формулы (14)

$$\frac{df_T(t)}{dt} = -\lambda e^{-\lambda t}\widetilde{f}_T(t) + e^{-\lambda t}\frac{d\widetilde{f}_T(t)}{dt} = -\lambda f_T(t) + e^{-\lambda t}\frac{d\widetilde{f}_T(t)}{dt}. \tag{18}$$

Подставим найденное выражение (18) в формулу (17). В результате найдем

$$u_L(t) = -I_{Lm}\lambda L f_T(t)\sin\omega t + I_{Lm}\omega L f_T(t)\cos\omega t + I_{Lm}Le^{-\lambda t}\frac{d\widetilde{f}_T(t)}{dt}\sin\omega t. \tag{19}$$

Теперь отыщем напряжение на индуктивности вторым путем.

Экспоступенчатая функция (2) является периодической последовательностью затухающих экспонент с периодом T, поэтому ее можно разложить в ряд Фурье. В комплексной форме ряд Фурье этой функции имеет вид [4]

$$f_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1-e^{-\lambda T}}{\lambda T - j2\pi n}e^{-jn\omega_1 t}\,, \tag{20}$$

где

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}\,. \tag{21}$$

Используя разложение (20), $f_T(t)$ можно записать в ряд Фурье, содержащий синусоидальные составляющие [14],

$$f_T(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n\sin(n\omega_1 t + \psi_n)\,, \tag{22}$$

где

$$A_0 = \frac{1-e^{-\lambda T}}{\lambda T}\,, \tag{23}$$

$$A_n = \frac{2\left(1-e^{-\lambda T}\right)}{\sqrt{(\lambda T)^2 + (2\pi n)^2}}\,, \tag{24}$$

$$\psi_n = \operatorname{arctg}\frac{\lambda T}{2\pi n}. \tag{25}$$

Подставив выражение (22) в функцию (12), получим разложение $i_L(t)$ в форме

$$i_L(t) = I_{Lm}\left[A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n\sin(n\omega_1 t + \psi_n)\right]\sin\omega t \tag{26}$$

или

$$i_L(t) = I_{Lm} A_0 \sin\omega t + I_{Lm} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_1 t + \psi_n) \sin\omega t =$$

$$= I_{Lm} A_0 \sin\omega t + I_{Lm} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} A_n \cos\left[(n\omega_1 - \omega)t + \psi_n\right] - I_{Lm} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} A_n \cos\left[(n\omega_1 + \omega)t + \psi_n\right]. \quad (27)$$

Из выражения (27) видно, что ток в индуктивности $i_L(t)$ представлен в виде бесконечной суммы косинусоид и синусоиды с различными частотами.

Напряжение на индуктивности найдем по формуле (16), используя свойство операции производной, которое гласит, что производная суммы функций равна сумме производных этих функций. Для бесконечных рядов это свойство остается в силе, если [15] рассматриваемый ряд сходится в промежутке (a, b) и производные его членов непрерывные в этом промежутке, то этот ряд можно почленно дифференцировать при условии, что полученный ряд будет равномерно сходиться в данном промежутке. Из формулы (24) видно, что при очень больших n $2\pi n >> \lambda T$, поэтому

$$A_n \cong \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\pi n}, \quad (28)$$

т.е.

$$A_n \to 0 \text{ при } n \to \infty, \quad (29)$$

а, следовательно,

$$\left|A_n\right| < \varepsilon \text{ при } n \geq N(\varepsilon) \quad (30)$$

(номер N зависит только от ε). Поэтому бесконечные ряды в формуле (27) равномерно сходятся и их ряды, полученные почленным дифференцированием, также являются равномерно сходящимися, т.е. их можно почленно дифференцировать на основании указанного выше свойства операции производной бесконечных рядов.

Прежде чем записать результат, возьмем сумму двух слагаемых из двух бесконечных рядов выражения (27) с одинаковыми значениями n и продифференцируем эту суму по времени

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{A_n}{2}\cos\left[(n\omega_1 - \omega)t + \psi_n\right] - \frac{A_n}{2}\cos\left[(n\omega_1 + \omega)t + \psi_n\right]\right\} = -\frac{A_n}{2}(n\omega_1 - \omega)\sin(n\omega_1 t + \psi_n - \omega t) +$$

$$+ \frac{A_n}{2}(n\omega_1 + \omega)\sin(n\omega_1 t + \psi_n + \omega t) = -\frac{A_n}{2}(n\omega_1 - \omega)\left[\sin(n\omega_1 t + \psi_n)\cos\omega t - \cos(n\omega_1 t + \psi_n)\sin\omega t\right] +$$

$$+ \frac{A_n}{2}(n\omega_1 + \omega)\left[\sin(n\omega_1 t + \psi_n)\cos\omega t + \cos(n\omega_1 t + \psi_n)\sin\omega t\right] = \frac{A_n}{2}\left[-n\omega_1 \sin(n\omega_1 t + \psi_n)\cos\omega t +\right.$$

$$+ n\omega_1 \cos(n\omega_1 t + \psi_n)\sin\omega t + n\omega_1 \sin(n\omega_1 t + \psi_n)\cos\omega t + n\omega_1 \cos(n\omega_1 t + \psi_n)\sin\omega t +$$

$$+ \omega\sin(n\omega_1 t + \psi_n)\cos\omega t - \omega\cos(n\omega_1 t + \psi_n)\sin\omega t + \omega\sin(n\omega_1 t + \psi_n)\cos\omega t +$$

$$\left. + \omega\cos(n\omega_1 t + \psi_n)\sin\omega t\right] = A_n n\omega_1 \cos(n\omega_1 t + \psi_n)\sin\omega t + A_n \omega\sin(n\omega_1 t + \psi_n)\cos\omega t. \quad (31)$$

Подставив выражение (27) в равенство (16) и учтя результат (31), $u_L(t)$ можно записать

$$u_L(t) = I_{Lm}\omega L A_0 \cos\omega t + I_{Lm}\omega L \cos\omega t \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_1 t + \psi_n) + I_{Lm} L \sin\omega t \sum_{n=1}^{\infty} A_n n\omega_1 \cos(n\omega_1 t + \psi_n). \quad (32)$$

Возьмем производную по t функции $f_T(t)$, описанную формулой (22),

$$\frac{df_T(t)}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n n\omega_1 \cos(n\omega_1 t + \psi_n). \quad (33)$$

Подставим выражение (22) и (33) в равенство (32). В результате получим

$$u_L(t) = I_{Lm}\omega L f_T(t)\cos\omega t + I_{Lm}\frac{df_T(t)}{dt} L \sin\omega t. \quad (34)$$

Подставляя выражение (18) в формулу (34), получим

$$u_L(t) = -I_{Lm}\lambda L f_T(t)\sin\omega t + I_{Lm}\omega L f_T(t)\cos\omega t + I_{Lm}Le^{-\lambda t}\frac{d\tilde{f}_T(t)}{dt}\sin\omega t. \qquad (35)$$

Сравнивая выражения (35) и (19), можно сделать вывод о том, что аналитическая запись напряжения на индуктивности, найденная первым путем (выражение (19)), и аналитическая запись, найденная вторым путем (выражение (35)), полностью совпадают. Это подчеркивает правильность проделанных выкладок.

Третье слагаемое правой части равенства (35) играет вспомогательную роль, заключающуюся в том, что функция $f_T(t)$ вида (2) описывает периодическую последовательность отрезков затухающих экспонент во временном интервале T, что приводит к скачкам функции на границах интервалов. Рабочая же часть равенства (35) описана первыми двумя слагаемыми его правой части, на которые обратим особое внимание. Рассмотрим второе слагаемое. Это слагаемое описывает часть напряжения на индуктивности, которое опережает ток в индуктивности (выражение (12)) на 90º и содержит индуктивное сопротивление ωL, т.е. имеет главные признаки напряжения на индуктивности при синусоидальном воздействии [13]. Из первого слагаемого видно, что описываемая этим слагаемым часть напряжения на индуктивности совпадает по фазе с током индуктивности и содержит множитель $(-\lambda L)$, который имеет размерность сопротивления, т.е. имеет главные признаки напряжения на сопротивлении $(-R)$ при синусоидальном воздействии [12, 13].

Для интервала по времени $(4T_s, T)$ найдем мгновенную мощность на индуктивности, перемножив левые и правые части равенств (12) и (35),

$$p_L(t) = i_L(t)u_L(t) = -I_{Lm}^2\lambda L f_T^2(t)\sin^2\omega t + I_{Lm}^2\omega L f_T^2(t)\sin\omega t\cos\omega t + I_{Lm}^2 L f_T(t)e^{-\lambda t}\frac{d\tilde{f}_T(t)}{dt}\sin^2\omega t. \qquad (36)$$

В интервале времени $(4T_s, T)$ выражение (36) имеет вид

$$p_L(t) = -I_{Lm}^2\lambda L e^{-2\lambda t}\sin^2\omega t + I_{Lm}^2\omega L e^{-2\lambda t}\sin\omega t\cos\omega t = p^a(t) + p^r(t), \qquad (37)$$

где

$$p^a(t) = -I_{Lm}^2\lambda L e^{-2\lambda t}\sin^2\omega t \text{ – мгновенная активная мощность,} \qquad (38)$$

$$p^r(t) = I_{Lm}^2\omega L e^{-2\lambda t}\sin\omega t\cos\omega t \text{ – мгновенная реактивная мощность.} \qquad (39)$$

Здесь учтено, что в указанном интервале времени $\tilde{f}_T(t)$ является постоянной величиной, равной единице (см. выражение (15) при $n = 0$), поэтому производная функции $\tilde{f}_T(t)$ по времени равна нулю. Из выражения (38) видно, так как мгновенная активная мощность отрицательная, что индуктивность в данном случае отдает во внешнюю цепь электрическую энергию в интервале времени $(4T_s, T)$, где действует экспогармонический сигнал, что совпадает с результатами, полученными в [7].

Наконец, определим среднее значение мощности за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ как периодического, так и непериодического экспогармонического сигнала на индуктивности. Среднее значение мощности за промежуток времени Δt определим по формуле

$$P_{\text{ср}} = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_1}^{t_2} p_L(t)dt = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_1}^{t_2} i_L(t)u_L(t)dt = \frac{L}{\Delta t}\int_{t_1}^{t_2} i_L(t)\frac{di_L(t)}{dt}dt = \frac{L}{\Delta t}\int_{i_L(t_1)}^{i_L(t_2)} i_L(t)di_L(t) =$$

$$= \left.\frac{Li_L^2(t)}{2\Delta t}\right|_{i_L(t_1)}^{i_L(t_2)} = \frac{L}{2\Delta t}\left[i_L^2(t_2) - i_L^2(t_1)\right]. \qquad (40)$$

Пусть $\Delta t = kT_s$, $k < m$ и $k = 1,\ 2,\ \ldots$ и этот интервал лежит в промежутке $(4T_s, T)$, где

$$i_L(t) = I_{Lm}e^{-\lambda t}\sin\omega t, \qquad (41)$$

а $t_2 = \Delta t + t_1 = kT_s + t_1$. Тогда

$$P_{\text{ср}} = \frac{LI_{Lm}^2}{2kT_s}\left(e^{-2\lambda t_2}\sin^2\omega t_2 - e^{-2\lambda t_1}\sin^2\omega t_1\right) = \frac{LI_{Lm}^2}{2kT_s}\left[e^{-2\lambda(kT_s+t_1)}\sin^2\left(\omega kT_s + \omega t_1\right) - e^{-2\lambda t_1}\sin^2\omega t_1\right] =$$

$$= \frac{LI_{Lm}^2}{2kT_s}e^{-2\lambda t_1}\sin^2\omega t_1\left(e^{-2\lambda kT_s} - 1\right). \qquad (42)$$

Это и есть активная мощность за промежуток kT_s, выделяемая индуктивностью.

Общее количество энергии за промежуток от t_1 до t_2 вычисляется по формуле [12]

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p_L(t)dt\,. \qquad (43)$$

Для нашего случая, используя равенство (40), общее количество энергии за промежуток Δt можно записать

$$W = \frac{L}{2}\left[i_L^2(t_2) - i_L^2(t_1)\right], \qquad (44)$$

а когда $\Delta t = kT_s$ для тока вида (41) –

$$W = \frac{LI_{Lm}^2}{2}e^{-2\lambda t_1}\sin^2\omega t_1\left(e^{-2\lambda kT_s} - 1\right). \qquad (45)$$

Сравнивая выражения (42) и (45) видно, что выполняется равенство

$$W = P_{\text{ср}}kT_s\,, \qquad (46)$$

т.е. общее количество энергии за промежуток времени kT_s расходуется на выделение активной (среднего значения) мощности за этот промежуток времени внутри интервала $\left(4T_s, T\right)$. Так как $e^{-2\lambda kT_s} < 1$, то из выражения (42) видно, что $P_{\text{ср}} < 0$, а, следовательно, и $W < 0$ (см. выражение (46)). Таким образом, индуктивность отдает во внешнюю цепь электрическую энергию в течение времени kT_s.

Рассмотренный выше пример проиллюстрировал следующие факты.

1. В данном примере поставлена и подробно решена задача исследования *RL*-цепи при периодическом экспогармоническом воздействии, используя обычные методы анализа теории линейных электрических цепей. При этом не наблюдалось каких-либо принципиальных теоретических трудностей при решении задачи.

2. Главный этап решения поставленной задачи – нахождение напряжения на индуктивности – выполнен двумя путями, в том числе и с применением разложения функции в ряд Фурье. Последний путь решения задачи привел к совпадающему результату с результатом первого пути. Это говорит о том, что при применении тождественных математических преобразований главное свойство исходных выражений не меняется, а меняется только их форма в промежуточных этапах записи. В данном случае главным свойством исходных выражений является то, что в задаче применено экспогармоническое периодическое воздействие, которое заставляет индуктивность выделять активную мощность, т.е. применен сигнал, обладающий уникальными свойствами.

В заключение можно сказать следующее. В статье с применением рядов Фурье дано доказательство существования явления выделения активной мощности реактивными элементами электрической цепи при использовании периодического экспогармонического сигнала.

Литература

1. *Іваницький А.М.* Явище виділення активної потужності реактивними елементами електричного кола / Диплом на відкриття НВ № 3, зареєстровано 12.01.99; пріоритет від 30.11.94 // Винахідник України. – 2’1999 / 1’2000. – С. 121 – 126.
2. *Иваницкий А.М.* Реактивные элементы при экспофункциональных воздействиях / А.М. Иваницкий // Информатика и связь: сб. научн. тр. УГАС им. А.С. Попова. – Одесса. – 1996. – №1. – С. 236 – 240.
3. *Иваницкий А.М.* Компенсация потерь электрической энергии в электрической цепи при воздействии сигналов произвольной длительности / А.М. Иваницкий // Наукові праці УДАЗ ім. О. С. Попова . – Одесса . – 1999. – №1. – С.50 – 52.

4. *Иваницкий А.М.* Применение экспофункциональных воздействий в электросвязи и электроэнергетике / А.М. Иваницкий // Наукові праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – Одесса. – 1999. – № 2 – С. 53 – 57.
5. *Иваницкий А.М.* Исследование цепей первого порядка при периодическом экспофункциональном воздействии / А.М. Иваницкий, Д.Г. Паску // Наукові праці ОНАЗ ім. О. С. Попова. – Одесса . – 2004. – №3. – С. 40 – 45.
6. *Иваницкий А.М.* Исправления к статье „Исследование цепей первого порядка при периодическом экспофункциональном воздействии" / А.М. Иваницкий, Д.Г. Паску // Наукові праці ОНАЗ ім. О. С. Попова. – Одесса . – 2005. – №1. – С. 98.
7. *Иваницкий А.М.* Простое доказательство существования явления выделения активной мощности реактивными элементами / А.М. Иваницкий // Наукові праці ОНАЗ ім. О. С. Попова. – Одесса . – 2007. – №1. – С. 3 – 5.
8. *Иваницкий А.М.* Воздействие периодических экспофункциональных сигналов на *LC*-фильтры с потерями / А.М. Иваницкий, Д.Г. Паску // Цифрові технології. – 2007. – №2. – С. 113 – 120.
9. *Иваницкий А.М.* Исследование явления выделения активной мощности реактивными элементами при экспофункциональных воздействиях / А.М. Иваницкий, Д.Г. Паску // Известия высших учебных заведений «Радиоэлектроника». – 2008. – Т.51. – № 10 – С. 33 – 39.
10. *Иваницкий А.М.* Метод исследования *LC*-фильтров с различными величинами добротностей катушек индуктивности и конденсаторов при экспофункциональных сигналах / А.М. Иваницкий, Д.Г. Паску, М.В. Рожновский // Збірник наукових праць. Радіотехніка. – Харків. – 2008. – Вип. 154. – С. 74 – 80.
11. *Шилов Г.Е.* Математический анализ. Второй специальный курс / Шилов Г.Е. . – М.: Наука, 1965. – 328 с.
12. *Зелях Э.В.* Теория линейных электрических цепей. Раздел первый: учеб. пособ. / Зелях Э.В. – Одесса: ОЭИС им. А.С. Попов, 1978. – 64 с.
13. *Атабеков Г.И.* Основы теории цепей / Атабеков Г.И. – М.: Энергия, 1969. – 424 с. – (Учебник для вузов).
14. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. Том II / Смирнов В.И. – М.: ФМЛ, 1962. – 628 с.
15. Справочник по высшей математике / [авт. – состав. Выгодский М.Я.] – М.: Наука, 1966. – 872 с.