

ГРУППИРОВАНИЕ ОШИБОК ПРИ НАЛИЧИИ В КАНАЛЕ  
СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ВО ВРЕМЕНИ ПОМЕХ

ГРУПУВАННЯ ПОМИЛОК ЗА НАЯВНІСТЮ  
В КАНАЛІ ЗОСЕРЕДЖЕНИХ В ЧАСІ ЗАВАД

GROUPING OF ERRORS AT PRESENCE IN THE CHANNEL  
OF THE HINDRANCES CONCENTRATED IN TIME

**Аннотация.** Получены аналитические выражения для вероятности появления  $i$ -кратных ошибок в каналах с занижениями уровня сигнала, распределенными по логарифмически-нормальному закону.

**Анотація.** Отримано аналітичні вирази для ймовірності появи  $i$ -кратних помилок у каналах зі зниженнями рівня сигналу, розподіленими за логарифмічно-нормальним законом.

**Summary.** The analytical expressions have been received for the probability of appearance of  $i$ -multiple errors in the channels with reductions of signal level distributed according to lognormal distribution.

Реальные каналы связи обеспечивают качество передачи данных на несколько порядков ниже требований, устанавливаемых потребителем [1]. При рассмотрении проблемы повышения качества передачи данных используются избыточные коды, задача которых обменять время на качество передачи [2]. Оптимально построенный код, обеспечивающий максимальную скорость передачи, должен быть согласован со структурой потока ошибок в используемом канале [1]. Для большинства каналов помехи характеризуются временными параметрами существования: функцией начала по отношению к потоку сообщений; функцией длительностью действия помехи [2-4]. Указанные функции являются случайными [3], что усложняет построение оптимального кода. Данные вопросы рассматривались в статье [5], где проведен анализ влияния сосредоточенных во времени помех на искажения многопозиционных сигналов. Однако не была рассмотрена задача получения структуры потока ошибок (расчет вероятности появления ошибок заданной кратности  $i$ ) при заданных законах распределения временных параметров.

Поэтому целью работы является получение аналитических выражений для вероятностей появления  $i$ -кратных ошибок через временные параметры сосредоточенных помех.

**1. Оценка параметров искажений.** Существующие методы оценки искажений единичных элементов позволили установить [6], что: закон распределения вероятностей крайних искажений в период отсутствия кратковременных перерывов и импульсных помех является нормальным; функция автокорреляции искажений внутри кодовой комбинации – экспоненциальной; распределение вероятностей одиночных дроблений по длительности соответствует логарифмически-нормальному закону. Известна взаимосвязь кратковременных занижений уровня и дроблений в каналах, по которым передаются рабочие и тестовые последовательности [3].

Целесообразность перехода к изучению пакетов искажений основывается на следующем [4]:

– как причины искажений (помехи, перерывы и т.д.), так и их следствие – ошибки – группируются;

– понятие «пакет искажений» в некотором смысле обобщает понятие «пакетов ошибок»;

– структура пакетов искажений содержит достаточную информацию о характере взаимодействий сигналов и помех в реальном канале.

В настоящее время в теории искажений сигналов, передаваемых по реальным каналам, имеются нерешенные вопросы: не разработаны методики обнаружения и оценки параметров искажений и дроблений; не изучены степень искажения и закономерности пакетирования искажений огибающей сигналов данных на выходе детектора.

Методы исследования и анализ вероятностной природы отдельных искажающих факторов (импульсных помех, перерывов и т.д.) в «неработающем» канале позволяют изучить сложные процессы в дискретных каналах. Знание законов влияния отдельных искажающих факторов на величину искажений не позволяет получить математическую модель случайного искажения сигналов в реальных проводных каналах, так как случайные искажения сигналов имеют множество отдельных составляющих, удельный вес которых в общей величине искажений является также случайной во времени величиной [7].

Распределение вероятностей суммарных искажений единичных элементов по величине  $p(\delta_{\dot{a}})$  показывает частоту появления на выходе приемника дискретного канала единичных элементов с разной степенью (величиной) искажения без учета искажения любой зоны длительности от 0 до 100 %, поэтому распределение является усеченным). Распределение  $p(\delta_{\dot{a}})$  применяется для вычисления вероятности ошибки при регистрации интегральным способом [4]:

$$P_{\text{ир}} = \int_{50}^{100} p(\delta_{\dot{a}}) d\delta_{\dot{a}}. \quad (1)$$

Распределение вероятностей суммарных искажений единичных элементов по зоне действия  $p(\delta_{\dot{t}})$  показывает частоту появления суммарных искажений в определенной зоне длительности единичных элементов (без учета одновременности искажений нескольких зон длительности единичных элементов) и характеризует изменение частоты искажений заданного интервала единичного элемента. Распределение  $p(\delta_{\dot{t}})$  применяется для вычисления вероятности ошибки при регистрации различными способами стробирования [4]:

$$P_{\text{ир}} = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} p(\delta_{\dot{t}}) d\delta_{\dot{t}}, \quad (2)$$

а также для нахождения весовой функции при комбинированных способах регистрации с весовой функцией (интервал  $[\alpha_1, \alpha_2]$  определяет зону регистрации).

При отсутствии пакетов импульсных помех и перерывов эти распределения представляют сумму со случайными весовыми коэффициентами нормального и равномерного распределений. При действиях пакетов импульсных помех и перерывов законы их распределений могут модифицироваться и видоизменяться.

Пакет искажений (дроблений) – это случайная коррелированная последовательность искажений (дроблений) единичных элементов, в пределах которой неискаженный интервал не превышает интервала корреляции.

Введение понятия о пакетах искажений вызывает необходимость решения ряда вопросов в теоретическом и практическом направлениях. В частности необходимо решить вопрос о законе распределения  $i$ -кратных ошибок при дроблениях (или пропадаании) уровня сигналов.

**2. Функция распределения вероятности появления пакетов ошибок при дроблениях.** Вычисление вероятности появления  $n$  кратных ошибок при дроблениях можно производить при условии, что краевые искажения отсутствуют, а приемник идеально сфазирован [8].

Дробление начинается всегда между моментами регистрации и вызывает с какой-то вероятностью одну или несколько ошибок, в зависимости от расположения начала, длительности и полярности передаваемых посылок [7].

Диапазон возможных длительностей дроблений разобьем на участки, кратные длительности элементарной посылки  $t_0$ :

$$0 \dots t_0, t_0 \dots 2t_0, n t_0 \dots (n + 1)t_0. \quad (3)$$

При длительностях дроблений  $0 < x < t_0$  возможна лишь одна ошибка и вероятность ее равна [6]

$$P_1 = 0,5\gamma \int_0^{t_0} \int_{t_0-y}^{t_0} f(x) dx dy, \quad (4)$$

где  $\gamma$  – интенсивность дроблений;  $f(x)$  – плотность распределения длительности дроблений;  $y$  – начало дробления. Коэффициент 0,5 учитывает тот факт, что знак дробления может совпадать или не совпадать со знаком сигнала.

Можно показать, что при длительностях дроблений  $t_0 < x < 2t_0$  вероятность (средняя) ошибочной регистрации элемента определяется формулой [7]

$$P_2 = 2(0,5)^2 \gamma \int_0^{t_0} \int_{2t_0-y}^{2t_0} f(x) dx dy + 2(0,5)^2 \gamma \int_0^{t_0} \int_{2t_0-y}^{2t_0} f(x) dx dy + 0,5\gamma \int_0^{t_0} \int_{t_0}^{2t_0-y} f(x) dx dy, \quad (5)$$

где первое слагаемое учитывает случаи попадания дробления на два момента регистрации и обе передаваемые посылки противоположны по знаку дробления; второе слагаемое соответствует случаям, когда одна из двух передаваемых посылок по знаку противоположна дроблению; третье слагаемое учитывает случаи, когда дробление попадает только на один момент регистрации.

Аналогично можно показать, что при дроблениях длительностью  $kt_0 < x < nt_0$

$$P_n = (0,5)^n [nc_n^n + (n-1)c_n^{n-1} + \dots + 1c_n^1] \gamma \int_0^{t_0} \int_{nt_0-y}^{nt_0} f(x) dx dy +$$

$$+ (0,5)^n [kc_k^k + (k-1)c_k^{k-1} + \dots + 1c_k^1] \gamma \int_0^{t_0} \int_{kt_0-y}^{kt_0} f(x) dx dy .$$

Просуммировав эти выражения по всем диапазонам возможных длительностей дроблений, получим после преобразований среднюю вероятность ошибочной регистрации одного элемента в виде

$$P_{\text{нд}} = 0,5 \gamma \int_0^{t_0} \int_{t_0-y}^{2t_0-y} f(x) dx dy + (0,5)^2 \gamma \int_0^{t_0} \int_{2t_0-y}^{3t_0-y} f(x) dx dy \times [2c_2^2 + c_2^1] + \dots +$$

$$+ (0,5)^n \gamma \int_0^{t_0} \int_{nt_0-y}^{(n+1)t_0-y} f(x) dx dy \times [nc_n^n + (n-1)c_n^{n-1} + \dots + c_n^1] + \dots = \quad (6)$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} (0,5)^i \gamma \left[ \sum_{j=1}^i jc_i^j \right] \int_0^{t_0} \int_{it_0-y}^{(i+1)t_0-y} f(x) dx dy .$$

Заметим, что сделав подстановку

$$\sum_{i=1}^i jc_i^j = \frac{j}{2} \cdot 2^i ,$$

можно выражение (6) преобразовать к виду

$$P_{\text{нд}} = 0,5 \left[ \gamma \int_0^{t_0} \int_{t_0-y}^{2t_0-y} f(x) dx dy + 2 \int_0^{t_0} \int_{2t_0-y}^{3t_0-y} f(x) dx dy + \dots + n \int_0^{t_0} \int_{nt_0-y}^{(n+1)t_0-y} f(x) dx dy + \dots \right]. \quad (7)$$

Отличительным в выражениях (6) и (7) является учет кратности ошибок, возникающих при различных длительностях дроблений. Из (7) получаем для вероятности попадания дроблений на любой регистрации выражение

$$P(n) = \gamma \int_0^{t_0} \int_{nt_0-y}^{(n+1)t_0-y} f(x) dx dy. \quad (8)$$

Для получения вероятности появления пакета ошибок из выражения (6) выберем слагаемые, определяющие вероятность появления  $n$  ошибок для всех диапазонов длительностей дроблений  $x > nt_0$ . Получим [8]

$$P'_1 = \sum_{i=1}^{\infty} (0,5)^i c_i^1 \gamma \int_0^{t_0} \int_{it_0-y}^{(i+1)t_0-y} f(x) dx dy;$$

$$P'_2 = \sum_{i=2}^{\infty} (0,5)^i c_i^2 \gamma \int_0^{t_0} \int_{it_0-y}^{(i+1)t_0-y} f(x) dx dy;$$

.....

$$P'_n = \sum_{i=n}^{\infty} (0,5)^i c_i^n \gamma \int_0^{t_0} \int_{it_0-y}^{(i+1)t_0-y} f(x) dx dy;$$

где  $P'_n$  - вероятность появления пакета с  $n$  ошибками.

Двойной интеграл в выражениях (9) можно преобразовать к виду, удобному для вычислений. Например, приняв закон распределения длительностей дроблений логарифмически-нормальным [7]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp \left[ - \frac{(\ln x - \ln m)^2}{2\sigma^2} \right],$$

получим

$$I = \int_0^{t_0} \int_{it_0-y}^{(i-1)t_0-y} f(x) dx dy = \int_0^{t_0} [\Phi(\alpha_2) - \Phi(\alpha_1)] dy, \quad (10)$$

где  $\Phi(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\alpha} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  - интеграл вероятности;

$$\alpha_2 = \frac{\ln \frac{(i+1)t_0 - y}{m}}{\sigma}; \quad \alpha_1 = \frac{\ln \frac{it_0 - y}{m}}{\sigma}. \quad (11)$$

Интеграл вида

$$I_1 = \int_0^{t_0} \Phi(\alpha) dy$$

можно вычислить, выразив  $dy$  через  $\alpha$ , из (11) получим

$$I_1 = \int_{\beta_1}^{\beta_2} m\sigma \Phi(\alpha) e^{\sigma\alpha} d\alpha. \quad (12)$$

Взяв интеграл вида (12) по частям и подставив их значения в (10), получим

$$I = m[\Phi(\beta_1)e^{\sigma\beta_1} - 2\Phi(\beta_2)e^{\sigma\beta_2} + \Phi(\beta_3)e^{\sigma\beta_3} - \Phi(\beta_1 - \sigma)e^{\frac{\sigma^2}{2}} + 2\Phi(\beta_2 - \sigma)e^{\frac{\sigma^2}{2}} - \Phi(\beta_3 - \sigma)e^{\frac{\sigma^2}{2}}],$$

где

$$\beta_1 = \frac{\ln \frac{(i+1)t_0}{m}}{\sigma}; \quad \beta_2 = \frac{\ln \frac{it_0}{m}}{\sigma}; \quad \beta_3 = \frac{\ln \frac{(i-1)t_0}{m}}{\sigma}.$$

В заключение можно сделать следующие выводы. Получены аналитические выражения для расчета значения вероятности появления  $i$ -кратной ошибки для отдельных каналов, используя параметры законов распределения дроблений.

Полученные выражения можно использовать при расчетах, когда вместо среднеквадратического отклонения и математического ожидания искажений посылок заданы параметры помех, определяющих их значения.

### Литература

1. Мелентьев О.Г. Теоретические аспекты передачи данных по каналам с группирующими ошибками / Мелентьев О.Г. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 232 с.
2. Повышение эффективности блочного кодирования при работе по нестационарным каналам связи / [Н.В. Захарченко, С.М. Горохов, В.Н. Захарченко, М.М. Гаджиев и др.]; под ред. Н.В. Захарченко. – Баку «ЭЛМ», 2009. – 362 с.
3. Захарченко В.Н. Параметры потока ошибок на выходе кодопреобразователя МВЦ-РЦК / В.Н. Захарченко, С.М. Горохов, А.В. Драганов // Наукові праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – 2001. – №1. – С. 14-18.
4. Захарченко В.Н. Параметры множеств сигнальных конструкций / В.Н. Захарченко, В.В. Кисель, Б.Д. Буряченко // Наукові праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – 2001. – №2. – С. 82-86.
5. Кильдишев В.Й. Влияние сосредоточенных во времени помех на искажения таймерных сигналов / [Кильдишев В.Й., Мирошниченко А.Ю., Николаев Н.О., Люай Танжи] // Телекомунікаційні системи та мережі на залізничному транспорті: зб. наук. пр. – Харків, 2005. – Вип. 71. – С. 52-58.
6. Захарченко М.В. Системы передавання даних. – Т.1: Завадостійке кодування: [підручник] / Захарченко М.В. – Одеса: Фенікс, 2009. – 447 с.
7. Андре Анго. Математика для электроинженеров / Андре Анго. – М., 1965. – 356 с.
8. Захарченко М.В. Методи та засоби підвищення ефективності оптичних транспортних систем: [монографія] / Захарченко М.В., Климаш М.М., Мамедов М.А. [Аналіз мережевого тракту. – Гл. 2.1]. – Львів, 2007.