РАДІОТЕХНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

УДК 691.321.25

Захарченко Н.В., Мамедов М.А., Русаловская А.А., Русляченко О.Ю.
Zakharchenko N.V., Mamedov M.A., Rusalovskaya A.A., Ruslyachenko O.Yu.

ЗАВИСИМОСТЬ СВОЙСТВ МНОЖЕСТВ РАЗРЕШЕННЫХ КОДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ ОТ ПАРАМЕТРОВ ТАЙМЕРНЫХ СИГНАЛОВ

ALLOWED CODE CONSTRUCTIONS SETS PROPERTIES DEPENDENCE FROM THE PARAMETERS OF TIMER SYGNALS

Аннотация. Сформулированы и доказаны леммы о свойствах множеств разрешенных сигнальных конструкций таймерных сигналов, удовлетворяющих условию качества передачи $\sum_{i=0}^{k} A_i\, x_i = 0(\operatorname{mod} A_0)$ и синтезированных методом решения диафантового уравнения.

Summary. Lemmas of allowed code constructions sets properties which satisfy the transmission quality condition $\sum_{i=0}^{k} A_i\, x_i = 0(\operatorname{mod} A_0)$ and synthesize by a method of the diafant's equation are formulated and proved.

В связи с резким увеличением объемов информации возникла проблема качественной и быстрой ее передачи. На сегодняшний день в Украине нет материальных ресурсов для замены каналов связи на современные, реализующие большие пропускные способности, следовательно, необходимо более эффективно использовать существующие каналы. Сети каналов связи, используемые в настоящее время для передачи дискретных сообщений, в большинстве случаев не обеспечивают необходимой верности передачи без принятия специальных мер. Структура таймерных сигналов [1, 2] позволяет увеличить пропускную способность канала связи за счет обмена качества передачи на скорость на интервалах хорошего состояния.

В [2, 3] показано, что места расположения значащих моментов модуляции (ЗММ) в таймерных сигнальных конструкциях (ТСК) ограничены, с одной стороны, количеством s базовых элементов Δ, на которые делится длительность единичного элемента $(\Delta = t_0/s)$, а, с другой, длиной кодовой комбинации (т.е. числом единичных элементов) m и используемым количеством информационных переходов в сигнальной конструкции i. При этом расстояние между моментами модуляции должно быть $\tau_c \geq s\Delta$.

В [4, 5] доказана теорема о том, что если коэффициенты A_k и A_0 уравнения качества $\sum_{i=0}^{k} A_i\, x_i = 0(\operatorname{mod} A_0)$ выбраны таким образом, что $A_k = (2e_0+1)^{k-1}$, $A_0 = (2e_0+1)^{i}$, $k = 1, 2, \ldots, i$, где e_0 – величина смещения ЗММ (величина $(2e_0+1)$ – целое число) в значениях Δ, то таймерные сигнальные конструкции будут обнаруживать и исправлять ошибки кратности e_0 с вероятностью 1.

Для ТСК, удовлетворяющих уравнению качества, множество разрешенных кодовых комбинаций будет включать в себя не все значения $\{x_k\}$, определяемые из уравнения качества.

Однако в литературе не показано, какими будут множества разрешенных кодовых комбинаций при изменении m или s. Сколько будет разрешенных комбинаций ТСК и какими они будут. Можно ли, зная множество разрешенных комбинаций для фиксированных m и s, найти множество всех разрешенных комбинаций для $m \pm l$ $(l \in N)$ и фиксированного s или множество всех разрешенных комбинаций для фиксированного m и $s \pm l$ $(l \in N)$.

Целью данной работы является исследование свойств множеств разрешенных кодовых комбинаций.

Сформулированы и доказаны леммы о свойствах данных множеств.

Лемма 1

При фиксированном количестве интервалов s и количестве ЗММ $i = \text{const}$, а также изменяющемся количестве единичных интервалов m множество кодовых слов X_{sm} таймерных сигнальных конструкций является подмножеством множества $X_{s(m+1)}$, и будет верным выражение $X_{sm} \subset X_{s(m+1)} \subset \ldots \subset X_{s(m+l)}$, где $l \in N$.

Доказательство

Множество разрешенных кодовых слов $(x_1, x_2, ..., x_i)$ должны удовлетворять условию [1]

$$s \le x_k \le (m-i+1)s, \quad \sum_{k=1}^{n} x_k \le (m-i+n)s, \; n \le i, \tag{1}$$

где k – номер ЗММ.

Суть метода [3] заключается в том, что все разрешенные сигнальные конструкции считаются по аналитическим соотношениям:

$$\frac{s+C_{k-1}}{\sqrt[i]{A_0}} \le C_k \le \frac{(m-i+1)s+C_{k-1}}{\sqrt[i]{A_0}}, \quad C_k \le \frac{(m-i+k)s-(\sqrt[i]{A_0}-1)\sum_{j=1}^{k-1} C_j}{\sqrt[i]{A_0}}, \tag{2}$$

где $C_k \in N$.

Все значения C_k, определяемые границами (2), являются решениями уравнения качества, которое выражено в зависимости от значения A_0:

$$x_1 + \sqrt[i]{A_0}\,x_2 + \sqrt[i]{A_0^2}\,x_3 + \sqrt[i]{A_0^3}\,x_4 + \ldots + \sqrt[i]{A_0^{i-1}}\,x_i = 0 \bmod (A_0). \tag{3}$$

Уравнение (3) является диафантовым [6].

Согласно условию (2) можно определить ограничения, накладываемые на множество X при определенном значении m.

Предположим, что m увеличилось на 1. Подставив в (2), получим:

$$\frac{s+C_{k-1}}{\sqrt[i]{A_0}} \le C_k \le \frac{(m-i+2)s+C_{k-1}}{\sqrt[i]{A_0}},$$

$$C_k \le \frac{(m-i+k+1)s-(\sqrt[i]{A_0}-1)\sum_{j=1}^{k-1} C_j}{\sqrt[i]{A_0}}.$$

Проведя преобразования, получим:

$$\frac{s+C_{k-1}}{\sqrt[i]{A_0}} \le C_k \le \frac{(m-i+1)s+C_{k-1}}{\sqrt[i]{A_0}} + \frac{s}{\sqrt[i]{A_0}}, \quad C_k \le \frac{(m-i+k)s-(\sqrt[i]{A_0}-1)\sum_{j=1}^{k-1} C_j}{\sqrt[i]{A_0}} + \frac{s}{\sqrt[i]{A_0}}. \tag{4}$$

Сравнивая неравенства (2) и (4) можно сделать вывод, что на нижнюю границу C_k количество единичных интервалов не влияет, а верхняя граница увеличивается с ростом m на постоянное значение, равное

$$\frac{s}{\sqrt[i]{A_0}}\,. \tag{5}$$

Следовательно, $X_{sm} \subset X_{s(m+1)}$, что и требовалось доказать. Аналогично можно доказать что $X_{s(m+1)} \subset X_{s(m+2)}$ и т.д.

Лемма доказана.

Лемма 2

При фиксированном количестве единичных интервалов m и количестве ЗММ $i = \mathrm{const}$, а также изменяющемся количестве s множество кодовых слов X_{sm}, $\forall x_i \le s+1$ таймерных сигнальных конструкций является подмножеством множества $X_{(s+1)m}$ и будет верным выражение

$$X_{sm} \subset X_{(s+1)m} \ \forall x_i \le s+1,$$
$$X_{(s+1)m} \subset X_{(s+2)m} \ \forall x_i \le s+2,$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$X_{(s+l-1)m} \subset X_{(s+l)m}, \forall x_i \le s+l,$$

где $l \in N$.

Доказательство

Множество разрешенных кодовых слов $(x_1, x_2, ..., x_i)$ должны удовлетворять условию (1). Согласно условию (2) можно определить ограничения, накладываемые на множество X при определенном значении s.

Предположим, что s увеличилось на 1. Тогда

$$\frac{(s+1)+C_{k-1}}{\sqrt[i]{A_0}} \le C_k \le \frac{(m-i+1)(s+1)+C_{k-1}}{\sqrt[i]{A_0}},$$

$$C_k \le \frac{(m-i+k)(s+1)-(\sqrt[i]{A_0}-1)\sum_{j=1}^{k-1} C_j}{\sqrt[i]{A_0}},$$

$$\frac{s+C_{k-1}}{\sqrt[i]{A_0}} + \frac{1}{\sqrt[i]{A_0}} \le C_k \le \frac{(m-i+1)s+C_{k-1}}{\sqrt[i]{A_0}} + \frac{(m-i+1)+C_{k-1}}{\sqrt[i]{A_0}},$$

$$C_k \le \frac{(m-i+k)s-(\sqrt[i]{A_0}-1)\sum_{j=1}^{k-1} C_j}{\sqrt[i]{A_0}} + \frac{(m-i+1)+C_{k-1}}{\sqrt[i]{A_0}}. \tag{6}$$

Из данных неравенств видно, что изменение s увеличило нижнюю границу C_k на слагаемое $\frac{1}{\sqrt[i]{A_0}}$, которое накладывает на значения x_i условие $x_i \le s+1$. Верхняя граница увеличивается с ростом s на постоянное значение, равное

$$\frac{(m-i+1)+C_{k-1}}{\sqrt[i]{A_0}}. \tag{7}$$

Следовательно $X_{sm} \subset X_{(s+1)m}, \forall x_i \le s+1$. Аналогично можно доказать что $X_{(s+1)m} \subset X_{(s+2)m}, \forall x_i \le s+2$ и т.д.

Лемма доказана.

Пример 1. Найдем разрешенное множество ТСК для i = 3, m = 5, s = 7, A_1 = 1, A_2 = 3, A_3 = 9, A_0 = 27. Количество разрешенных кодовых комбинаций равно 20. Множество разрешенных комбинаций: (9, 9, {8, 11, 14, 17}), (9, 12, {7, 10, 13}), (9, 15, 9), (9, 18, 8), (12, 8, {8, 11, 14}), (12, 11, {7, 10}), (12, 14, 9), (15, 7, {8, 11}), (15, 10, {7, 10}), (18, 9, 7).

Пример 2. Найдем разрешенное множество ТСК для i = 3, m = 6, s = 7, A_1 = 1, A_2 = 3, A_3 = 9, A_0 = 27. Количество разрешенных кодовых комбинаций равно 64. Множество разрешенных комбинаций: (*9*, *9*, {*8, 11, 14, 17,* 20, 23}), (*9*, *12*, {*7*, *10*, *13*, 16, 19}), (*9, 15,* {*9, 12*, 15, 18}), (*9, 18,* {*8*, 11, 14}), (9, 21,{7, 10}), (9, 24, 9), (*12, 8,* {*8, 11, 14*, 17, 20}), (*12, 11,* {*7, 10*, 13, 16, 19}), (*12, 14,* {*9*, 12, 15}), (12, 17, {8, 11}), (12, 20, {7, 10}), (*15, 7,* {*8, 11*, 14, 17, 20}), (*15, 10,* {*7, 10*, 13, 16}), (15, 13, {9, 12}), (15, 16, {8, 11}), (15, 19, 7), (*18, 9,* {*7*, 10, 13}), (18, 12, {9, 12}), (18, 15, 8), (21, 8, {7, 10, 13}), (21, 11, 9), (24, 7, {7, 10}).

Сравнивая множества, полученные в примерах 1 и 2, легко увидеть, что условия леммы 1 выполняются. Все 20 комбинаций из примера 1 являются разрешенными для примера 2. Разрешенные комбинации примера 1 выделены курсивом.

Пример 3. Найдем разрешенное множество ТСК для $i = 3$, $m = 5$, $s = 8$ $A_1 = 1$, $A_2 = 3$, $A_3 = 9$, $A_0 = 27$. Количество разрешенных кодовых комбинаций равно 36. Множество разрешенных комбинаций: (*9, 9,* {*8*, *11*, *14*, *17*, 20), (*9, 12,* {*10*, *13*, 16, 19}), (*9*, *15*, {*9*, 12, 15}), (*9*, *18*, {*8*, 11}), (9, 21, 10), (*12*, *8*, {*8*, *11*, *14*, 17, 20}), (*12, 11,* {*10*, 13, 16}), (*12, 14,* {*9,* 12}), (12, 17, {8, 11}), (*15, 10,* {*10*, 13}), (15, 13, {9, 12}), (15, 16, 8), (18, 9, {10, 13}), (18, 12, 9), (21, 8, 10).

Сравнивая множества, полученные из примеров 1 и 3, легко увидеть, что условия леммы 2 выполняются. Разрешенные комбинации примера 1 выделены курсивом, а комбинации: (9, 12, 7), (12, 11, 7), (15, 7, {8, 11}), (15, 10, 7), (18, 9, 7); являются недопустимыми так как $x_k = 7$.

В заключение можно сделать следующие выводы.

Установленные зависимости показывают, что с увеличением m или s количество разрешенных комбинаций ТСК растет. При этом каждое последующее множество разрешенных комбинаций включает в себя предыдущее множество, за исключением случая увеличения нижней границы условия (4).

Множества разрешенных комбинаций, полученные для увеличенных m или s, дополняются новыми комбинациями, в которых хотя бы одно значение x_k будет больше.

Зная множество разрешенных комбинаций для фиксированных m и s можно найти множество всех разрешенных комбинаций для $m+l$ ($l \in N$) и фиксированного s или множество всех разрешенных комбинаций для фиксированного m и $s+l$ ($l \in N$).

Литература

1. *Захарченко В.М.* Синтез багатопозиційних часових кодів / Захарченко В.М. – К.: Техніка, 1999. – 284 с.
2. *Захарченко Н.В.* Расчет эффективности совместного использования РЦК и МВС: учебное пособие / Захарченко Н.В., Йона Л.Г., Калюжный В.П.; под ред. Н.В. Захарченко. - Одесса: УГАС им. А.С. Попова, 1995. – 72 с.
3. *Захарченко Н.В.* Формирование таймерных сигнальных конструкций, удовлетворяющих условию качества приема / Захарченко Н.В., Русляченко О.Ю., Русаловская А.А. // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2008. – №4/4 (35). – Харьков. – С. 15-21.
4. *Методы* повышения эффективности использования каналов связи / [Захарченко В.Н., Гайдар В.П., Улеев А.П., Липчанский А.И.] – К.: Техника, 1998.– 248 с.
5. *Захарченко В.Н.* Расчет мощности избыточного кода при многопозиционных временных сигналах / Захарченко В.Н. // Информатика и связь: сб. науч. трудов. – К.: Техника, 1997. – С. 194-196.
6. *Гельфонд А.О.* Решение уравнений в целых числах / *Гельфонд А.О.* – М.: Наука, 1978. – 63 с.