УДК 621.372

Іванов Ю.Д.
Ivanov Ya.D.

АНАЛІЗ ЗАВАДОСТІЙКОСТІ СЛК ПЕРЕТВОРЕНЬ НА КАНАЛЬНОМУ Й АПАРАТНОМУ РІВНЯХ

THE NOISE IMMUNITY ANALYSIS OF SLC REFORMATIONS ON THE DATA-LINK LAYER AND LOW-LEVEL ACTIVITY/

Анотація. Розглядаються заходи підвищення завадостійкості даних при їх перетворенні, як на канальному, так і на апаратному рівнях на основі структурно-логічних кодів.

Summary. The measures of noise immunity increase of data during their reformations as on the data-link layer so on the low-level activity are examined on basis of structural and logical codes.

Проблема завадостійкості даних, які передаються по каналу зв’язку, поряд з необхідністю запобігання збоїв при їх перетворенні в каналоутвореній апаратурі, існує з моменту появи основоположної теорії К. Шеннона [1].

Одним із найбільш ефективних методів вирішення цієї проблеми є коригуюче кодування. Реалізація коректуючих властивостей усіх відомих кодів потребує уведення до кодових структур додаткової надмірності [2].

Реалізація коректуючих властивостей усіх відомих кодів потребує уведення до кодових структур додаткової надмірності.

Це приводить до значного зниження відносної швидкості передаванні даних, причому за необхідності збільшення завадостійкості зростає об’єм надмірності, яка уводиться, що викликає подальше зниження швидкості.

Основи побудови кодових структур структурно-логічних кодів (СЛК) викладені в [3, 4].

Однак особливості апаратної реалізації кодових комбінацій кодів СЛК для запобігання збоїв при перетворенні даних в електронних пристроях (ЕП) потребує більш досконалого розглядання.

Таким чином, виникає задача забезпечення максимальної завадостійкості даних, як на канальному, так і на апаратному рівнях при максимальній відносній швидкості передавання.

Тому метою цієї роботи є розв’язання викладеної задачі.

При структурно-логічному кодуванні (СЛК) інфімумних диз'юнктивних нормальних форм (ІДНФ) булевих функцій реалізація коректуючих властивостей здійснюється шляхом використовування природної надмірності логічних зв'язків змінних розгортання максимальних покриваючих інтервалів (*n*-мірних кубів E^n) [3].

Принципова відмінність кодів СЛК від усіх відомих коректуючих кодів полягає у тому, що надмірність, яка необхідна для виправлення помилок перетворення дискретної інформації, не уводиться додатково в кодову структуру, а лише задається природним чином при побудові кодових комбінацій СЛК, що є в загальному випадку багатовимірними кубами єдиного кодуючого формату (ЄКФ), одержаних на основі ІДНФ булевих функцій [4].

Як показано в [3] ІДНФ є досконалими структурами булевих функцій, що представляють дані. При цьому, для приведення структурно-логічного кодування кожна кон'юнкція ІДНФ розгортається в максимальний покриваючий куб *n*-ї мірності єдиного кодуючого формату (ЄКФ) так, щоб сумарна логічна надмірність змінних розгортання кубів ЄКФ була б не нижче заданої, як це показано в [2]:

$$I_{\Sigma m} = \sum_{j=1}^{m} I_{\Sigma j} \geq I_{\text{ІДНФ}}, \qquad (1)$$

де $I_{\text{ІДНФ}}$ – логічна надмірність ІДНФ; $I_{\Sigma j}$ – логічна надмірність *j*-го куба ЄКФ; m – число кон'юнкцій ІДНФ.

Вираз (1) носить якісний характер і не виявляє зв'язок логічної надмірності змінних розгортання кубів ЄКФ з коректуючими властивостями кодів СЛК, де ЄКФ є кодові комбінації СЛК. Зі співвідношення одержаний для кожної кон'юнкції ІДНФ куб ЄКФ не може бути менший мірності, ніж покриваючий куб початкової кон'юнкції, інакше число логічних зв'язків змінних розгортання не забезпечить необхідних коректуючих властивостей коду СЛК.

У загальному випадку необхідно знати, якої мірності куб ЄКФ необхідно реалізувати при кодуванні заданої ІДНФ, тобто яку логічну надмірність необхідно задати для кодової комбінації СЛК, щоб одержаний код СЛК, забезпечував можливість корекції помилки кратності $t \le t_{\max}$ у межах кодової комбінації .

При використовуванні корегуючих кодів у реальних каналах перетворення дискретних даних найбільш показовою, в значенні оцінки корегуючих властивостей кодів, є ймовірність помилки декодування кодової комбінації при заданій ймовірності канальної помилки біта p_0 .

Для кодів СЛК як така оцінка може бути використана ймовірність помилкового декодування ЄКФ $P_{\text{ЄКФ}}$ [4].

$$P_{\text{ЄКФ}} = P_{\text{МІД}} \cdot (P^{'})^{n-2}, \tag{2}$$

де $P_{\text{МІД}}$ – ймовірність помилки мінімального інтервалу декодування n-мірного куба E^n; $P^{'}$ – ймовірність помилки змінної відновлення ЄКФ.
Як випливає із [4]

$$P_{\text{МІД}} = \sum_{t=n+1}^{2n} C_{2n}^{t} p^{t}{}_{0} (1-p_0)^{2n-t} + \sum_{t=2}^{n} C_{2(t-1)}^{t} p_0^{t} (1-p_0)^{2n-t}, \tag{3}$$

для $1 < t \le n$ і $t > n$.

$$P^{'} = \sum_{i=1}^{n} C_n^i p_0^i (1-p_0)^{n-i} \ , \tag{4}$$

де p_0 – ймовірність помилки одного біта в каналі; n – мірність реалізованого куба ЄКФ.
Зіставляючи вирази (2),(3) і (4), одержимо

$$P_{\text{ЄКФ}} = (\sum_{t=n+1}^{2n} C_{2n}^{t} p^{t}{}_{0} (1-p_0)^{2n-t} + \sum_{t=2}^{n} C_{2(t-1)}^{t} p_0^{t} (1-p_0)^{2n-t})(\sum_{i=1}^{n} C_n^i p_0^i (1-p_0)^{n-i})^{n-2}. \tag{5}$$

Як видно з (5) ймовірність помилки декодування кодової комбінації СЛК $P_{\text{ЄКФ}} = f(p_0, t, n)$ залежить від канальної помилки біта p_0 , кратність помилки t – в межах куба ЄКФ і мірності n -куба ЄКФ. У [4] був проведений аналіз залежності $P_{\text{ЄКФ}} = f(p_0, n)$, який показав, що при заданій ймовірності помилки p_0 збільшення мірно n ЄКФ, тобто збільшення числа логічних зв'язків (логічної надмірності) змінних розгортання куба ЄКФ приводить до зменшення ймовірності помилки декодування $P_{\text{ЄКФ}}$, за рахунок виправлення помилки більшої кратності t.

При заданій мірності n збільшення помилки в каналі p_0 очевидно приводить до збільшення $P_{\text{ЄКФ}}$. Кількісні співвідношення цих залежностей визначається із графіків $P_{\text{ЄКФ}} = f(p_0, n)$ [4].

Проте при реалізації кодів СЛК в реальних каналах з вірогідністю помилки p_0 виникає необхідність кількісної оцінки залежності заданої ймовірності помилки декодування від мінімальної мірності $n_{\min}$ куба ЄКФ, тобто мінімальної логічної надмірності змінних розгортання, що забезпечує задану ймовірність

$$P_{\text{ЄКФ}} \le P_{\text{д.доп}} = f(n_{\min}),\ p_0 = \text{const}. \tag{6}$$

Зрозуміло, що межі зміни допустимої ймовірності помилки декодування $P_{\text{д.доп}}$ і мінімальної мірності $n_{\min}$ залежать від конкретних умов реалізації коду СЛК, але в нашому випадку приймемо, що $p_0 = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$; $P_{\text{д.доп}} = 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-7}, ..., 10^{-20}, 10^{-21}, 10^{-22}, 10^{-23}, 10^{-24}, 10^{-25}$. $n_{\min} = 2, 3, 4, 5, 6, 7$.

Залежність (6), представлена на рис. 1., дозволяє визначити, за якої мінімальної мірності $n_{\min}$ куба ЄКФ, тобто за якої мінімальної логічної надмірності змінних розгортання куба ЄКФ забезпечується задана ймовірність помилки декодування кодової комбінації СЛК $P_{\text{ЄКФ}}$ (6) у каналі із заданою ймовірністю помилки p_0 .

При проведенні структурно-логічного кодування ІДНФ булевої функції кодуюча послідовність максимальних покриваючих інтервалів, згідно з методикою СЛК [3], визначається як сукупність інтервалів, що відповідають кон'юнкціям кодованої ІДНФ. В цьому випадку логічна надмірність розгорнених кубів визначається як надмірність ІДНФ $I_{\text{ІДНФ}}$ і не приводить до зниження відносної швидкості передачі даних

$$V_{\text{від}} = \frac{I_{\text{ІДНФ}}}{I_{\text{ІДНФСЛК}}} = \frac{k_{\text{СЛК}}}{n_{\text{СЛК}}} = 1\,, \tag{7}$$

оскільки закодована кодом СЛК дискретна інформація представлена початковою ІДНФ. Якщо як ЄКФ вибраний інтервал з рангом меншим, ніж ранг хоча б одного із сукупних покриваючих інтервалів початкової ІДНФ, то сумарна надмірність $I_{\Sigma m}$ усього покриття ІДНФ перевищуватиме надмірність ІДНФ $I_{\text{ІДНФ}}$, що приведе до зниження відносної швидкості передачі даних

$$V_{\text{від}} = \frac{I_{\text{ІДНФ}}}{I_{\Sigma m}} = \frac{k_{\text{СЛК}}}{n_{\text{СЛК}}} < 1\,. \tag{8}$$

У разі збільшення мірності n куба ЄКФ порівнянно з мірністю r покриваючих кубів E^r, тобто при $n > r$, швидкість передачі даних $V_{\text{від}} = \dfrac{k_{\text{СЛК}}}{n_{\text{СЛК}}} < 1$ ще більше зменшується. Тут $k_{СЛК}$ початкові дані, визначувані ІДНФ булевої функції, $n_{\text{СЛК}}$ дані ІДНФ, закодовані СЛК.

Визначимо відносну швидкість передавання даних $V_{від}$ при СЛК перетворенні ІДНФ булевої функції

$$f_{\text{ІДНФ}} = \overline{x_2 x_0} \vee \overline{x_3} x_0 \vee \overline{x_2} x_1 \vee x_3 x_2 \overline{x_1}\,. \tag{9}$$

У результаті кодування утворюється наступна послідовність вершин куба E^4, що відповідає максимальним покриваючим інтервалам функції (9), з номерами досконалої матричної розстановки (ДМР) куба E^4.

0000 0 0010 2 1010 10 1000 8 0001 1 0011 3 0111 7 010 5

0010 2 0011 3 1010 10 1011 11 1100 12 1101 13

Сумарна логічна надмірність розгорнених кубів $E_1^2, E_2^2, E_3^2, E_4^1$ згідно з [3] буде

$$I_{\Sigma m} = I_{\Sigma 1} + I_{\Sigma 2} + I_{\Sigma 3} + I_{\Sigma 4} = 3(2^2 - 1) + (2^1 - 1) = 10\,. \tag{11}$$

В цьому випадку $I_{\Sigma m} = I_{\text{ІДНФ}} = 10$, (12)

що дає $V_{\text{від}} = \dfrac{I_{\text{ІДНФ}}}{I_{\Sigma m}} = 1$. (13)

Якщо як ЄКФ вибрана грань (куб E^2), то

$$I_{\Sigma m} = 4(2^2 - 1) = 12\,, \tag{14}$$

що дає

$$V_{\text{від}} = \frac{10}{12} = 0{,}83\,. \tag{15}$$

Із (13) і (15) випливає, що відносна швидкість передачі даних зменшується у разі збільшення мірної куба ЄКФ, наприклад для ребра E_4^1, тобто при $E_4^1 \to E_4^2$.

На апаратному рівні кодову комбінацію структурно-логічного коду, тобто n' мірний куб $E^{n'}$ єдиного кодуючого формату (ЄКФ), найзручніше реалізувати на основі матриці СЛК перетворень, що визначає усі $2^{n'}$ n-мірних вершин СЛК куба E^n. Таким чином, матриця СЛК перетворень складається із $2^{n'}$ рядків, причому кожен рядок містить вершину куба $E^{n'}$ ЄКФ і n стовбців, за числом змінних $x_{n-1}, ..., x_1, x_0$ n-мірного куба E^n. Зрозуміло, що в цьому випадку куб $E^{n'}$ ЄКФ є підкубом куба E^n.

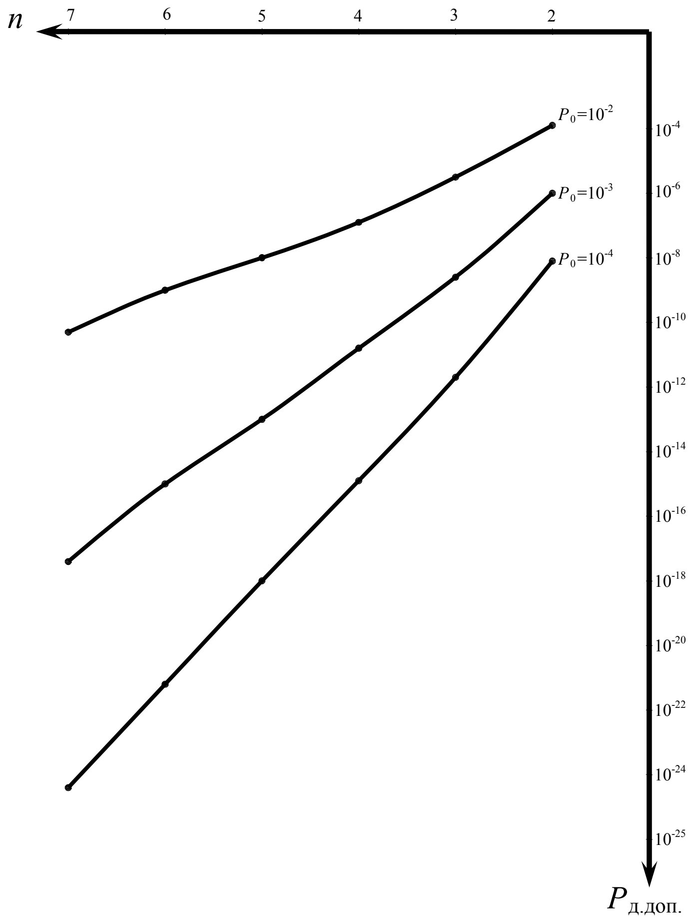

Рисунок 1

Розглянемо приклад СЛК перетворення для ІДНФ, представлений у (9). Кожна з 4-х кон'юнкцій ІДНФ (9) перетвориться в 2-х мірні куби E^2 ЄКФ, що складаються із 4-х вершин куба E^4 (граней куба E^4) у відповідних матрицях, представлених на рис. 2, причому, очевидно, що СЛК перетворення кон'юнкцій ІДНФ можуть здійснюватися, як у послідовному, так і в паралельному режимах. Матриці СЛК перетворень позначені зверху відповідними кон'юнкціями ІДНФ (9).

Значення конкретної змінної кожної кон'юнкції записуються у відповідні стовпці матриць $\overline{x_2}\,\overline{x_0}, \overline{x_3}x_0, \overline{x_2}x_1, x_3x_2\overline{x_1}$ у прямому або інверсному коді, тобто змінна має однакові нульові або одиничні значення по всьому стовпцю перетворювальної матриці. У нашому випадку це справедливо для матриць $\overline{x_2}\,\overline{x_0}, \overline{x_3}x_0, \overline{x_2}x_1$. Для кон'юнкції $x_3x_2\overline{x_1}$ тільки нижні два рядки матриці відповідають вершинам куба E^1 (підкуб куба E^2), одержаному за змінною x_0 як

$$(x_3x_2\overline{x_1}0)\xrightarrow{x_0}(x_3x_2\overline{x_1}1). \tag{16}$$

Для організації необхідного куба E^2 ЄКФ необхідна ще одна змінна розвитку куба E^1 у куб E^2. Як таку змінну можна вибрати одну із трьох змінних x_3, x_2, або x_1, що визначає три можливі варіанти розвитку куба E^1 у куб E^2 для матриці $x_3x_2\overline{x_1}$. При розвитку куба E^1 у куб E^2 за змінною x_3 маємо

$$((x_3x_2\overline{x_1}0)\xrightarrow{x_0}(x_3x_2\overline{x_1}1))\xrightarrow{x_3}((\overline{x_3}x_2\overline{x_1}1)\xrightarrow{x_0}(\overline{x_3}x_2\overline{x_1}0)), \tag{17}$$

що відповідає вершинам куба E^2 ЄКФ, 1100 1101 0101 0100 записаних в матрицю $x_3x_2\overline{x_1}$ (рис. 2).

$\overline{x_2}\,\overline{x_0}$

E^2

1	0	0	0
1	0	1	0
0	0	1	0
0	0	0	0
x_3	x_2	x_1	x_0

$\overline{x_2}x_1$

E^2

1	0	1	0
1	0	1	1
0	0	1	1
0	0	0	0
x_3	x_2	x_1	x_0

$\overline{x_3}x_0$

E^2

0	1	0	1
0	1	1	1
0	0	1	1
0	0	0	1
x_3	x_2	x_1	x_0

$x_3x_2\overline{x_1}$

E^2

0	1	0	0
0	1	0	1
1	1	0	1
1	1	0	0
x_3	x_2	x_1	x_0

Рисунок 2

Зрозуміло, що суттєві значення змінних кон'юнкції $x_3x_2\overline{x_1}$ у відповідній матриці визначаються тільки інтервалом, утворених двома нижніми вершинами куба E^2 ЄКФ, які складають за вільною змінною x_0 куб E^1 (підкуб куба E^2). Значення змінних, за якими здійснюється розвиток початкових вершин (кубів E^0) в куби $E^1,...,E^{n'}$, тобто реалізація схеми $E^0 \xrightarrow{x_i} E^1 \xrightarrow{x_j} ... \xrightarrow{x_g} E^n$ при $x_i \neq x_j \neq ... \neq x_g$, визначаються згідно з ДМР куба $E^{n'}$ [1, 3] . Так, для $n' = 2$ усі можливі значення розвиваючих змінних складають сукупність двійкових еквівалентів вершин куба E^2, тобто 00, 01, 11, 10.

Порядок заповнення рядків матриць СЛК перетворень по стовпцях розвиваючих змінних визначається послідовністю застосування розвиваючих змінних від початкової вершини E^0, нижній рядок матриць $\overline{x_2}\,\overline{x_0}, \overline{x_3}x_0, \overline{x_2}x_1, x_3x_2\overline{x_1}$ аж до останнього, верхнього рядка.

Повністю заповнені матриці СЛК перетворень складають сукупність вершин куба $E^{n'}$ ЄКФ і є кодовими комбінаціями коду СЛК.

Змінні кон'юнкцій ІДНФ, що записані у відповідні стовпці матриць СЛК перетворень, мають однакові нульові або одиничні значення по всьому стовпцю (деякої його частини) матриці у повній відповідності з методом організації інтервалу вершин куба $E^{n'}$ ЄКФ [1, 2, 3]. Ця властивість дозволяє коректувати помилки змінних кон'юнкцій, що виникають при обробці даних у різних пристроях. Згідно з мажоритарним принципом усі помилки певної кратності при дотриманні умов, визначених лемою 1, можуть бути виправлені.

Лема 1.

На довжині $2^{n'}$ *біт стовпця матриці СЛК перетворень, де* n'*-мірність куба* $E^{n'}$ *ЄКФ, усі помилки змінної кон'юнкції кратності* $t \le \left\lfloor \frac{2^{n'}-1}{2} \right\rfloor$ *можуть бути виправлені.*

Коректність леми виходить із правила рішення по більшості.
Таким чином, використовування кодів СЛК як на канальному, так і на апаратному рівнях, дозволяє дійти висновку щодо забезпечення необхідної завадостійкості перетворення даних, як у реальних каналах, так і при апаратній реалізації кодеків СЛК.

Література

1. *Шеннон К.,* Работы по теории информации и кибернетике. – М.: ИЛ, 1963. – С. 243-332.
2. *Питерсон У.* Коды, исправляющие ошибки. – М.: Мир, 1964.
3. *Іванов Ю.Д., Пампуха І.В., Захарова О.С., Жиров Г.Б.* Метод структурно-логічного кодування інфімумних диз'юнктивних нормальних форм в базисі куба E^n // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету ім. Тараса Шевченка. – 2006. – № 5. – К. – С. 46-49.
4. *Лєнков С.В., Іванов Ю.Д., Пампуха І.В., Боряк К.Ф.* Особливості корегуючи властивостей структурно-логічних кодів // Захист інформації. – 2007. – №4 (36). – К. – С. 75-81.
5. *Іванов Ю.Д., Пампуха І.В., Захарова О.С.* Основа реалізації природної структурно-логічної надмірності диз'юнктивних нормальних форм представлення даних // Вісник Київського національного університету ім. Тараса Шевченка. Військово-спеціальні науки. – 2007. – №14. – К. – С. 12-15.
6. *Николаенко В.М., Иванов Ю.Д., Шарапов В.М.* Инфимумный метод синтеза минимальных ДНФ для создания логических электронных устройств с совершенной структурой // Вісник ЧДТУ. – 2006. – №1. – С. 67-70.