

**ВЕРОЯТНОСТНО-ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕОДНОРОДНОЙ  
БЕСПРОВОДНОЙ ЛОКАЛЬНОЙ СЕТИ СВЯЗИ**

**LIKELIHOOD-TIME CHARACTERISTICS OF THE NON-UNIFORM  
WIRELESS LOCAL COMMUNICATION NETWORK**

**Аннотация.** Разработаны модели неоднородной беспроводной локальной сети связи стандарта IEEE 802.11. Эти модели получены для геометрического, полигеометрического, полиномиального и равномерного полиномиального законов распределений длины кадра. На основе разработанных моделей определены вероятностно-временные характеристики рассматриваемой сети. Для определения численных значений этих характеристик произведены вычислительные эксперименты, по результатам которых сделан их сравнительный анализ.

**Summary.** Models of a non-uniform wireless local communication network (standard IEEE 802.11). These models are received for geometrical, polygeometrical, polynomeal and uniform polynomeal laws of distributions of length of a shot. On the basis of the developed models is likelihood-time characteristics of a considered network are defined. Computing experiments are made for definition of these numerical values characteristics on result which their comparative analysis is made.

Рассмотрим синхронную неоднородную беспроводную локальную сеть (НБЛС) связи стандарта IEEE 802.11. Такие сети представляют собой коммуникационные системы, объединяющие в себе посредством множественно-вещательного радиоканала персональные компьютеры (ПК) и другие устройства вычислительной техники [1], обеспечивающие их взаимодействие друг с другом. Рассмотренная сеть содержит  $N$  коммуникационных станций, подключенных к радиоканалу. Причем станции этой сети разделены на две подсети [2], т. е. две группы станций, различающиеся по интенсивности входящего потока сообщений. Подсеть, на которую поступает меньшая интенсивность входящего потока сообщений, назовем подсетью 1, а подсеть, на которую поступает большая интенсивность входящего потока сообщений – подсетью 2. Станции в пределах своих подсетей однородны по интенсивности входящего потока сообщений. В сети для выхода в радиоканал и передачи сообщений абоненты используют протокол маркерного доступа, дисциплины обслуживания FIFO. Однако в литературе отсутствуют модели для определения вероятностно-временных характеристик беспроводной неоднородной локальной сети связи. Поэтому цель данной статьи – создать такие модели и определить вероятностно-временные характеристики такой сети.

В соответствии с моделью полученной в работе [2, 3], можно записать  $Z$  – Пр.р.р. дискретного времени пребывания заявки в подсети 1 и подсети 2:

$$f_{q_1}(Z) = \frac{\bar{\theta}_1 g_1(Z)(1-Z)}{1 - p_{и1}Z - q_{и1}Zg_1(Z)}, \quad f_{q_2}(Z) = \frac{\bar{\theta}_2 g_2(Z)(1-Z)}{1 - p_{и2}Z - q_{и2}Zg_2(Z)}, \quad (1)$$

где  $\bar{\theta}_1$  и  $\bar{\theta}_2$  – вероятности пустого состояния буфера;  $g_1(Z)$ ,  $g_2(Z)$  –  $Z$ -преобразования ряда распределения Пр.р.р. интервала обслуживания заявки в подсети 1 и подсети 2.

Для нахождения компонентов  $g_1(Z)$  и  $g_2(Z)$ , входящих в (1), воспользуемся следующим подходом. Для этого представим интервал обслуживания  $n_{s_1}$  пакета в подсети 1 случайной величиной, состоящей из интервала доступа  $n_{д1}$  и интервала передачи пакета  $n_{п1}$  интервал обслуживания  $n_{s_2}$  пакета в подсети 2 соответственно  $n_{д2}$  и  $n_{п2}$ . Будем их считать независимыми дискретными случайными величинами.

Тогда  $Z$  – Пр.р.р. интервала обслуживания пакета в подсети 1 и подсети 2 запишутся так:

$$g_{s_1}(Z) = g_{д1}(Z)g_{п1}(Z), \quad g_{s_2}(Z) = g_{д2}(Z)g_{п2}(Z), \quad (2)$$

где  $g_{д1}(Z)$  и  $g_{д2}(Z)$  –  $Z$  – Пр.р.р. интервала доступа,  $g_{п1}(Z)$ ,  $g_{п2}(Z)$  –  $Z$  – Пр.р.р. интервала передачи пакета соответственно для подсети 1 и подсети 2.

Для нахождения искомым  $Z$  – Пр.р.р., входящих в (2), представим по отношению к рассматриваемой станции подсети 1 и, подсети 2 остальные станции двоичными генераторами интервалов занятости  $T_{мо}$  (когда буфер пуст) и  $T_{ом}$  (когда буфер занят) и, будем считать эти генераторы биномиальными.

Если предположить также независимое поведение станций в сети, то выражение для  $Z$  – Пр.р.р. интервала доступа для станций подсети 1 и подсети 2 будет иметь вид:

$$\begin{aligned} g_{D1}(Z) &= (\theta_1 g_{n1}(Z) + \bar{\theta}_1 Z^{-C_0})^{N_1-1} (\theta_2 g_{n2}(Z) + \bar{\theta}_2 Z^{-C_0})^{N_2}, \\ g_{D2}(Z) &= (\theta_1 g_{n1}(Z) + \bar{\theta}_1 Z^{-C_0})^{N_1} (\theta_2 g_{n2}(Z) + \bar{\theta}_2 Z^{-C_0})^{N_2-1}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\theta_1$  и  $\theta_2$  – вероятности занятости буферов станций;  $\bar{\theta}_1$  и  $\bar{\theta}_2$  – вероятности пустого буфера подсети 1 и подсети 2, причем  $\bar{\theta}_1 = 1 - \theta_1$ ,  $\bar{\theta}_2 = 1 - \theta_2$ .

Если в сети используется пакетная передача с постоянной длиной, то  $Z$  – Пр.р.р. интервала передачи кадра для станций обеих подсетей будет:

$$g_{П1}(Z) = g_{П2}(Z) = Z^{-n_{ом}} \quad (4)$$

Учитывая (3) и (4) в (2), получим  $Z$  – Пр.р.р. интервала обслуживания кадра в подсети 1 и подсети 2 при алгоритме с прямой связью ПС:

$$\begin{aligned} g_{S1}(Z) &= g_{n1}(Z) (\theta_1 g_{n1}(Z) + \bar{\theta}_1 Z^{-C_0})^{N_1-1} (\theta_2 g_{n2}(Z) + \bar{\theta}_2 Z^{-C_0})^{N_2}, \\ g_{S2}(Z) &= g_{n2}(Z) (\theta_1 g_{n1}(Z) + \bar{\theta}_1 Z^{-C_0})^{N_1} (\theta_2 g_{n2}(Z) + \bar{\theta}_2 Z^{-C_0})^{N_2-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Поскольку в канале всегда существует вероятность возникновения ошибок в передаваемом кадре, для исправления ошибок используем алгоритм решающей обратной связи с ожиданием РОС-ОЖ. При использовании в сети данного алгоритма  $Z$  – Пр.р.р. интервала обслуживания кадра подсети 1 и подсети 2 при условии идеального обратного канала:

$$\begin{aligned} g_1(Z) &= Q_{k1} g_{S1}(Z) [1 - P_{k1} g_{S1}(Z)]^{-1}, \quad Q_{k1} + P_{k1} = 1, \\ g_2(Z) &= Q_{k2} g_{S2}(Z) [1 - P_{k2} g_{S2}(Z)]^{-1}, \quad Q_{k2} + P_{k2} = 1, \\ Q_{k1} &= Q_{k2} + Q_k, \quad P_{k1} = P_{k2} = P_k, \quad Q_k = (1 - p)^{n_{ei}}, \quad D_k = 1 - Q_k. \end{aligned} \quad (6)$$

Учитывая (4) и (5) в последнем выражении получим окончательное выражение для  $Z$  – Пр.р.р. интервала обслуживания пакета в подсети 1 и подсети 2 при алгоритме РОС-ОЖ

$$\begin{aligned} g_1(z) &= Q_k z^{-n_{ом}} (\theta_1 z^{-n_{ом}} + \bar{\theta}_1 z^{-C_0})^{N_1-1} (\theta_2 z^{-n_{ом}} + \bar{\theta}_2 z^{-C_0})^{N_2} \times \\ &\times (1 - P_k z^{-n_{ом}} (\theta_1 z^{-n_{ом}} + \bar{\theta}_1 z^{-C_0})^{N_1-1} * (\theta_2 z^{-n_{ом}} + \bar{\theta}_2 z^{-C_0})^{N_2})^{-1}, \\ g_2(z) &= Q_k z^{-n_{ом}} (\theta_1 z^{-n_{ом}} + \bar{\theta}_1 z^{-C_0})^{N_1} (\theta_2 z^{-n_{ом}} + \bar{\theta}_2 z^{-C_0})^{N_2-1} \times \\ &\times (1 - P_k z^{-n_{ом}} (\theta_1 z^{-n_{ом}} + \bar{\theta}_1 z^{-C_0})^{N_1} * (\theta_2 z^{-n_{ом}} + \bar{\theta}_2 z^{-C_0})^{N_2-1})^{-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Вероятности  $\theta_1$  и  $\theta_2$  занятости буфера станции подсети 1 и подсети 2 определяются из системы уравнений интерференции сети, которая запишется [2, 3] так:

$$\begin{cases} \theta_1 = q_{\epsilon 1} g'_1(1) \\ \theta_2 = q_{\epsilon 2} g'_2(1) \end{cases} \quad (8)$$

где  $g'_1(1)$  и  $g'_2(1)$  – среднее дискретное время обслуживания сообщения в системе абонента подсети 1 и подсети 2.

Величины  $g'_1(1)$  и  $g'_2(1)$  для алгоритма ПС определяются выражениями

$$g'_1(1) = (d/dZ^{-1})g_{S1}(Z)|_{Z=1}, \quad g'_2(1) = (d/dZ^{-1})g_{S2}(Z)|_{Z=1}. \quad (9)$$

После вычисления (9) с учетом неравномерного, равномерного полиномиального, геометрического и полигеометрического законов распределения длины кадра после некоторых преобразований соответственно получим:

$$\begin{aligned} g'_s(1) &= \sum_{i=1}^{\xi} p_i R_i + (N - 1) [\theta (\sum_{i=1}^{\xi} p_i R_i) + \bar{\theta} C_0], \\ g'_s(1) &= (p \sum_{i=1}^{\xi} R_i) + (N - 1) [\theta (\sum_{i=1}^{\xi} R_i) + \bar{\theta} C_0], \\ g'_s(1) &= q_k^{-1} + (N - 1) [\theta q_k^{-1} + \bar{\theta} C_0], \\ g'_s(1) &= (\sum_{i=1}^{\beta} \frac{\beta}{q_k}) + (N - 1) [\theta (\sum_{i=1}^{\beta} \frac{\beta}{q_k}) + \bar{\theta} * C_0]. \end{aligned} \quad (10)$$

С учетом (9) в (8) система уравнений интерференции алгоритма ПС НБЛС связи будет иметь вид:

$$\begin{cases} \theta_1 = q_{\epsilon_1} [n_{\text{н}} + (N_1 - 1)(\theta_1 n_{\text{н}} + \bar{\theta}_1 C_o) + N_2(\theta_2 n_{\text{н}} + \bar{\theta}_2 C_o)] \\ \theta_2 = q_{\epsilon_2} [n_{\text{н}} + N_1(\theta_1 n_{\text{н}} + \bar{\theta}_1 C_i) + (N_2 - 1)(\theta_2 n_{\text{н}} + \bar{\theta}_2 C_o)] \end{cases}, \quad (11)$$

где под  $n_{\text{ом}}$  следует понимать  $g'_s(1)$  для каждого закона распределения.

Исходные выражения (6) величин  $g'_1(1)$  и  $g'_2(1)$  для алгоритма РОС-ОЖ после вычисления в соответствии (9) для законов полиномиального, равномерного полиномиального, геометрического и полигеометрического распределения длины кадра соответственно будут:

$$\begin{aligned} g'_1(1) &= \frac{\sum_{i=1}^{\xi} p_i R_i + (N - 1)[\theta (\sum_{i=1}^{\xi} p_i R_i) + \bar{\theta} C_o]}{Q_c}, \\ g'_2(1) &= \frac{(p \sum_{i=1}^{\xi} R_i) + (N - 1)[\theta (p \sum_{i=1}^{\xi} R_i) + \bar{\theta} C_o]}{Q_c}, \\ g'_k(1) &= \frac{q_k^{-1} + (N - 1)[\theta q_k^{-1} + \bar{\theta} C_o]}{Q_c}, \\ g'_i(1) &= \frac{(\sum_{i=1}^m \frac{\beta}{q_k}) + (N - 1)[\theta (\sum_{i=1}^m \frac{\beta}{q_k}) + \bar{\theta} C_o]}{Q_c}. \end{aligned} \quad (12)$$

Следовательно, для удобства решения на персональном компьютере, решив выражение (8) с учетом (6), предварительно проведя ряд промежуточных преобразований получим уравнения интерференции для алгоритма РОС-ОЖ:

$$\begin{cases} \theta_1 = \frac{q_{\epsilon_1} (\tilde{N}_o(N - 1) + n_{\text{н}})(Q_k - (N_2 - 1)(n_{\text{н}} - C_o)q_{\epsilon_2}) + N_2 q_{\epsilon_1} q_{\epsilon_2} (C_o(N - 1) + n_{\text{н}})(n_{\text{н}} - \tilde{N}_o)}{(Q_k - (N_1 - 1)(n_{\text{н}} - \tilde{N}_o)q_{\epsilon_1})(Q_k - (N_2 - 1)(n_{\text{н}} - \tilde{N}_o)q_{\epsilon_2}) - q_{\epsilon_1} q_{\epsilon_2} N_1 N_2 (n_{\text{н}} - \tilde{N}_o)^2}, \\ \theta_2 = \theta_1 \frac{(Q_k - (N_1 - 1)(n_{\text{н}} - \tilde{N}_o)q_{\epsilon_1}) - q_{\epsilon_1} (C_o(N - 1) + n_{\text{н}})}{N_2 q_{\epsilon_1} (n_{\text{н}} - \tilde{N}_o)} \frac{q_{\epsilon_1} (C_o(N - 1) + n_{\text{н}})}{N_2 q_{\epsilon_1} (n_{\text{н}} - C_o)}. \end{cases} \quad (13)$$

Для алгоритма ПС следует принять в (13)  $Q_k = 1$ . После чего (11) примет вид нелинейных уравнений, удобных для его решения на персональном компьютере:

$$\begin{cases} \theta_1 = \frac{q_{\epsilon_1} (\tilde{N}_o(N - 1) + n_{\text{н}})(1 - (N_2 - 1)(n_{\text{н}} - C_o)q_{\epsilon_2}) + N_2 q_{\epsilon_1} q_{\epsilon_2} (C_o(N - 1) + n_{\text{н}})(n_{\text{н}} - \tilde{N}_o)}{(1 - (N_1 - 1)(n_{\text{н}} - \tilde{N}_o)q_{\epsilon_1})(1 - (N_2 - 1)(n_{\text{н}} - \tilde{N}_o)q_{\epsilon_2}) - q_{\epsilon_1} q_{\epsilon_2} N_1 N_2 (n_{\text{н}} - \tilde{N}_o)^2}, \\ \theta_2 = \theta_1 \frac{(1 - (N_1 - 1)(n_{\text{н}} - \tilde{N}_o)q_{\epsilon_1}) - q_{\epsilon_1} (C_o(N - 1) + n_{\text{н}})}{N_2 q_{\epsilon_1} (n_{\text{н}} - \tilde{N}_o)} \frac{q_{\epsilon_1} (C_o(N - 1) + n_{\text{н}})}{N_2 q_{\epsilon_1} (n_{\text{н}} - C_o)}. \end{cases} \quad (14)$$

Таким образом, определены все компоненты, входящие в систему (1).

На основе выше полученных моделей определим вероятностно-временные характеристики рассматриваемой сети. Среднее время задержки сообщения для абонентов подсети 1 и подсети 2 определяется так:

$$\bar{t}_{q1} = [g'_1(1) + \frac{q_{\epsilon_1} g''_1(1)}{2(1 - \theta_1)}] T_c, \quad \bar{t}_{q2} = [g'_2(1) + \frac{q_{\epsilon_2} g''_2(1)}{2(1 - \theta_2)}] T_c, \quad (15)$$

где  $T_c = Vc^{-1}$  – такт среды передачи беспроводной сети;  $g'_1(1)$ ,  $g'_2(1)$  – определяется (12) для каждого закона распределения.

Величины  $g''_1(1)$ ,  $g''_2(1)$  определяются следующими выражениями:

$$g''_1(1) = (d^2 / dZ^{-2}) g_1(Z)|_{Z=1}, \quad g''_2(1) = (d^2 / dZ^{-2}) g_2(Z)|_{Z=1}, \quad (16)$$

после вычисления последнего выражения с учетом (6) имеем:

$$\begin{aligned} g''_1(1) &= [Q_k g''_{s1}(1) + 2P_k (g'_{s1}(1))^2] Q_k^{-2}, \\ g''_2(1) &= [Q_k g''_{s2}(1) + 2P_k (g'_{s2}(1))^2] Q_k^{-2}, \end{aligned} \quad (17)$$

где  $g'_{s1}(1)$  и  $g'_{s2}(1)$  определены в (10), а компоненты  $g''_{s1}(1)$  и  $g''_{s2}(1)$  определяются с учетом выражения (5) так:

$$g''_{s1}(1) = (d^2 / dZ^{-2}) g_{s1}(Z)|_{Z=1}, \quad g''_{s2}(1) = (d^2 / dZ^{-2}) g_{s2}(Z)|_{Z=1}. \quad (18)$$

Решив последнее выражение с учетом (5), а также неравномерного полиномиального, равномерного полиномиального, геометрического и полигеометрического законов распределения соответственно получим:

$$\begin{aligned}
 g_s''(1) &= \left(\sum_{i=1}^{\xi} p_i R_i (R_i - 1)\right) + 2(N-1) \left(\sum_{i=1}^{\xi} p_i R_i\right) [\theta \left(\sum_{i=1}^{\xi} p_i R_i\right) + \bar{\theta} C_o] + \\
 &+ (N-1) [(N-2) [\theta \left(\sum_{i=1}^{\xi} p_i R_i\right) + \bar{\theta} C_o]^2 + \theta \left(\sum_{i=1}^{\xi} p_i R_i\right) + \bar{\theta} C_o (C_o - 1)], \\
 g_s''(1) &= \left(p \sum_{i=1}^{\xi} R_i (R_i - 1)\right) + 2(N-1) \left(p \sum_{i=1}^{\xi} R_i\right) [\theta \left(\sum_{i=1}^{\xi} R_i\right) + \bar{\theta} C_o] + \\
 &+ (N-1) [(N-2) [\theta \left(p \sum_{i=1}^{\xi} R_i\right) + \bar{\theta} C_o]^2 + \theta \left(p \sum_{i=1}^{\xi} R_i (R_i - 1)\right) + \bar{\theta} C_o (C_o - 1)], \\
 g_s''(1) &= \left(\frac{-2}{q_k^2}\right) + 2(N-1) q_k^{-1} [\theta q_k^{-1} + \bar{\theta} C_o] + (N-1) \times \\
 &\times [(N-2) [\theta q_k^{-1} + \bar{\theta} C_o]^2 + \theta \left(\frac{-2}{q_k^2}\right) + \bar{\theta} C_o (C_o - 1)], \\
 g_s''(1) &= \left(\sum_{i=1}^m \frac{-2\beta}{q_k^2}\right) + 2(N-1) \left(\sum_{i=1}^{\beta} \frac{\beta}{q_k}\right) [\theta \left(\sum_{i=1}^{\beta} \frac{\beta}{q_k}\right) + \bar{\theta} C_o] + \\
 &+ (N-1) [(N-2) [\theta \left(\sum_{i=1}^{\beta} \frac{\beta}{q_k}\right) + \bar{\theta} C_o]^2 + \theta \left(\sum_{i=1}^m \frac{-2\beta}{q_k^2}\right) + \bar{\theta} C_o (C_o - 1)].
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

Вероятность своевременной доставки сообщений абонентов подсети 1 и подсети 2, параметром  $Q_d$ , определяется выражением:

$$\bar{\Gamma} q_1 = f_{q_1}(Z) \Big|_{Z=Q_A^{-1}}, \quad \bar{\Gamma} q_2 = f_{q_2}(Z) \Big|_{Z=Q_A^{-1}}, \quad Q_A = 1 - Tc / \bar{T}_A, \tag{20}$$

где  $\bar{T}_A$  – среднее допустимое время старения информации.

Учитывая (1) в (20) получим:

$$\bar{\Gamma} q_1 = \frac{\bar{\theta}_1 g_1(Q_A^{-1})(1 - Q_A^{-1})}{1 - p_{\dot{E}1} Q_A^{-1} - q_{\dot{E}1} Q_A^{-1} g_1(Q_A^{-1})}, \quad \bar{\Gamma} q_2 = \frac{\bar{\theta}_2 g_2(Q_A^{-1})(1 - Q_A^{-1})}{1 - p_{\dot{E}2} Q_A^{-1} - q_{\dot{E}2} Q_A^{-1} g_1(Q_A^{-1})}. \tag{21}$$

Производительность исследуемой сети определяется так:

$$C = (q_{\dot{E}1} N_1 \bar{\Gamma} q_1 + q_{\dot{E}2} N_2 \bar{\Gamma} q_2) V_c. \tag{22}$$

Информационные скорости передачи сообщений случайной длины в подсети 1 и подсети 2 будут:

$$R_{a1} = q_{\dot{E}1} V_c k \bar{\Gamma} q_1, \quad R_{a2} = q_{\dot{E}2} V_c k \bar{\Gamma} q_2. \tag{23}$$

Для сети реального времени и общего пользования информационная скорость передачи соответственно запишется так:

$$R_n^{DA} = (q_{\dot{E}1} N_1 \bar{\Gamma} q_1 + q_{\dot{E}2} N_2 \bar{\Gamma} q_2) k V_c, \quad R_n^{II} = (q_{\dot{E}1} N_1 + q_{\dot{E}2} N_2) k V_c. \tag{24}$$

В качестве характеристики неоднородной беспроводной локальной сети определено также среднесетевое время задержки сообщения:

$$\bar{t}_{qc} = \frac{N_1 q_{\dot{E}1} \bar{t}_{q1} + N_2 q_{\dot{E}2} \bar{t}_{q2}}{N_1 q_{\dot{E}1} + N_2 q_{\dot{E}2}}. \tag{25}$$

Для исследования ВВХ рассматриваемой сети был проведен вычислительный эксперимент при следующих исходных данных:  $N = 8, 16, 32$ ;  $V_c = 1$  Мбит/с;  $A_{12} = 2$ ;  $K = 512$  бит;  $D_m = 1$  Км;  $P = 10^{-9}$ . По результатам вычислительного эксперимента построены графики зависимостей среднего времени задержки сообщения для станций подсети 1 (рис. 1) и подсети 2 (рис. 2) от интенсивности входящего потока сообщений при постоянном (кривая – 1), полигеометрическом (кривая – 2), геометрическом (кривая – 3), равномерном полиномиальном (кривая – 4) и полиномиальном распределении (кривая – 5) длины кадра.

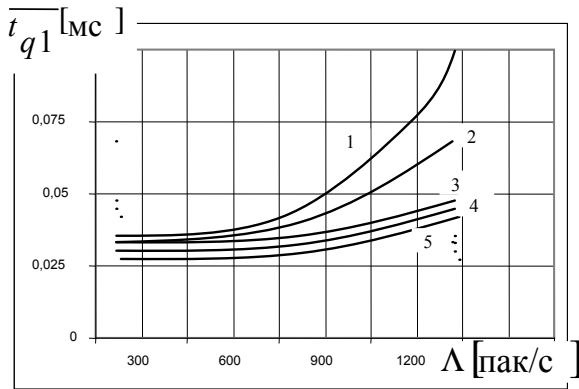


Рисунок 1 – Среднее время задержки сообщения для станций подсети 1

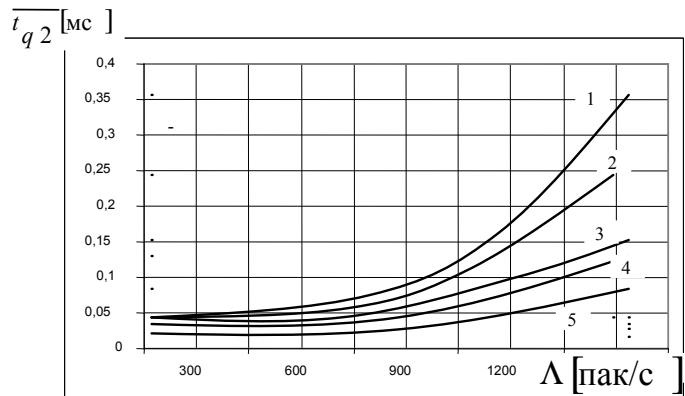


Рисунок 2 – Среднее время задержки сообщения для станций подсети 2

В заключение сделаем выводы:

1. Наименьшую среднюю задержку сообщения для станций подсети 1 и подсети 2 обеспечивает неоднородная беспроводная локальная сеть с полиномиальным распределением длины кадра.
2. По возрастанию средней задержки следуют полигеометрическое, геометрическое, равномерное полиномиальное распределение и постоянная длина кадра.
3. Самый высокий предел эргодичности неоднородной беспроводной локальной сети связи обеспечивается при полиномиальном, далее по убыванию следуют полигеометрическое, геометрическое, равномерное полиномиальное распределение и постоянная длина кадра.

### Литература

1. *Коротыгин Станислав*. Развитие технологии беспроводных сетей: стандарт IEEE 802.11. 6 июля 2001 г. – Описание стандарта <http://www.ixbt.com>.
2. *Мамедов Ф.Г.* Модели локальных сетей систем телекоммуникации. – Баку: Элм. – 1999. – 144 с.
3. *Мамедов И.А.* Анализ беспроводных технологий в ЛВС и их тестирование // Ученые записки. – Т. XIII, № 1. – Баку: АзТУ. – 2004. – С. 8-18.