

МОДИФИКАЦИЯ ДВУНАПРАВЛЕННОГО ИТЕРАТИВНОГО АЛГОРИТМА ВИТЕРБИ С ВЕРОЯТНОСТНЫМ РЕШЕНИЕМ ДЛЯ ДЕКОДИРОВАНИЯ ТУРБО-КОДОВ

THE MODIFICATION THE BI-DIRECTIONAL SOFT OUTPUT VITERBI ALGORITHM DECODING FOR TURBO-CODES

Аннотация. В данной статье представлена модернизация двунаправленного итеративного алгоритма Витерби с вероятностным решением (Bi-SOVA) для декодирования Турбо кодов, позволяющая уменьшить количество математических операций и при этом сохранить энергетический выигрыш декодирования на том же значении.

Summary. In this article we propose modernization the bi-directional Soft Output Viterbi Algorithm (Bi-SOVA) decoding for Turbo codes. This modernization reduce complexity of original bi-directional SOVA and have same performance as the Bi-SOVA.

Для решения проблемы повышения помехоустойчивости при передаче данных, в каналах связи применяют корректирующие коды, которые, внося избыточность, позволяют повысить достоверность принятой информации. В последнее время из-за их высокой помехоустойчивости получили широкое применение Турбо коды, которые впервые были продемонстрированы в 1993 г. на международной конференции по связи группой французских ученых Berro С., Glavieux A. and Thitimajshima P. [1]. Для декодирования Турбо кодов разработаны несколько итеративных алгоритмов с вероятностными решениями:

- итеративный алгоритм максимума апостериорной вероятности (MAP) [2];
- итеративный алгоритм логарифмического MAP (Log-MAP) [2];
- итеративный алгоритм максимума Log-MAP (Max-Log-MAP)[2];
- итеративный алгоритм Витерби с вероятностным решением (SOVA) [3];
- двунаправленный итеративный алгоритм Витерби с вероятностным решением (Bi-SOVA)[4].

Основная сложность итеративных алгоритмов декодирования [5] – их высокие требования к вычислительной мощности в сравнении с невероятностными алгоритмами декодирования. В работе [5] показано, что наиболее вычислительно сложным является алгоритм MAP с наилучшими показателями энергетической эффективности. Затем в порядке убывания сложности и эффективности идут Log-MAP, Max-Log-MAP, SOVA. В работе Chen J., Fossorier M.P.C., Lin S., Xu C. [4] была предложена модификация алгоритма SOVA названная Bi-SOVA, которая позволила повысить эффективность декодера до алгоритма Max-Log-MAP с увеличением почти в два раза вычислительной сложности по сравнению с SOVA. Однако на данный момент не исследовалась задача уменьшения вычислительной сложности алгоритма Bi-SOVA. Целью данной статьи является исследование возможности уменьшения вычислительной сложности итеративного алгоритма декодирования Bi-SOVA при сохранении высоких значений энергетического выигрыша кодирования (ЭВК).

Общая модель декодера с вероятностными входящими и вероятностными выходящими (BBBB) величинами представлена на рис. 1.

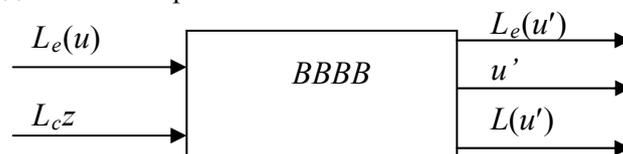


Рисунок 1 – Схема декодера с вероятностным входом и вероятностным выходом

Входные величины:

$L_e(u)$ – априорная информация со второго декодера; L_{cz} – нормализованная входная последовательность;

Выходные величины:

u' – декодированная последовательность бит; $L_e(u')$ – экстраситетная последовательность декодированных бит u' ; $L(u')$ – вероятностная последовательность декодированных бит u' .

Логарифмические вероятностные операции, используемые в общей модели ВВВВ декодера при декодировании Турбо кодов, выполняются над полем Галуа GF(2). При этом вместо бинарных сигналов [0,1] рассматриваются [-1,1], соответственно.

Логарифмическое отношение вероятностей $P(u')$ бинарной величины u' определяется выражением [2]:

$$L(u') = \ln \left(\frac{P(u'=1)}{P(u'=-1)} \right). \quad (1)$$

Значение модуля величины $L(u')$ является вероятностной оценкой принимаемого символа, а знак величины $L(u')$ – его грубой оценкой.

На основании формулы полной вероятности Байеса логарифмическое отношение вероятностей бинарной величины u' можем записать [2]:

$$\begin{aligned} L(u') &= \ln \left(\frac{P(u'=+1/z)}{P(u'=-1/z)} \right) - \ln \left(\frac{P(z/u'=+1)}{P(z/u'=-1)} \right) - L_e(u) = \\ &= \ln \left(\frac{P(u'=+1/z)}{P(u'=-1/z)} \right) - L_c z - L_e(u) = L_e(u') - L_c z - L_e(u). \end{aligned} \quad (2)$$

При этом учтена уже априорная информация, поступившая с другого декодера. Экстраситетная информация, формируемая для передачи на следующий декодер, как видно из формулы (2), представляет собой разность между величиной логарифмического отношения вероятности бинарной величины u' и входящими величинами, поступающими на декодер:

$$L_e(u') = L(u') - L_c z - L_e(u). \quad (3)$$

На данном этапе наиболее энергетически эффективным алгоритмом является алгоритм максимума апостериорной вероятности MAP. Но сложность данного алгоритма довольно высока, поэтому чаще всего используют в декодере ВВВВ итеративные алгоритмы SOVA, B-SOVA, Log-MAP, Max-Log-MAP.

Для алгоритма Log-MAP [2] логарифмическое отношение или вероятностное решение определяется:

$$L(u'_i) = \ln \left(\frac{\sum_{u_i=+1} \alpha_{i-1}(S') \beta_i(S) \gamma_i(S' \rightarrow S)}{\sum_{u_i=-1} \alpha_{i-1}(S') \beta_i(S) \gamma_i(S' \rightarrow S)} \right). \quad (4)$$

Величина в Log-MAP алгоритме соответствует величине метрики в алгоритме SOVA. Взаимосвязь величин α , β , γ показана на рис. 2.

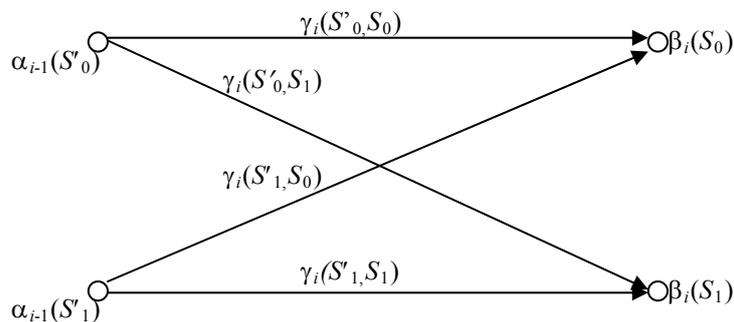


Рисунок 2 – Взаимосвязь величин α , β , γ

$\alpha_{i-1}(S') = P(S', (z_0, \dots, z_{i+1}))$ – метрика или вероятность S' состояния,

$\gamma_i(S' \rightarrow S) = P(S, z_i / S')$ – метрика перехода из S' состояния в S состояние,

$\beta_i(S) = P((z_{i+1}, \dots, z_{L-1}) / S)$ – метрика или вероятность S состояния.

Итеративный алгоритм декодирования Витерби с вероятностным («мягким») входом и «мягким» выходом (SOVA) вычисляет метрику (рисунок 3) каждого состояния декодера [3]:

$$M_t^S = M_{t-1}^S + u_t^S L_c z_{t,1} + \sum_{j=2}^N x_{t,j}^S L_c z_{t,j} + u_t^S L(u_t), \quad (5)$$

где N – количество проверочных элементов для данного информационного элемента u_t .

При этом на каждом шаге t вычисляется разница между основным или “выжившим” и конкурирующим путем [3]:

$$\Delta_t = \frac{|M_t^1 - M_t^2|}{2}, \quad (6)$$

$$\Delta_t \approx \min_{k=0, \dots, N} \{\Delta_t^k\}.$$

Вероятностное решение для алгоритма SOVA имеет вид [3]:

$$L(u') = u' \Delta. \quad (7)$$

В работе Chen J., Fossorier M.P.C., Lin S., Xu C. [4] предлагается использовать также и обратный ход SOVA декодера по аналогии с работой алгоритма максимальной апостериорной вероятности (MAP) [2]. Применение такого алгоритма возможно при методе обнуления кодера [6] или принудительном заиклиивании кодера в нулевое состояние по окончании блока данных. Данный алгоритм был назван Bi-SOVA. Усложнение данного декодера по сравнению с SOVA возрастает в 2 раза.

Автором в данной работе предлагается модернизация итеративного алгоритма декодирования Bi-SOVA, которая позволяет уменьшить вычислительные затраты, не уменьшая энергетический выигрыш декодера.

В алгоритме Bi-SOVA производятся два одинаковых комплекса операций, описанных формулами (5), (6), сначала в прямом направлении, а затем в обратном. Также производится два раза расчет вероятностной последовательности $L(u')$ по формуле (7). А выбор наилучшего решения выносится на основе разницы вероятностных последовательностей [6]:

$$|L_1(u')| - |L_2(u')|. \quad (8)$$

В модернизации предлагается произвести расчет метрик в прямом и обратном направлениях M_t и M'_t без расчета на каждом шаге разницы между основным и конкурирующим путем. Затем произвести операцию суммирования метрик M_t и M'_t на каждом шаге t . По аналогии с Max-Log-MAP вероятностное решение будет определяться следующим выражением:

$$L(u') = \ln \left(\frac{P(u'=1)}{P(u'=-1)} \right) \approx \ln e^{M_{u'=1}} - \ln e^{M_{u'=-1}} \approx u' (\max(M_{u'=1}) - \max(M_{u'=-1})). \quad (9)$$

Экстраситетная последовательность определяется аналогично, как и в алгоритме Bi-SOVA по формуле (3). При данной модернизации в сравнении со стандартным алгоритмом Bi-SOVA на каждом шаге декодера t количество операций сравнений уменьшается в 2 раза (табл. 1). На рис. 3 представлена треллис-диаграмма Турбо декодера на основе модернизированного алгоритма Bi-SOVA и систематических рекурсивных сверточных кодов с образующим полиномом $G = (7,5)$. Из представленной на рис. 3 треллис-даграммы видно, что расчет метрик производится для всех возможных состояний декодера с учетом возможных поступающих элементов u_t^S (0 или 1). При движении слева направо (прямое направление) рассчитывается метрика M_t^S , а при обратном направлении (справа налево) – $M_t'^S$. По формуле (9) производится расчет наиболее вероятного приема информационной последовательности. На рис. 3, для данного частного случая, наиболее вероятный путь по треллис-диаграмме показан, как совмещенный путь прямой линии и штрих пунктира.

Апробирование результатов энергетической эффективности рассмотренной модификации осуществлялось на Турбо коде с систематическими сверточными кодами полиномом $G (37/21)$ со скоростью кода $R = 1/2$ при длине псевдослучайного перемежителя $N = 1024$. Данный код и перемежитель были выбраны аналогично источнику [4] для корректного сравнения с результатами декодирования разными алгоритмами, предложенными другими авторами. Последовательность информационных элементов после гауссовского канала ошибок декодируется разными итеративными алгоритмами декодирования. Зависимость вероятности ошибки ($P_{\text{ош бита}}$) от соотношения сигнал/шум (E_b / N_0 дБ) и алгоритма декодирования после 8 итераций представлена на рис. 4.

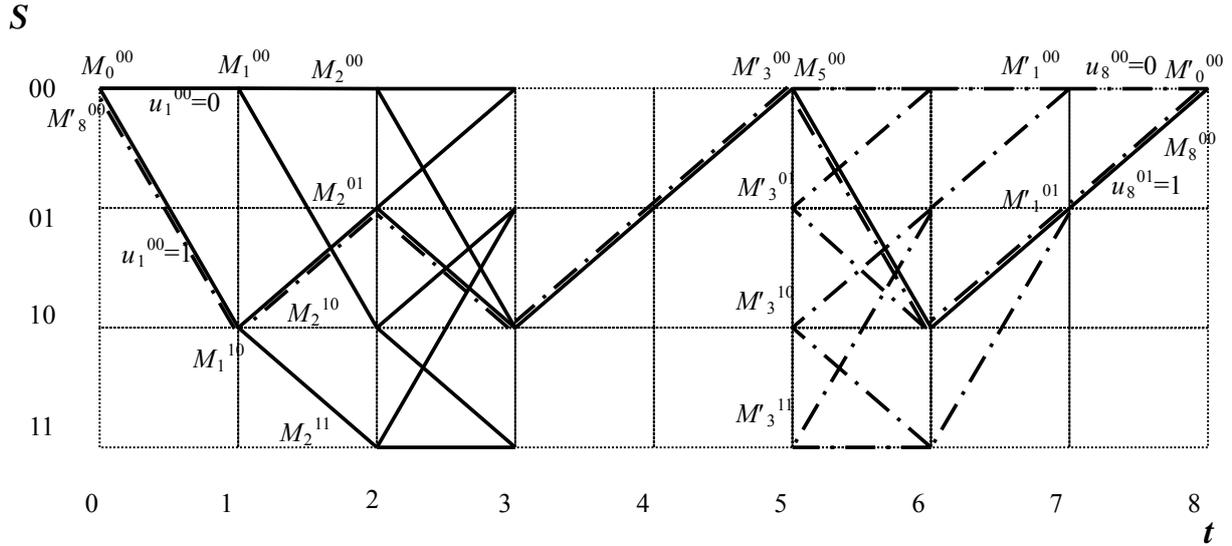


Рисунок 3 – Трелліс-діаграма для першого декодера Турбо кода с систематическими рекурсивными сверточными кодами и полиномом $G = (7,5)$

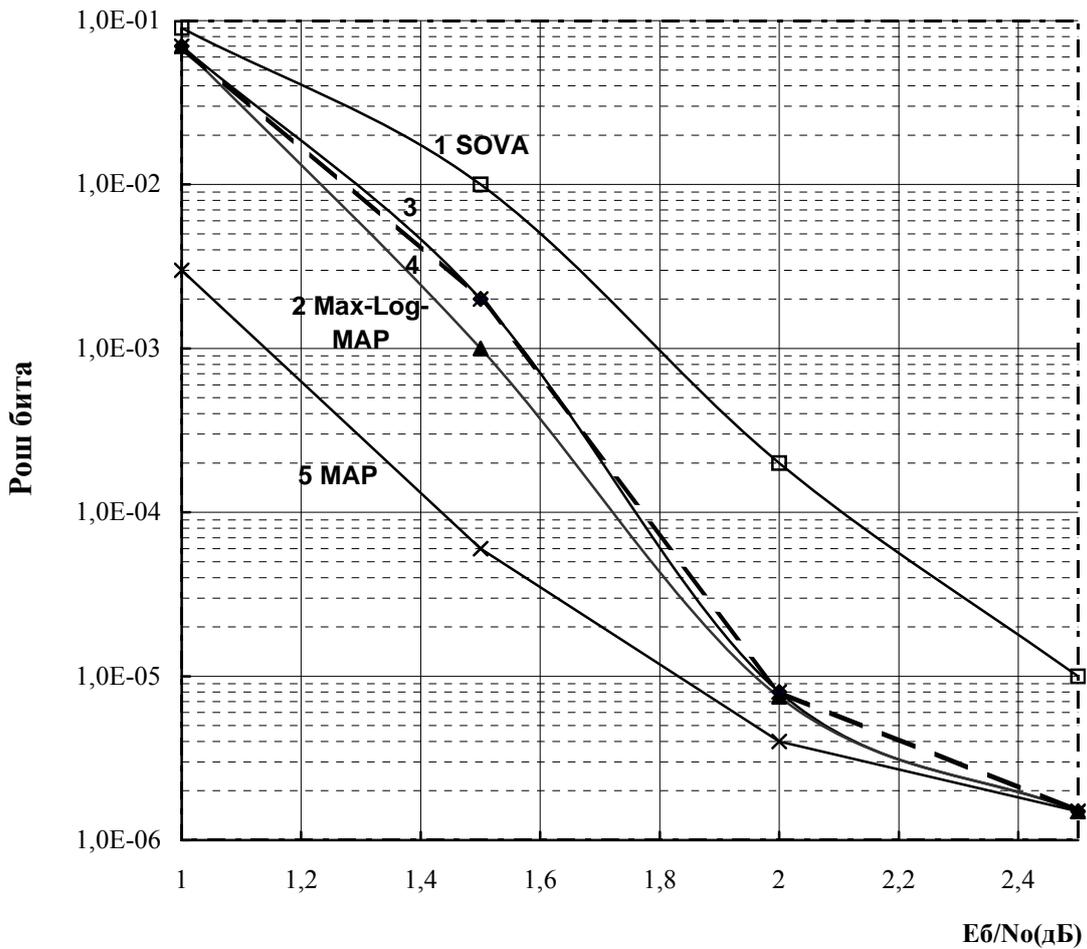


Рисунок 4 – Энергетическая эффективность алгоритмов декодирования Турбо кодов при гауссовском распределении ошибки

На рис. 4 графіку 1 соответствует значение вероятности ошибки бита при SOVA алгоритме декодирования, на графике 2 представлены значения вероятности ошибки бита при Max-Log-MAP алгоритме декодирования, на графиках 3, 4, 5 – при модернизированном Bi-SOVA, Bi-SOVA и MAP, соответственно. Как видно из данного рисунка, значения вероятности ошибки бита при модернизированном алгоритме Bi-SOVA близки к значениям при алгоритме Bi-SOVA. В некоторых точках кривая при модернизированном Bi-SOVA принимает даже меньшие значения вероятности ошибки, что указывает на близость к эффективности декодера Турбо кодов при алгоритме SOVA. Кривые при алгоритме Bi-SOVA и модернизированном Bi-SOVA почти совпадают с кривой при алгоритме Max-Log-MAP. Алгоритм декодирования Max-Log-MAP [2] более требователен к вычислительной мощности, чем Bi-SOVA. Т.е. при задачах, требующих меньшую вычислительную сложность и более высокую скорость декодирования можно рекомендовать применение модернизированного алгоритма Bi-SOVA, имеющего наименьшую вычислительную сложность из рассматриваемых итеративных алгоритмов декодирования.

В табл. 1 представлено количество операций, выполняемых для декодирования одного информационного элемента при применении различных итеративных алгоритмов и длине кодового ограничения (K) сверточного кода.

Таблица 1 – Сложность итеративных алгоритмов декодирования Турбо кодов

Алгоритм декодирования	Среднее количество операций			
	выбор максимума	сложение	умножение	сравнение
Max-Log-MAP	$5 \cdot 2^{K-1} - 2$	$10 \cdot 2^{K-1} + 11$	8	
SOVA	$2^{K-1} + 3K$	$2 \cdot 2^{K-1} + 8$	8	6K
Bi-SOVA	$2^K + 6K$	$2 \cdot 2^K + 8 \cdot 2$	8	$2 \cdot 6K$
Модернизированный Bi-SOVA	$2^{K-1} + 3K$	$2 \cdot 2^K + 8 \cdot 2$	8	6K

Как видно из табл. 1 модернизация алгоритма Bi-SOVA позволила уменьшить количество операций сравнения и выбора максимума до значения сравнимого с алгоритмом SOVA. Но количество операций умножения и сложения остались аналогичны значениям, как и для алгоритма Bi-SOVA.

В заключение можно сказать, что модернизация алгоритма Bi-SOVA позволила уменьшить сложность декодера Турбо кодов приблизительно на $9K$ на каждом шаге t . При этом энергетическая эффективность декодирования осталась на том же высоком уровне, что и в Bi-SOVA. В системах связи, требующих высокую помехоустойчивость и высокую скорость передачи информации, можно рекомендовать применение модернизированного алгоритма Bi-SOVA в декодере Турбо кодов. В дальнейшем будет целесообразно произвести исследование декодирования многопозиционных сигналов с целью повышения эффективности систем связи.

Литература

1. Berro C., Glavieux A. and Thitimajshima P. Near Shannon limit error correcting coding and decoding: Turbo codes // Proceedings, International Conference on Communications, may 1993. – P. 1064-1070.
2. Robertson P., Villebrun E. and Hoeher P. A Comparison of Optimal and Sub-Optimal MAP Decoding Algorithms Operating in the Log Domain // ICC'95, June 1995. – P. 1009-1013.
3. Hagenauer J., Papke L. Decoding "Turbo" – Codes with the Soft Output Viterbi Algorithm (SOVA) // In: Proc. of IEEE Int. Sympos. on Information Theory. Trondheim, June 26 - July 1 1994. - P. 164.
4. Chen J.; Fossorier M.P.C.; Lin S.; Xu C. Bi-directional SOVA decoding for turbo-codes // Communications Letters. – IEEE Volume 4, Issue 12, December 2000. – P. 405–407.
5. Bauch G. and Franz V. A comparison of soft-in/soft-out algorithms for turbo-detection // In International Conference on Telecommunications (ICT), June 1998.
6. Hofelt J., Edfors O., Maseng T. A survey on trellis termination alternatives for turbo codes // In Proc. IEEE Vehicular Technology Conf. – 1999. – Houston. – P. 2225-2229.