

**ПЕРЕТВОРЮВАЛЬНІ ФУНКЦІЇ ДЛЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАТРИМОК ДАНИХ  
У СИСТЕМАХ ІНФОТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ**

**TRANSFORMATION FUNCTIONS FOR THE MATHEMATICAL MODEL  
OF THE DATA DELAYS IN INFOTELECOMMUNICATION SYSTEMS**

**Анотація.** Розроблено математичну модель, яка за допомогою запропонованих перетворювальних функцій описує затримки даних при міжмережній взаємодії систем інфотелекомунікацій.

**Summary.** The mathematical model has been developed, which with the help of the offered transformation functions describes the data delays in network interactions of infotelecommunication systems.

Проблема передавання аудіо- та відео даних у реальному масштабі часу в мережах інфотелекомунікацій пов'язана з вирішенням задачі мінімізації їхньої затримки. Затримки даних у мережі впливають не тільки на показники якості передавання мультимедії (мови, зображення тощо), але й на показники якості підсистем сигналізації, синхронізації, маршрутизації.

Як відомо, затримки даних відбуваються на кожному протокольному рівні кінцевих і транзитних взаємодіючих систем, а також у каналах телекомунікаційної мережі. Для кількісного аналізу та мінімізації затримок даних на кожному протокольному рівні взаємодіючих відкритих систем (ВВС) інфотелекомунікаційної мережі необхідно мати математичну модель, яка може враховувати часові співвідношення при обробленні інформації. Запропонована в [1] математична модель взаємодії телекомунікаційних систем структурує та описує взаємодію між об'єктами суміжних рівнів і площин узагальненої семирівневої моделі ВВС [2] за допомогою перетворювальних функцій. Запропоновані в [3] перетворювальні функції враховують лише зміну кількості інформації при просуванні даних між об'єктами рівнів і площин у взаємодіючих інфотелекомунікаційних системах. Для врахування затримки даних об'єктами протокольних рівнів і площин взаємодіючих систем необхідно визначити відповідні перетворювальні функції математичної моделі.

Метою цієї статті є визначення перетворювальних функцій для математичної моделі, яка незалежно від типу взаємодіючих систем інфотелекомунікацій може описувати затримку даних на кожному протокольному рівні та площині узагальненої моделі ВВС.

Для побудови математичної моделі затримки даних у інфотелекомунікаційних системах використаємо запропоновану в [1] узагальнену математичну модель ВВС. Для опису затримок даних на  $n$ -му протокольному рівні чи підрівні (надалі – підрівні) взаємодіючих інфотелекомунікаційних систем необхідно сформувати матриці перетворювальних функцій  $\mathbf{F}^{(n)\downarrow}$  і  $\mathbf{F}^{(n)\uparrow}$ . Стрілочка у верхньому індексі матриць перетворювальних функцій вказує напрямок руху інформації. Наприклад, стрілочка “вниз” – відповідає передачі даних від вищого підрівня моделі ВВС до нижчого підрівня, а стрілочка “вгору” – від нижчого підрівня до вищого. Варто зазначити, що при просуванні інформації в будь-якому напрямку відбувається її затримка.

Елементами матриці  $\mathbf{F}^{(n)\downarrow}$  і  $\mathbf{F}^{(n)\uparrow}$  є перетворювальні функції, відповідно  $F_{kl}^{(n)\downarrow}$  і  $F_{kl}^{(n)\uparrow}$ , які описують затримку даних при взаємодії об'єктів  $n$ -го підрівня різних ( $k, l$ ) площин чи підплощин (надалі підплощин), де  $n=1, N$ ,  $k, l=1, M$ , а  $N$  – кількість підрівнів системи. Матриці перетворювальних функцій є квадратними, а їхній порядок  $M$  визначається кількістю протокольних підплощин системи

$$\mathbf{F}^{(n)\downarrow} = \begin{bmatrix} F_{11}^{(n)\downarrow} & F_{12}^{(n)\downarrow} & \dots & F_{1M}^{(n)\downarrow} \\ F_{21}^{(n)\downarrow} & F_{22}^{(n)\downarrow} & \dots & F_{2M}^{(n)\downarrow} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{M1}^{(n)\downarrow} & F_{M2}^{(n)\downarrow} & \dots & F_{MM}^{(n)\downarrow} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}^{(n)\uparrow} = \begin{bmatrix} F_{11}^{(n)\uparrow} & F_{12}^{(n)\uparrow} & \dots & F_{1M}^{(n)\uparrow} \\ F_{21}^{(n)\uparrow} & F_{22}^{(n)\uparrow} & \dots & F_{2M}^{(n)\uparrow} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{M1}^{(n)\uparrow} & F_{M2}^{(n)\uparrow} & \dots & F_{MM}^{(n)\uparrow} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

Уведення двох типів матриць перетворювальних функцій  $\mathbf{F}^{(n)\downarrow}$  і  $\mathbf{F}^{(n)\uparrow}$  дозволяє структурувати та описувати затримки даних (сигналів) у передавальних та приймальних підсистемах,

а також у середовищах передавання. Ці підсистеми входять до складу кінцевих та транзитних систем інфотелекомунікаційної мережі.

**1. Моделювання затримок даних у передавальній підсистемі.** Якщо відома матриця  $\mathbf{F}^{(n)\downarrow}$  перетворювальних функцій  $n$ -го підрівня передавальної підсистеми, то затримки даних на виходах об'єктів цього підрівня визначимо за формулою

$$\mathbf{T}^{(n)\downarrow} = \mathbf{F}_t^{(n)\downarrow} \mathbf{T}^{(n+1)\downarrow}, \quad n = \overline{0, N}, \quad (2)$$

де  $\mathbf{T}^{(n)\downarrow} = [T_1^{(n)\downarrow}, T_2^{(n)\downarrow}, \dots, T_M^{(n)\downarrow}]$ ;  $\mathbf{T}^{(n+1)\downarrow} = [T_1^{(n+1)\downarrow}, T_2^{(n+1)\downarrow}, \dots, T_M^{(n+1)\downarrow}]$  – вектори-стовпці розміром  $M$ , елементами яких є затримки даних на виході об'єктів підрівнів  $n$  і  $n+1$  відповідно;  $\mathbf{F}_t^{(n)\downarrow}$  – матриця перетворювальних функцій, транспонована до матриці  $\mathbf{F}^{(n)\downarrow}$ .

Зауважимо, що виходи об'єктів підрівня  $n+1$  є входами об'єктів підрівня  $n$ . Надалі за нульовий рівень ( $n=0$ ) будемо приймати середовище передавання.

Використовуючи рівняння (2) і властивість асоціативності матриць визначимо затримку даних між будь-якими двома підрівнями  $m$  і  $n$  передавальної підсистеми

$$\mathbf{T}^{(n)\downarrow} = \left[ \prod_{i=0}^{m-n} \mathbf{F}_t^{(m-i)\downarrow} \right] \mathbf{T}^{(m+1)\downarrow}, \quad 0 \leq n \leq m \leq N, \quad (3)$$

де  $\mathbf{T}^{(m+1)\downarrow}$  – вектор-стовпець затримок даних на виходах об'єктів підрівня  $m+1$  передавальної підсистеми.

Розглянемо окремий випадок, коли між об'єктами  $n$ -го підрівня різних підплощин системи відсутні взаємні зв'язки. Тоді всі перетворювальні функції  $F_{kl}^{(n)\downarrow}$  з індексами  $k \neq l$  будуть тотожні нулю, а матриця (1) стане діагональною. В результаті матричні рівняння (2) і (3) значно спростяться. Так, матричне рівняння (3) набуває виду

$$\mathbf{T}^{(n)\downarrow} = \begin{bmatrix} \prod_{i=0}^{m-n} F_{11}^{(m-i)\downarrow} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \prod_{i=0}^{m-n} F_{22}^{(m-i)\downarrow} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \prod_{i=0}^{m-n} F_{MM}^{(m-i)\downarrow} \end{bmatrix} \mathbf{T}^{(m+1)\downarrow}. \quad (4)$$

Як бачимо, задача моделювання затримок у передавальній підсистемі зводиться до формування матриць та математичного опису перетворювальних функцій  $F_{kl}^{(n)\downarrow}$ .

Розглянемо формування перетворювальних функцій даних, що описують затримку в передавальній підсистемі. Затримка обробки блоку даних на  $n$ -му підрівні системи залежить від багатьох факторів і в загальному випадку є випадковою величиною. Ці фактори можна розділити на такі групи: фактори, зв'язані з технічними характеристиками системи (швидкодія, продуктивність тощо); фактори, зв'язані з завантаженням системи і чергами на обслуговування; фактори, зв'язані з функціональною складністю обробки блоків даних об'єктами  $n$ -го підрівня системи; фактори, зв'язані з обсягом оброблюваних даних.

Для опису перетворювальних функцій  $F_{kl}^{(n)\downarrow}$  використовуємо підхід, запропонований у [3].

Нехай,  $\Delta\tau_k^{(n)\downarrow}$  – величина затримки даних (сигналу) на  $n$ -му підрівні  $k$ -ї підплощини передавальної підсистеми за відсутності взаємних зв'язків між об'єктами різних підплощин. Тоді затримку блока даних на виході об'єкта  $n$ -го підрівня  $k$ -ї підплощини передавальної підсистеми за відсутності фрагментації даних можна визначити за формулою:

$$T_k^{(n)\downarrow} = T_k^{(n+1)\downarrow} + \Delta\tau_k^{(n)\downarrow}, \quad k = \overline{1, M}, \quad (5)$$

де  $T_k^{(n+1)\downarrow}$  – затримка даних на виході об'єкта  $n+1$  підрівня  $k$ -ї підплощини.

Уведемо коефіцієнт збільшення затримки  $\zeta_k^{(n)\downarrow}$  та відносне збільшення затримки  $\delta_k^{(n)\downarrow}$  блока даних на  $n$ -м підрівні  $k$ -ї підплощини передавальної підсистеми

$$\zeta_k^{(n)\downarrow} = T_k^{(n)\downarrow} / T_k^{(n+1)\downarrow}, \quad k = \overline{1, M}, \quad (6)$$

$$\delta_k^{(n)\downarrow} = \Delta\tau_k^{(n)\downarrow} / T_k^{(n+1)\downarrow}, \quad k = \overline{1, M}. \quad (7)$$

Виражена у відсотках відносна затримка (7) показує на скільки відсотків збільшується затримка блока даних на  $n$ -му підрівні  $k$ -ї підплощини.

З формули (5) знайдемо зв'язок між коефіцієнтом збільшення затримки (6) і відносною затримкою (7)

$$\zeta_k^{(n)\downarrow} = (1 + \delta_k^{(n)\downarrow}), \quad k = \overline{1, M}. \quad (8)$$

Вважаючи, що величина затримки даних (сигналу) позитивна, то значення коефіцієнта збільшення затримки (8) буде більшим чи дорівнювати одиниці, тобто  $\zeta_k^{(n)\downarrow} \geq 1$ .

З урахуванням (6) рівняння (5) набуде виду

$$T_k^{(n)\downarrow} = T_k^{(n+1)\downarrow} \zeta_k^{(n)\downarrow}, \quad k = \overline{1, M}, \quad (9)$$

Порівнюючи рівняння (4) і (9) неважко бачити, що, за відсутності взаємних зв'язків між об'єктами  $n$ -го підрівня різних підплощин передавальної підсистеми в діагональній матриці (1) перетворювальні функції  $F_{kl}^{(n)\downarrow}$  при  $k = l$  збігаються з коефіцієнтами збільшення затримки  $\zeta_k^{(n)\downarrow}$ , тобто

$$F_{kk}^{(n)\downarrow} = \begin{cases} 0, & k \neq l, \\ \zeta_k^{(n)\downarrow}, & k = l. \end{cases} \quad (10)$$

Аналогічно (5) знайдемо абсолютне збільшення затримки блока даних при його просуванні в  $k$ -й підплощині з виходу об'єкта підрівня  $m+1$  до виходу об'єкта підрівня  $n$  передавальної підсистеми

$$T_k^{(n)\downarrow} = T_k^{(m+1)\downarrow} + \Delta\tau_k^{(m, n)\downarrow}, \quad 0 \leq n \leq m \leq N, \quad k = \overline{1, M}, \quad (11)$$

де

$$\Delta\tau_k^{(m, n)\downarrow} = \sum_{i=0}^{m-n} \Delta\tau_k^{(m-i)\downarrow}, \quad 0 \leq n \leq m \leq N, \quad k = \overline{1, M}. \quad (12)$$

Відносне збільшення затримки, а також коефіцієнт збільшення затримки блока даних в  $k$ -й підплощині між виходами об'єктів підрівнів  $m+1$  і  $n$  передавальної підсистеми можна розрахувати за формулами

$$\delta_k^{(m, n)\downarrow} = \Delta\tau_k^{(m, n)\downarrow} / T_k^{(m+1)\downarrow}, \quad 0 \leq n \leq m \leq N, \quad k = \overline{1, M}, \quad (13)$$

$$\zeta_k^{(m, n)\downarrow} = T_k^{(n)\downarrow} / T_k^{(m+1)\downarrow} = (1 - \delta_k^{(m, n)\downarrow}), \quad 0 \leq n \leq m \leq N, \quad k = \overline{1, M}. \quad (14)$$

З урахуванням (13), (14) рівняння (11) матиме вигляд

$$T_k^{(n)\downarrow} = T_k^{(m+1)\downarrow} \zeta_k^{(m, n)\downarrow}, \quad 0 \leq n \leq m \leq N, \quad k = \overline{1, M}. \quad (15)$$

Якщо відомі коефіцієнти (8) збільшення затримки  $\zeta_k^{(i)\downarrow}$  для кожного підрівня, то коефіцієнт (14) збільшення затримки блока даних між виходами об'єктів підрівнів  $m+1$  і  $n$  можна розрахувати за формулою

$$\zeta_k^{(m, n)\downarrow} = \prod_{i=0}^{m-n} \zeta_k^{(m-i)\downarrow}, \quad 0 \leq n \leq m \leq N, \quad k = \overline{1, M}. \quad (16)$$

Для аналізу абсолютного і відносного збільшення затримок даних об'єктами всіх підрівнів передавальної підсистеми необхідно у формулах (11), ..., (16) прийняти  $n = 1$ , а  $m = N$ . Однак, якщо затримка  $T_k^{(N+1)\downarrow} = 0$ , то для усунення невизначеності в рівняннях (13), ..., (16) необхідно покласти  $m = N - 1$ , а для розрахунку затримки даних на підрівні  $N$  в передавальній підсистемі краще використати формулу (11).

**2. Моделювання затримок даних у приймальній підсистемі.** Нехай  $\mathbf{T}^{(n-1)\uparrow}$  вектор-стовпець затримок даних на виходах об'єктів  $n - 1$  підрівня (входах  $n$ -го підрівня) приймальної підсистеми. Якщо задана матриця перетворювальних функцій (1), які моделюють затримки на  $n$ -му підрівні приймальної підсистеми, то вектор-стовпець затримок даних  $\mathbf{T}^{(n)\uparrow}$  на виходах об'єктів  $n$ -го підрівня цієї підсистеми визначимо за формулою

$$\mathbf{T}^{(n)\uparrow} = \mathbf{F}_t^{(n)\uparrow} \mathbf{T}^{(n-1)\uparrow}, \quad n = \overline{1, N}, \quad (17)$$

де  $\mathbf{F}_t^{(n)\uparrow}$  – матриця, транспонована до матриці перетворювальних функцій  $\mathbf{F}^{(n)\uparrow}$ .

У загальному випадку, становить інтерес аналізу затримок даних між довільними підрівнями  $m$  і  $n$  приймальної підсистеми

$$\mathbf{T}^{(m)\uparrow} = \left[ \prod_{i=n}^m \mathbf{F}_t^{(i)\uparrow} \right] \mathbf{T}^{(n-1)\uparrow}, \quad 1 \leq n \leq m \leq N, \quad (18)$$

де  $\mathbf{T}^{(m)\uparrow}$  і  $\mathbf{T}^{(n-1)\uparrow}$  – вектори-стовпці затримок даних на виходах об'єктів підрівнів відповідно  $m$  і  $n - 1$  приймальної підсистеми.

За відсутності взаємних зв'язків між об'єктами різних підплощин матричне рівняння (18) значно спрощується

$$\mathbf{T}^{(m)\uparrow} = \begin{bmatrix} \prod_{i=n}^m F_{11}^{(i)\uparrow} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \prod_{i=n}^m F_{22}^{(i)\uparrow} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \prod_{i=n}^m F_{MM}^{(i)\uparrow} \end{bmatrix} \mathbf{T}^{(n-1)\uparrow}. \quad (19)$$

Позначимо  $\Delta\tau_k^{(n)\uparrow}$  величину затримки даних (сигналу) на  $n$ -му підрівні  $k$ -ї підплощини приймальної підсистеми за відсутності взаємних зв'язків між об'єктами різних підплощин. За відсутності дефрагментації блоків даних, їхню затримку на виході об'єкта  $n$ -го підрівня  $k$ -ї підплощини визначимо аналогічно (5)

$$T_k^{(n)\uparrow} = T_k^{(n-1)\uparrow} + \Delta\tau_k^{(n)\uparrow}, \quad k = \overline{1, M}. \quad (20)$$

Відповідно до (6), (7) уведемо коефіцієнт збільшення затримки  $\zeta_k^{(n)\uparrow}$  і відносне збільшення затримки  $\delta_k^{(n)\uparrow}$  блока даних на  $n$ -му підрівні  $k$ -ї підплощини приймальної підсистеми, які зв'язані лінійною залежністю

$$\zeta_k^{(n)\uparrow} = \left( 1 + \delta_k^{(n)\uparrow} \right), \quad k = \overline{1, M}, \quad (21)$$

де 
$$\zeta_k^{(n)\uparrow} = T_k^{(n)\uparrow} / T_k^{(n-1)\uparrow}, \quad k = \overline{1, M}, \quad (22)$$

$$\delta_k^{(n)\uparrow} = \Delta\tau_k^{(n)\uparrow} / T_k^{(n-1)\uparrow}, \quad k = \overline{1, M}. \quad (23)$$

З урахуванням (22), (23) рівняння (20) набуде виду

$$T_k^{(n)\uparrow} = T_k^{(n-1)\uparrow} \zeta_k^{(n)\uparrow}, \quad k = \overline{1, M}. \quad (24)$$

Коефіцієнти відносного збільшення затримок, як у передавальних, так і в приймальних підсистемах більші чи дорівнюють одиниці, тобто  $\zeta_k^{(n)\uparrow} \geq 1$ .

Таким чином, за відсутності взаємних зв'язків між об'єктами  $n$ -го підрівня різних підплощин приймальної підсистеми перетворювальні функції  $F_{kk}^{(n)\uparrow}$  у матричному рівнянні (1) можна розрахувати за формулою

$$F_{kk}^{(n)\uparrow} = \begin{cases} 0, & k \neq l, \\ \zeta_k^{(n)\uparrow}, & k = l. \end{cases} \quad (25)$$

Аналогічно (20) знайдемо абсолютне збільшення затримки обробки блока даних об'єктами  $k$ -ї підплощини при його просуванні від підрівня  $n$  до підрівня  $m$  у приймальній підсистемі

$$T_k^{(m)\uparrow} = T_k^{(n-1)\uparrow} + \Delta\tau_k^{(n,m)\uparrow}, \quad 1 \leq n \leq m \leq N, \quad k = \overline{1, M}, \quad (26)$$

де 
$$\Delta\tau_k^{(n,m)\uparrow} = \sum_{i=n}^m \Delta\tau_k^{(i)\uparrow}, \quad 1 \leq n \leq m \leq N, \quad k = \overline{1, M}. \quad (27)$$

Відносне збільшення затримки, а також коефіцієнт збільшення затримки блока даних в об'єктах  $k$ -ї підплощини між виходами підрівнів  $n-1$  і  $m$  приймальної підсистеми можна розрахувати за відповідними формулами:

$$\delta_k^{(n,m)\uparrow} = \Delta\tau_k^{(n,m)\uparrow} / T_k^{(n-1)\uparrow}, \quad 1 \leq n \leq m \leq N, \quad k = \overline{1, M}, \quad (28)$$

$$\zeta_k^{(n,m)\uparrow} = T_k^{(m)\uparrow} / T_k^{(n-1)\uparrow} = (1 - \delta_k^{(n,m)\uparrow}), \quad 1 \leq n \leq m \leq N, \quad k = \overline{1, M}. \quad (29)$$

З урахуванням (29) формула (26) набуде виду

$$T_k^{(m)\uparrow} = T_k^{(n-1)\uparrow} \zeta_k^{(n,m)\uparrow}, \quad 1 \leq n \leq m \leq N, \quad k = \overline{1, M}. \quad (30)$$

Коефіцієнт (29) збільшення затримки блока даних між виходами об'єктів підрівнів  $n-1$  і  $m$  можна розрахувати також через коефіцієнти (22) збільшення затримки  $\zeta_k^{(i)\downarrow}$  на  $i$ -х підрівнях приймальної підсистеми

$$\zeta_k^{(n,m)\uparrow} = \prod_{i=n}^m \zeta_k^{(i)\uparrow}, \quad 1 \leq n \leq m \leq N, \quad k = \overline{1, M}. \quad (31)$$

При аналізі збільшення затримок даних об'єктами всіх підрівнів підплощини  $k$  в приймальній підсистемі необхідно у формулах (26), ..., (31) прийняти  $m = N$ , а  $n = 1$ . Однак, якщо затримка  $T_k^{(n-1)\uparrow} = 0$ , то для усунення невизначеності у рівняннях (28), ..., (31) необхідно покласти  $n = 2$ , а для розрахунку затримки даних на підрівні  $n = 1$  в передавальній підсистемі доцільно використати формулу (26).

**3. Моделювання затримок даних у транзитних системах.** Транзитна система виконує приймання, оброблення даних (сигналів), які надійшли з будь-яких портів, перенаправлення, формування службової інформації та передавання прийнятих корисних даних (сигналів) через інші порти. При цьому в транзитній системі може бути задіяно  $L \leq N$  підрівнів. Використовуючи матричні рівняння (3), (18) визначимо затримку даних у транзитній системі, наприклад між об'єктами підрівня  $n$  приймальної підсистеми і підрівня  $m$  передавальної підсистеми

$$\mathbf{T}^{(m)\downarrow} = \left[ \prod_{i=0}^{L-m} \mathbf{F}_i^{(L-i)\downarrow} \right] \left[ \prod_{i=n}^L \mathbf{F}_i^{(i)\uparrow} \right] \mathbf{T}^{(n-1)\uparrow}, \quad n \leq L, \quad m \leq L. \quad (32)$$

За відсутності взаємних зв'язків між об'єктами різних підплощин процедура обчислення добутків матриць перетворювальних функцій у матричному рівнянні (32) значно спрощується

$$\mathbf{T}^{(m)\downarrow} = \begin{bmatrix} \prod_{i=0}^{L-m} F_{11}^{(L-i)\downarrow} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \prod_{i=0}^{L-m} F_{22}^{(L-i)\downarrow} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \prod_{i=0}^{L-m} F_{MM}^{(L-i)\downarrow} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \prod_{i=n}^L F_{11}^{(i)\uparrow} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \prod_{i=n}^L F_{22}^{(i)\uparrow} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \prod_{i=n}^L F_{MM}^{(i)\uparrow} \end{bmatrix} \mathbf{T}^{(n-1)\uparrow}. \quad (33)$$

Перетворювальні функції  $F_{kk}^{(i)\downarrow}$  та  $F_{kk}^{(i)\uparrow}$  у матричному рівнянні (33) збігаються з коефіцієнтами збільшення затримки (10) і (25).

Використовуючи матричне рівняння (33) і перетворювальні функції, виражені через коефіцієнти збільшення затримки (16) і (31), знайдемо абсолютне збільшення затримки оброблення блоків даних об'єктами  $k$ -ї підплощини транзитної системи при їх просуванні від підрівня  $n$  приймальної підсистеми до підрівня  $m$  передавальної підсистеми

$$T_k^{(m)\downarrow} = \left( \prod_{i=0}^{L-m} \zeta_k^{(L-i)\downarrow} \right) \left( \prod_{i=n}^L \zeta_k^{(i)\uparrow} \right) T_k^{(n-1)\uparrow}, \quad n \leq L, \quad m \leq L, \quad k = \overline{1, M}. \quad (34)$$

З (34) отримаємо формулу розрахунку коефіцієнта збільшення затримки блока даних об'єктами  $k$ -ї підплощини транзитної системи при його просуванні від підрівня  $n$  приймальної підсистеми до підрівня  $m$  передавальної підсистеми

$$\zeta_k^{(n,m)\uparrow\downarrow} = \left( \prod_{i=0}^{L-m} \zeta_k^{(L-i)\downarrow} \right) \prod_{i=n}^L \zeta_k^{(i)\uparrow}, \quad n \leq L, \quad m \leq L, \quad k = \overline{1, M}. \quad (35)$$

З урахуванням (35) формула (34) набуде виду

$$T_k^{(m)\downarrow} = \zeta_k^{(n,m)\uparrow\downarrow} T_k^{(n-1)\uparrow}, \quad n \leq L, \quad m \leq L, \quad k = \overline{1, M}. \quad (36)$$

Абсолютне збільшення затримки блока даних об'єктами  $k$ -ї підплощини транзитної системи при просуванні даних від підрівня  $n$  приймальної до підрівня  $m$  передавальної підсистем можна також розрахувати використовуючи величини затримок даних на  $i$ -х підрівнях цих підсистем, використовуючи формули (11), (12) і (26), (27)

$$T_k^{(m)\downarrow} = T_k^{(n-1)\uparrow} + \Delta\tau_k^{(n,m)\uparrow\downarrow}, \quad n \leq L, \quad m \leq L, \quad k = \overline{1, M}, \quad (37)$$

де

$$\Delta\tau_k^{(n,m)\uparrow\downarrow} = \Delta\tau_k^{(n,L)\uparrow} + \Delta\tau_k^{(L,m)\downarrow} = \sum_{i=n}^L \Delta\tau_k^{(i)\uparrow} + \sum_{i=0}^{L-m} \Delta\tau_k^{(L-i)\downarrow}. \quad (38)$$

Затримка оброблення даних усіма  $L$  підрівнями  $k$ -ї підплощини транзитної системи визначається при значеннях  $n = m = 1$ .

**4. Моделювання затримок даних у середовищах передавання.** Для передавання даних по направляючому середовищу, які сформовані об'єктами різних підплощин системи, в загальному випадку, може бути організовано  $M$  фізичних каналів. Отже, для кожної з підплощин взаємодіючих систем, затримки даних у середовищі передавання можуть бути різними. Однак, у багатьох телекомунікаційних системах для передавання даних, сформованих об'єктами різних підплощин, використовується один фізичний канал. Звичайно, що в цьому випадку, затримки даних у середовищі передавання для кожної з підплощин будуть однаковими.

Для моделювання затримок даних у середовищі передавання можна використати рівняння (2), ..., (10), вважаючи що  $n = m = 0$ . Нехай  $T_k^{(1)\downarrow}$  затримка даних на виході об'єктів передавальної підсистеми (на вході середовища передавання), тоді формули розрахунку відносного й абсолютного збільшення затримок даних (7), ..., (9) у середовищі передавання набудуть виду:

$$\delta_k^{(0)\downarrow} = \Delta\tau_k^{(0)\downarrow} / T_k^{(1)\downarrow}, \quad k = \overline{1, M}, \quad (39)$$

$$\zeta_k^{(0)\downarrow} = (1 + \delta_k^{(0)\downarrow}), \quad k = \overline{1, M}, \quad (40)$$

$$T_k^{(0)\downarrow} = T_k^{(1)\downarrow} \zeta_k^{(0)\downarrow}, \quad k = \overline{1, M}. \quad (41)$$

**5. Методика аналізу затримок даних у інфотелекомунікаційних мережах.** З вище викладеного випливає, що розрахунок затримок даних у взаємодіючих кінцевих і транзитних системах, а також у середовищах передавання інфотелекомунікаційної мережі доцільно проводити за такою послідовністю:

- відповідно до алгоритму маршрутизації необхідно визначити транзитні системи та канали зв'язку на шляху передавання блоків даних між взаємодіючими кінцевими системами мережі;
- виділити елементарні об'єкти, які обробляють дані (сигнали) на кожному підрівні взаємодіючих кінцевих і транзитних систем, тобто виконати декомпозицію кінцевих систем на  $M$  підплощин і  $N$  підрівнів, а транзитних – на  $M$  підплощин і  $L$  підрівнів;
- використовуючи функціональні особливості об'єктів кожного підрівня й підплощини в кінцевих і транзитних системах визначити величини затримок оброблення даних (сигналів) для передавальних  $\Delta\tau_k^{(n)\downarrow}$ , приймальних  $\Delta\tau_k^{(n)\uparrow}$  підсистем, а також для середовищ передавання  $\Delta\tau_k^{(0)\downarrow}$ ;
- за формулами (8) і (21) розрахувати значення коефіцієнтів збільшення затримок даних (елементи матриць перетворювальних функцій) на  $n$ -му підрівні,  $k$ -й підплощині для кінцевих і транзитних систем, а також для середовищ передавання;
- за формулами (16), (31) при  $n=1$ ,  $m=M$  та за формулою (35) при  $n=m=1$  розрахувати коефіцієнти збільшення затримок блоків даних відповідно в кінцевих і транзитних системах;
- використовуючи коефіцієнти збільшення затримок блоків даних визначити затримки даних в кінцевих (формули (15) і (30), при  $n=1$ ,  $m=M$ ) й транзитних (формула (36), при  $n=m=1$ ) системах мережі, а також у середовищах передавання (формула (41),  $n=0$ );
- розрахувати сумарну затримку даних між взаємодіючими системами мережі.

Отже, зробимо наступні висновки. Запропоновані перетворювальні функції, які дозволили на базі узагальненої математичної моделі взаємодії відкритих систем [1] розробити математичну модель затримки даних об'єктами протокольних рівнів і площин взаємодіючих системам інфотелекомунікацій. Розроблена математична модель затримок даних може бути використана:

- для порівняльної оцінки інфотелекомунікаційних технологій за критерієм мінімуму максимальної затримки даних;
- при вирішенні задач аналізу й мінімізації затримки даних у інфотелекомунікаційних мережах;
- для аналізу та мінімізації варіації затримки даних у інфотелекомунікаційних мережах.

### Література

1. Воробієнко П.П., Струкало М.И. Обобщенная математическая модель взаимодействия телекоммуникационных систем // Электросвязь.– 2003. – № 11. – С. 44–46.
2. Воробієнко П.П. Концепция обобщенной эталонной модели взаимодействия открытых систем // Электросвязь.– 2001. – № 10. – С. 14-15.
3. Воробієнко П.П., Струкало М.И. Обобщенная информационная модель взаимодействия систем инфокоммуникаций // Электросвязь.– 2004. – № 6. – С. 24–26.