

**ОЦЕНКА ОСТАТОЧНЫХ ИСКАЖЕНИЙ ЭКВАЛАЙЗЕРА  
В МОДЕМАХ С КАМ МОДУЛЯЦИЕЙ**

**CORRECTION DISTORTIONS ESTIMATION OF EQUALIZER  
IN MODEMS WITH QAM MODULATION**

**Аннотация.** Разработан метод численной оценки остаточных искажений корректора сигнала в модемах с КАМ модуляцией.

**Summary.** Designed a method of numerical estimate equalizer correction distortions in modems with QAM modulation.

Использование высокоскоростных модемов (ВМ) для цифровизации металлического кабеля позволяет получить относительно высокую скорость и низкую вероятность ошибки данных в ограниченной полосе частот и тем самым дают возможность организовать цифровые потоки на существующих линейно-кабельных сооружениях [1]. Общей причиной ограничения скорости передачи данных в ВМ является искажение сигнала проходящего по каналу связи. Для увеличения скорости передачи данных в ВМ используют корректор сигнала (КС), но при этом **возникает проблема**, как численно оценить остаточные искажения корректора.

Из **анализа исследований** посвященных КС [2],[3] можно сказать, что корректоры сигнала хорошо исследованы как отдельный модуль модема и остаточные искажения оценивают по величине среднеквадратической ошибки. Однако ранее было показана необходимость учитывать работу тактовой и несущей синхронизации [4], неточность работы которых воспринимается КС как искажения и возникает необходимость найти численную величину, которая качественно могла дать оценку работе корректора в составе модема с квадратурно-амплитудной модуляцией (КАМ) сигнала.

**Целью данной статьи** является нахождение метода для численной оценки, которую можно использовать как показатель качества работы корректора сигнала в ВМ.

Рассмотрим показатель, который определяет качество работы модема – это вероятность ошибки передачи данных по конкретному каналу связи. Вероятность ошибки связана с отношением сигнал/шум соотношением [5]:

$$P = 1 - \left[ 1 - 2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \cdot Q \left( \sqrt{\frac{3}{M-1}} \times \frac{C}{\text{Ш}} \right) \right]^2, \quad (1)$$

где  $Q(x)$  – функция Маркума;

$\frac{C}{\text{Ш}}$  – отношение сигнал/шум на входе приемника;

$M$  – количество сигнальных точек в созвездии.

Зависимость вероятности ошибки на бит от отношения сигнал/шум показана на рис. 1. Как видно из рисунка, незначительное изменение сигнал/шум (на единицы) приводит к значительному изменению (на порядок) вероятности ошибки на бит принимаемого сигнала. Такая зависимость не позволяет корректно оценить влияния остаточных искажений.

Так как влияние искажений приводит к размытию сигнального созвездия КАМ сигнала, точно также как и шумы канала связи и шумы тактовой синхронизации, то для оценки влияния остаточных искажений предлагается использовать запас защищенности по шумам. Запас защищенности по шумам  $\Delta \frac{C}{\text{Ш}}$  показывает, на сколько можно уменьшить (ухудшить) отношение сигнал/шум на входе

приемника  $\frac{C}{\text{Ш}}$  для достижения заданной вероятности ошибки на бит (обычно  $10^{-3}$  или  $10^{-6}$ )  $\frac{C}{\text{Ш}_P}$

$$\Delta \frac{C}{\text{Ш}} = \frac{C}{\text{Ш}} - \frac{C}{\text{Ш}_{P=10^{-6}}}. \quad (2)$$

Размытие сигнальных точек КАМ созвездия вызвано следующими факторами: не точностью установки тактовой синхронизации, остаточными искажениями в сигнале и шумами, действующими в канале связи. Эти шумы независимы друг от друга и дисперсию «размытия» сигнальных точек КАМ созвездия  $\sigma_{\text{const}}^2$  можно определить так:

$$\sigma_{\text{const}}^2 = \sigma_{\text{noise}}^2 + \sigma_{\text{clock}}^2 + \sigma_{\text{distr}}^2, \quad (3)$$

где  $\sigma_{\text{noise}}^2$ ,  $\sigma_{\text{clock}}^2$  и  $\sigma_{\text{distr}}^2$  – дисперсии размытия сигнальных точек, вызванные шумами в канале связи, неточностью установки тактовой синхронизации и остаточными искажениями корректора сигнала ВМ соответственно.

Остальные факторы, такие, как шумы квантования АЦП, шумы, вызванные нестабильностью и джиттером опорных частот и т.д., вносят малое влияние по сравнению с выше перечисленными факторами, и их вкладом можно пренебречь.

Предположим, что в каналах связи действуют шумы с нормальным законом распределения [6], тогда линейные цепи модема, такие как усилители, фильтры, корректоры и т.д. не меняют плотности распределения сигнала, проходящего через них, следовательно, шумы канала будут вносить ошибки (размывать сигнальное созвездие) по нормальному закону распределения.

Ошибки, вызванные тактовой синхронизацией, возникают вследствие наложения КАМ символов при неправильной фазе тактирующего колебания. Так как модем содержит фильтры, формирующие спектр в модуляторе и демодуляторе, которые имеют относительно длинный отклик на импульсную характеристику, то при неправильной фазе тактирующего колебания влияние на принятую точку созвездия оказывают предыдущие КАМ символы с разным весовым коэффициентом. Для сигнала с низким расширением спектра (15% и меньше) участие во вкладе принимают более 150 символов. Амплитуда КАМ символов за счет использования скремблирования входных данных имеет равномерный закон распределения. КС также увеличивает число КАМ символов влияющих на положение принятой точки. Согласно центральной предельной теореме, суммарная плотность распределения этих ошибок будет стремиться к нормальному закону, что подтверждают реальные эксперименты с КАМ модемами и программные модели модемов.

Ошибки, вызванные искажениями, также приводят к взаимному влиянию символов друг на друга, что, как было показано выше, приводит к ошибкам с нормальным законом распределения вероятности.

Так как в формуле 3 суммируются дисперсии нормально распределенных шумов с нулевым математическим ожиданием, то суммарная ошибка будет иметь тоже нормально распределенную плотность вероятности с нулевым значением математического ожидания.

Величину дисперсии «размытия» точек сигнального созвездия  $\sigma_{\text{const}}^2$  можно найти как

$$\sigma_{\text{const}}^2 = \frac{1}{N} \sum_i^N (X_d - X_i)^2, \quad (4)$$

где  $X_d$  – ожидаемая величина принятого сигнала (решение о принятом сигнале);  $X_i$  – значение принятого сигнала;  $N$  – число выборок, по которым проводится усреднение.

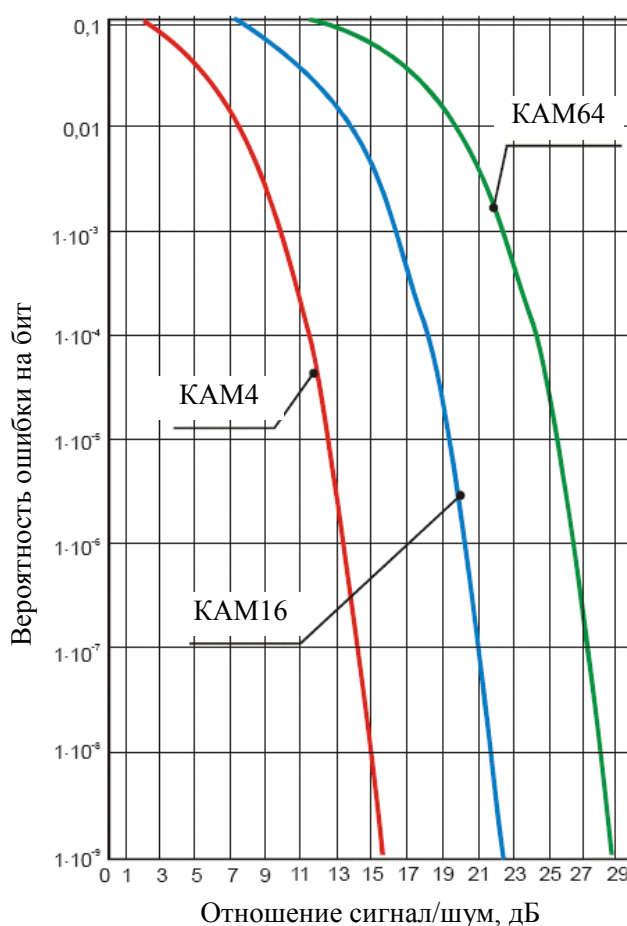


Рисунок 1 – Зависимость отношения сигнал/шум от вероятности ошибки на бит

Зная мощность принимаемого сигнала  $P_s$  и вычислив дисперсию шума  $\sigma_{\text{const}}^2$ , можно вычислить отношение сигнал/шум:

$$\frac{C}{\text{Ш}} = \frac{P_s}{\sigma_{\text{const}}^2}, \quad (5)$$

и используя формулу 2, определить запас защищенности по шумам.

Вероятности ошибки на бит, также можно определить по «размытости» точек КАМ созвездия, для этого надо найти вероятность превышения порога, по которому принимается решение о значении принятого символа (рис. 2). На рисунке рассматривается одна координата двух соседних точек КАМ созвездия, центры точек созвездия (идеальные координаты) обозначены  $X_1$  и  $X_2$ , порог принятия решения  $X_0$ , который выбирается как половина расстояния между центрами точек созвездия. На рисунке по оси абсцисс отложена амплитуда принятого сигнала  $A$ , а по оси ординат – дисперсия сигнала  $\sigma_{\text{const}}^2$ . Так как вероятность возникновения ошибки, т.е. вероятность перехода точки из одной окрестности в другую, имеет нормальный закон распределения, то найдем ее, используя функцию Гаусса:

$$P = \frac{1}{\sigma_{\text{const}} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{X_0}^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_{\text{const}}^2}} dy \quad (6)$$

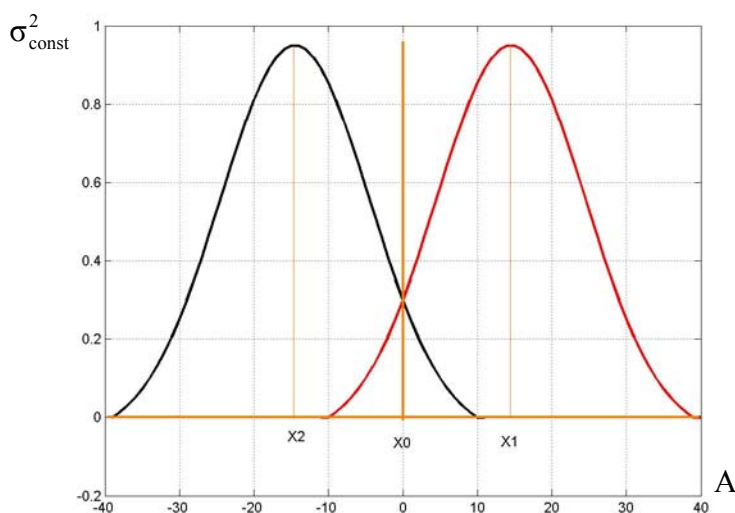


Рисунок 2 – Плотности распределения ошибок

Но в этом случае, как было показано в начале статьи, погрешность определения дисперсии шума будет вносить существенную погрешность в определение вероятности ошибки на бит, принимаемого сигнала.

Точность определения отношения сигнал/шум по сигнальному созвездию несколько ухудшается с увеличением дисперсии шума, это связано с принятием неправильного решения (возникновения ошибки), но так как модемы работают с вероятностью ошибки менее  $10^{-4}$ , то этой погрешностью (менее 0,01%) при расчете дисперсии шума можно пренебречь.

Можно сделать **вывод**, что для численной оценки эффекта от использования корректора сигнала удобно пользоваться запасом защищенности по шумам, т.е. тот показатель, который корректор стремится улучшить. Преимуществом этой оценки по сравнению с оценкой вероятности ошибки на бит принятого сигнала является то, что она менее критична к неточности вычисления.

Запас защищенности по шумам – это обобщенный показатель качества связи. Если шумы в канале отсутствуют – он будет оценивать остаточные искажения, если в канале связи отсутствуют искажения, то он будет показывать влияние шумов в канале связи, он так же учитывает и правильность работы систем синхронизаций модема.

**Литература**

1. *Брескин В.А.* Модемный метод модернизации линий передачи металлического кабеля первичной сети // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – Одесса, 2003. – №2. – С.55-58.
2. *Haykin Simon.* Adaptive filter theory. Forth edition. – N.J.: by Prentice-Hall, Inc., 2002. – 936 p.
3. *Hanzo L., Webb W., Keller T.* Single- and multi-carrier quadrature amplitude modulation: principles and application for personal communications, WLANs and broadcasting. – New York: by John Wiley and Sons, Ltd., 2000. – 739 p.
4. *Сухарев К.В.* Метод анализа корректирующей способности эквалайзера в модемах с КАМ модуляцией // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – Одеса, 2005. – №2.
5. *Прокис Д.* Цифровая связь: Пер. с англ./ Под ред. Д. Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
6. *Нарытник Т.Н.* Радиорелейные и тропосферные системы передачи: Учебное пособие. – К.: Концерн «Видавничий Дім «Ін Юре», 2003. – 336 с.