УДК 621.372

Паску Д.Г.
Pascu D.G.

ИССЛЕДОВАНИЕ АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ, СОДЕРЖАЩИХ ЦЕПИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА ПРИ ПЕРИОДИЧЕСКОМ ЭКСПОСИНУСОИДАЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

INVESTIGATION OF AMPLITUDE-FREQUENCY CHARACTERISTICS OF SISTEMS, CONTAINS FIRST-ORDER CIRCUITS UNDER PERIODIC EXPOSINUSOIDAL EXCITATION

Аннотация. Проведено исследование амплитудно-частотных характеристик систем, содержащих RL- и RC- цепи при периодическом экспосинусоидальном воздействии.

Summary. Amplitude-frequency characteristics of sistems, contains RL- and RC- circuits under periodic exposinusoidal excitation is investigated.

Исследование характеристик радиотехнических цепей на основе новых физических явлений способствует решению проблемы повышения качества радиосвязи. К таким новым физическим явлениям относится явление выделения активной мощности реактивными элементами при экспофункциональном воздействии [1]. В работе [2] решена задача анализа электрических цепей при непериодических экспофункциональных сигналах. В работах [3, 4] решена такая же задача при периодических экспофункциональных сигналах. Однако в литературе отсутствуют сведения об исследовании амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) линейных систем [5], содержащих цепи с реактивными элементами при воздействии на них экспосинусоидальных сигналов. Поэтому цель данной работы – провести исследование АЧХ систем, содержащих цепи первого порядка при периодическом экспосинусоидальном воздействии.

Проведем исследование АЧХ на примере системы, содержащей RL- цепь (рис.1) при периодическом экспосинусоидальном воздействии [4].

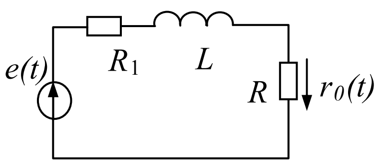

Рисунок 1

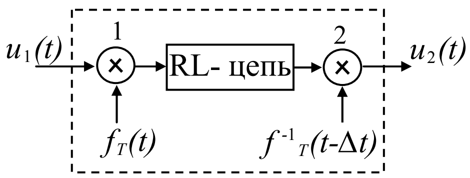

Рисунок 2

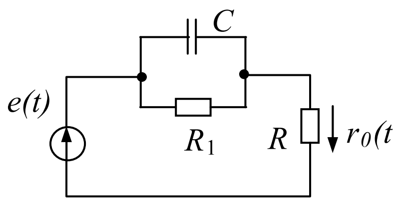

Рисунок 3

Для исследования поместим указанную RL-цепь во вспомогательное устройство [6], как показано на рис. 2. Получим систему (обведена пунктиром на рис. 2), АЧХ которой необходимо исследовать. Цифрами 1 и 2 обозначены аналоговые перемножители сигналов [7].

Пусть на вход перемножителя 1 поступает гармонический сигнал $u_1(t) = U_{1m}\sin(\omega t + \varphi_1)$. В перемножителе 1 сигнал $u_1(t)$ перемножается на периодическую (с периодом T) экспофункцию $f_T(t)$ [3, 6]

$$f_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-\lambda_1(t-nT)}\left\{1(t-nT) - 1[t-(n+1)T)]\right\}, \tag{1}$$

где λ_1 – положительное число; $1(t)$ – единичная функция; n – целое число.

На выходе перемножителя 2 получается также гармонический сигнал $u_2(t) = U_{2m}\sin(\omega t + \varphi_2)$. Тогда комплексная передаточная функция по напряжению такой системы [5] определяется как отношение комплексной амплитуды $\dot{U}_{2m}$ к комплексной амплитуде воздействия $\dot{U}_{1m}$, а отношение их модулей U_{2m} и U_{1m} будет представлять собой АЧХ такой системы. В работе [4] показано, что при повторяющемся (с периодом T) воздействии вида $U_{1m}e^{-\lambda_1 t}\sin(\omega t + \varphi_1)$, прикладываемом к RL- цепи, установившаяся реакция цепи на интервале $[0, T)$ может быть найдена как разность между полной и свободной реакцией, т.е. на входе перемножителя 2 имеем сигнал вида

$$r_1(t)=e^{-\lambda_1 t}\left\{\frac{U_{1m}R}{L}e^{-(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)t}\left[e^{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)t}\cos\varphi_1\frac{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)\sin\omega t-\omega\cos\omega t}{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)^2+\omega^2}+\right.\right.$$

$$+e^{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)t}\sin\varphi_1\frac{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)\cos\omega t+\omega\sin\omega t}{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)^2+\omega^2}-\frac{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)\sin\varphi_1}{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)^2+\omega^2}+$$

$$\left.\left.+\frac{\omega\cos\varphi_1}{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)^2+\omega^2}\right]-\frac{U_{1m}R}{L}e^{-(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)t}\frac{-(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)\sin\varphi_1+\omega\cos\varphi_1}{[(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)^2+\omega^2](1-e^{\frac{R_1+R}{L}T})}\left[1-e^{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)T_1}\right]\right\}. \qquad (2)$$

Для упрощения расчетов примем $\varphi_1=0$. В работе [4] было показано, что свободной составляющей можно также пренебречь при выполнении условия $\frac{R_1+R}{L}T\geq 4$. С учетом этого (2) примет вид

$$r_1(t)=e^{-\lambda_1 t}\left\{\frac{U_{1m}R}{L}\left[\frac{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)\sin\omega t-\omega\cos\omega t}{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)^2+\omega^2}+e^{-(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)t}\frac{\omega}{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)^2+\omega^2}\right]\right\}. \qquad (3)$$

Первое слагаемое в квадратных скобках (3) отображает вынужденную составляющую, обусловленную включением на интервале [0, T) источника гармонического задающего напряжения (затухающего по экспоненциальному закону) в RL-цепь. Второе слагаемое в квадратных скобках (3) отображает затухающий по экспоненциальному закону свободный процесс, который можно не учитывать при решении данной задачи. Таким образом, установившаяся реакция RL-цепи определяется выражением

$$r_1(t)=e^{-\lambda_1 t}\left[\frac{U_{1m}R}{L}\frac{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)\sin\omega t-\omega\cos\omega t}{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)^2+\omega^2}\right]. \qquad (4)$$

Из рис. 2 следует, что на выходе перемножителя 2 получаем гармонический сигнал, описываемый выражением

$$u_2(t)=\frac{U_{1m}R}{L}\frac{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)\sin\omega t-\omega\cos\omega t}{(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1)^2+\omega^2}. \qquad (5)$$

Числитель выражения (5) представляет собой сумму двух гармонических колебаний. Амплитуда такого сигнала определяется геометрическим сложением амплитуд каждого из колебаний [8]. Тогда амплитуда сигнала, описываемого выражением (5), равна

$$U_{2m}=\frac{U_{1m}R}{L}\frac{\sqrt{\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)^2+\omega^2}}{\left(\frac{R_1+R}{L}-\lambda_1\right)^2+\omega^2}=\frac{U_{1m}R}{\sqrt{(R+R_1-\lambda_1 L)^2+(\omega L)^2}}\,. \tag{6}$$

Взяв отношение амплитуды U_{2m} к U_{1m}, определим АЧХ системы, содержащей RL-цепь

$$H_L(\omega)=\frac{R}{\sqrt{(R+R_1-\lambda_1 L)^2+(\omega L)^2}}\,. \tag{7}$$

Из выражения (7) следует, что при $R_1 = \lambda_1 L$, АЧХ системы $H_L(\omega)$ переходит в АЧХ RL-цепи без потерь ($R_1 = 0$), определяемой выражением

$$H_{L0}(\omega)=\frac{R}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\,. \tag{8}$$

Зная установившуюся реакцию RC-цепи [4, 9], с помощью аналогичных рассуждений определим АЧХ системы, содержащей RC-цепь (рис.3),

$$H_C(\omega)=\frac{\sqrt{\left(\frac{\omega}{RC}\right)^2+\left[\left(\frac{1}{R_1C}-\lambda_1\right)\left(\frac{R_1+R}{RR_1C}-\lambda_1\right)+\omega^2\right]^2}}{\left(\frac{R_1+R}{RR_1C}-\lambda_1\right)^2+\omega^2}\,. \tag{9}$$

Из выражения (9) следует, что при $R_1 = 1/\lambda_1 C$, $H_C(\omega)$ переходит в АЧХ RC-цепи без потерь ($R_1 = \infty$), определяемой выражением

$$H_{C0}(\omega)=\frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}\,. \tag{10}$$

При моделировании процессов на ЭВМ (MATLAB 6.5) с использованием выражений (7) – (10) получены графики АЧХ цепей. Для RL-цепи (U_{1m} = 10 В; R_1 = 10 Ом; L = 24 мГн; R = 10 Ом, λ_1 = 417) графики АЧХ представлены на рис. 4. Сплошной линией показан график $H_{L0}(\omega)$, рассчитанной по формуле (8); пунктиром – $H_L(\omega)$, рассчитанной по формуле (7).

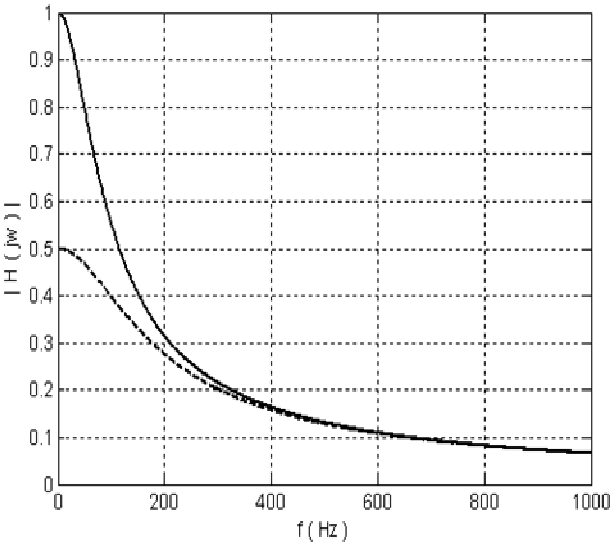

Рисунок 4

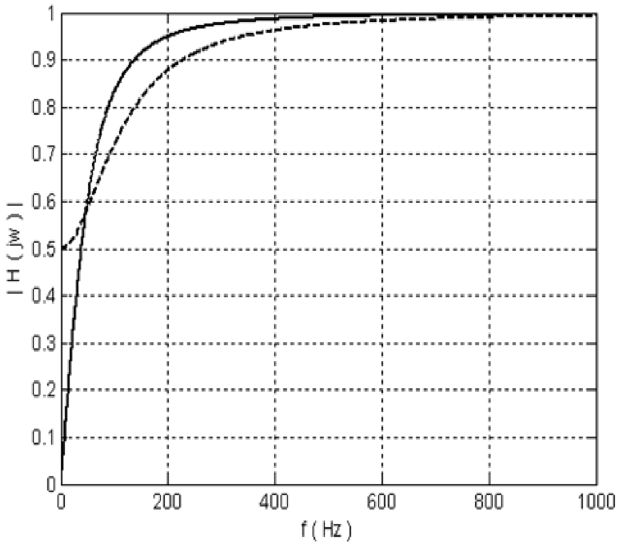

Рисунок 5

Для RC-цепи (U_{1m} = 10 В; R_1 = 2000 Ом; C = 1,2 мкФ; R = 2000 Ом; λ_1 = 417) графики АЧХ представлены на рис. 5. Сплошной линией показан график $H_{C0}(\omega)$, рассчитанной по формуле (10); пунктиром – $H_C(\omega)$, рассчитанной по формуле (9).

Проанализируем полученные результаты. Вследствие компенсации потерь в реактивных элементах при применении периодических экспосинусоидальных сигналов АЧХ системы, содержащей *RL*-цепь, совпадает с АЧХ *RL*-цепи без потерь. Аналогичные результаты получаются и для *RC*-цепи.

Таким образом, в данной работе проведено исследование амплитудно-частотных характеристик систем, содержащих цепи первого порядка при периодическом экспосинусоидальном воздействии, подтверждающее явление выделения активной мощности реактивными элементами при экспофункциональном воздействии.

Литература

1. *Іваницький А.М.* Явище виділення активної потужності реактивними елементами електричного кола / Диплом на відкриття НВ №3, зареєстровано 12.01.99; пріоритет від 31.11.94// Винахідник України. – 1999. – №2. – 2000. – №1. – С.121–126.
2. *Иваницкий А.М.* Реактивные элементы при экспофункциональных воздействиях // Информатика и связь: Сб. науч. тр. Укр. госуд. акад. связи им. А.С. Попова. – 1996. – № 1. – Одесса. – С. 236–240.
3. *Иваницкий А.М.* Компенсация потерь электрической энергии в электрической цепи при воздействии сигналов произвольной длительности // Наукові праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – 1999. – № 1. – Одесса. – С. 50–52.
4. *Иваницкий А.М., Паску Д.Г.* Исследование цепей первого порядка при периодическом экспофункциональном воздействии // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2004. – № 3. – Одесса. – С. 40–45.
5. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник. – М.: Высшая школа, 1983. – 536 с.
6. *Иваницкий А.М.* Применение экспофункциональных воздействий в электросвязи и электроэнергетике // Наукові праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – 1999. – № 2. – Одесса. – С. 53–57.
7. *Аналоговые* и цифровые интегральные микросхемы: Справочное пособие / *С.В. Якубовский, Н.А. Барканов, Л.И.Ниссельсон и др.* – М.: Радио и связь, 1985. – 432 с.
8. *Атабеков Г.И.* Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1969. – 424 с.
9. *Иваницкий А.М., Паску Д.Г.* Исправления к статье "Исследование цепей первого порядка при периодическом экспофункциональном воздействии" // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2005. – № 1. – Одесса.