

**ANALYTICAL DESCRIPTION OF NONLINEAR OBJECT WHEN MODELING SYSTEMS OF INFORMATION TRANSFER**

<sup>1</sup>Pichugin Y.D., <sup>2</sup>Trofymenko T.G.

<sup>1</sup>Odesa National Polytechnic University, 1,  
Shevchenko Ave, Odesa 65044, Ukraine.

<sup>2</sup>O.S. Popov Odesa National Academy of Telecommunications,  
1 Kuznechna St., Odesa, 65029, Ukraine.  
[ttaniatrofimenko@gmail.com](mailto:ttaniatrofimenko@gmail.com)

**АНАЛІТИЧНИЙ ОПИС НЕЛІНІЙНОГО ОБ'ЄКТА ПРИ МОДЕЛЮВАННІ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ**

<sup>1</sup>Пічугін Є.Д., <sup>2</sup>Трофименко Т.Г.

<sup>1</sup>Одеський національний політехнічний університет,  
65044, Україна, м. Одеса, пр-т Шевченка, 1.

<sup>2</sup>Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова,  
65029, Україна, м. Одеса, вул. Кузнечна, 1.  
[ttaniatrofimenko@gmail.com](mailto:ttaniatrofimenko@gmail.com)

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ**

<sup>1</sup>Пичугин Е.Д., <sup>2</sup>Трофименко Т.Г.

<sup>1</sup>Одесский национальный политехнический университет,  
65044, Украина, г. Одесса, пр-т Шевченко, 1.

<sup>2</sup>Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова,  
65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнечная, 1.  
[ttaniatrofimenko@gmail.com](mailto:ttaniatrofimenko@gmail.com)

**Abstract.** The paper proposes an analytical tool in the form of a point interpolation method that allows describing transition processes in nonlinear objects taking into account the shape of the signals and the minimum number of discrete samples (minimizes the number of terms in the general expression describing the behavior of the signal in its domain). In addition, the proposed method of describing the signals provides their compression, which is important in the transmission of signals and their storage. The gain in the sampling interval, compared with polynomial approximation, is shown when providing a given error of signal reproduction by discrete values. A mathematical apparatus for determining the error of the proposed interpolation is developed. The error of the proposed interpolation is compared with the known polynomial ones. A classification of signals at the output of the simulated nonlinear object is proposed and a mathematical apparatus for calculating the error of modeling and reproduction of each type of signals in this classification is developed. The proposed method allows describing analytically the response of the investigated nonlinear object to the produced effect on the numerical values of the ordinates of this response in modeling of information transmission systems. This ensures acceptable accuracy by increasing the sampling interval and reducing the number of discrete samples. The proposed method of analytical description of signal can be used not only in modeling nonlinear object, but also in signal recovery from discrete samples in the case where the signal is stored as discrete samples, as well as when reproducing the signal by an information receiver in the case, when in the form of discrete counts, a signal is transmitted over the communication channel.

**Key words:** information transmission, information transmission systems, modeling, signals, discretization, interpolation, approximation, nonlinear objects, modeling of nonlinear objects.

**Анотація.** В роботі пропонується аналітичний апарат у вигляді методу точкової інтерполяції, що дозволяє описувати перехідні процеси в нелінійних об'єктах з урахуванням форми сигналів та за мінімальною кількістю дискретних відліків (мінімізується кількість доданків у загальному виразі, що описує поведінку сигналу на його області визначення). Крім того, запропонований метод опису сигналів забезпечує їх стиснення, що є важливим при передачі сигналів і їх зберіганні. Показано вииграш в інтервалі дискретизації при забезпеченні заданої похибки відтворення сигналу дискретним значенням, порівняно з поліноміальною апроксимацією. Розроблено математичний апарат для визначення похибки запропонованої інтерполяції. Проведено порівняння похибки запропонованої інтерполяції з відомими поліноміальними. Запропонована класифікація сигналів на виході нелінійного об'єкта, що моделюється, та розроблено математичний апарат для підрахунку похибки моделювання і відтворення кожного виду сигналів в даній класифікації. Запропонований спосіб дозволяє при моделюванні систем передачі інформації аналітично описувати відгук досліджуваного нелінійного об'єкта на вироблений вплив за чисельними значеннями ординат цього відгуку. При цьому забезпечується прийнятна точність при збільшенні інтервалу дискретизації і скороченні кількості дискретних відліків. Запропонований спосіб аналітичного опису сигналу може бути використаний не тільки при моделюванні нелінійного об'єкта, але також і при відтворенні сигналу по дискретних відліках у випадку, коли сигнал зберігається у вигляді дискретних відліків, а також при відтворенні сигналу приймачем інформації у разі, коли у вигляді дискретних відліків сигнал передається по каналу зв'язку.

**Ключові слова:** передача інформації, системи передачі інформації, моделювання, сигнали, дискретизація, інтерполяція, апроксимація, нелінійні об'єкти, моделювання нелінійних об'єктів.

**Аннотация.** В работе предлагается аналитический аппарат в виде метода точечной интерполяции, позволяющий описывать переходные процессы в нелинейных объектах с учетом формы сигналов и по минимальному количеству дискретных отсчетов (минимизируется количество слагаемых в общем выражении, описывающем поведение сигнала на его области определения). Кроме того, предлагаемый метод описания сигналов обеспечивает их сжатие, что является важным при передаче сигналов и их хранении. Показан выигрыш в интервале дискретизации при обеспечении заданной погрешности воспроизведения сигнала по дискретным значениям, по сравнению с полиномиальной аппроксимацией. Разработан математический аппарат для определения погрешности предложенной интерполяции. Проведено сравнение погрешности предложенной интерполяции с известными полиномиальными. Предложена классификация сигналов на выходе моделируемого нелинейного объекта и разработан математический аппарат для подсчета погрешности моделирования и воспроизведения каждого вида сигналов в данной классификации. Предложенный способ позволяет при моделировании систем передачи информации аналитически описывать отклик исследуемого нелинейного объекта на произведенное воздействие по численным значениям ординат этого отклика. При этом обеспечивается приемлемая точность при увеличении интервала дискретизации и сокращении количества дискретных отсчетов. Предложенный способ аналитического описания сигнала может быть использован не только при моделировании нелинейного объекта, но также и при воспроизведении сигнала по дискретным отсчетам в случае, когда сигнал хранится в виде дискретных отсчетов, а также при воспроизведении сигнала приемником информации в случае, когда в виде дискретных отсчетов сигнал передается по каналу связи.

**Ключевые слова:** передача информации, системы передачи информации, моделирование, сигналы, дискретизация, интерполяция, аппроксимация, нелинейные объекты, моделирование нелинейных объектов.

Modern information transmission systems are complex nonlinear systems. Such a system is a set of different nonlinear objects. To select an effective control action on these objects, it is advisable to simulate them. In turn, modeling requires a mathematical description of both input and output signals of the object.

The description of a nonlinear object, or its macromodel in modeling, is determined by the function describing the response deviation from the action. The greatest difficulty is finding an analytical description of the response of the object under study to the impact, as a researcher has only numerical values of response ordinates. This task can be attributed to the class of interpolation tasks, and it is to find the discrete signal counts approximating function that provides the best approximation to the signal.

According to [1, 2], interpolation methods can be classified into two large groups. The first is the analytical method. It is finding an analytical function defined on the entire domain of the signal passing through all of the reference counts (interpolation nodes). Finding such a function,

describing the whole transition process, would be the best solution to the problem. However, firstly, it is extremely difficult to find such a function and, secondly, the method is not universal, since because of any change in response (at least in one ordinate) the entire interpolating function must be determined anew. More appropriate is the method conventionally called piecewise interpolation. It boils down to splitting the signal definition area into sub-domains, on each of which the signal is described by its interpolating function, and then these "pieces" are stitched into one general interpolating function, which constitutes a sum of "pieces", each of which is defined only on its own sub-domain definition. Of the methods of this group, the simplest are the methods of point interpolation [3], which consist in constructing an approximating function on a sampling interval by reference counts so that the values of the approximating function at the boundaries of sampling intervals coincide with the values of the signal. Optimization of the analytical description of the signal by this method comes down to a decrease in the number of "pieces", that is, a decrease of the number of terms in the general expression describing the function in the entire domain of definition (in this regard, it is necessary to solve the problem of increasing the sampling intervals, that is, reducing the number of reference samples used in the description of the signal – data compression), and taking into account the shape of the described signal.

**The purpose of the article.** The purpose of this article is to develop an analytical apparatus for describing transition processes in nonlinear objects while simulating information transmission systems for a minimum number of discrete samples, taking into account the signal shape.

The paper proposes an analytical tool in the form of a point interpolation method that allows describing the transition processes in nonlinear objects taking into account the shape of the signals and with the minimum number of discrete samples (the number of terms in the general expression describing the behavior of the signal in its domain minimizes). In addition, the proposed method of describing signals provides their compression, which is important in the transmission of signals and their storage.

**The main material of the study.** The signals at the outputs of nonlinear objects have an oscillatory form, are limited in time and are not limited in spectrum. In general, such a signal can be represented as a smooth nonmonotonic function:

$$U(t) = \begin{cases} U_o(t) + U_g(t), & \forall t \in [0; T_{\Sigma}]; \\ 0, & \forall t \notin [0; T_{\Sigma}], \end{cases}$$

where  $U_o(t)$  is the «constant» component;  $U_g(t)$  is the dynamic component;  $t$  is current time;  $T_{\Sigma}$  is signal monitoring end time. Here  $|U'_o(t)|_{\max} \ll |U'_g(t)|_{\max}$ ;  $U_g(t)$  is an alternating smooth function having at least two local extrema on  $[0; T_{\Sigma}]$ . On each interval between local of extrema the signal can be written in the form:

$$U(t) = U_o(t) + f(t) \cos \omega t, t \in [\Delta_p \Delta_i + \pi/\omega], \quad (1)$$

where  $f(t)$  is a monotone, continuously differentiable on the interval  $[\Delta_p \Delta_i + \pi/\omega]$  function;  $\Delta_i$  is the distance of the "left" from the  $i$ -th pair of neighboring local extrema from the reference point on the  $t$  axis;  $\pi/\omega \stackrel{\text{def}}{=} \Delta T$  is the interval between neighboring local extrema. The parameters  $U_o(t)$ ,  $f(t)$  and  $\omega$  can take different values at each interval between a new pair of local extrema. A signal of the form (1) at each interval between neighboring local extrema will be approximated by a trigonometric spline of the form:

$$y = (A_1 + A_2)/2 + [(A_1 - A_2)/2] \cos(\pi t / \Delta T), \quad (2)$$

where  $A_1$  и  $A_2$  – neighboring local extrema of the signal;

$$t \in [\Delta_p \Delta_i + \pi/\omega].$$

Algorithm of the description of a signal in this approach comes down to finding its local extrema and the restoration of the signal according to formula (2) at each of the sites  $[\Delta_p \Delta_i + \pi/\omega]$  between neighboring local extrema  $A_1$  and  $A_2$ .

It can be shown that the maximum error of signal reconstruction of form (1) by the function of form (2) on an arbitrary region between local extrema  $[\Delta_i, \Delta_i + \pi/\omega]$  is equal to:

$$\varepsilon = (|f(\Delta_i) - f(\Delta_i + \pi/\omega)|)/2. \quad (3)$$

To compare the error of the cosine restoration with the errors of polynomial approximations, let us explore the applicability of the proposed approach to the class of functions given in Fig. 1. According to the general provisions of the approximation theory [4], the maximum error  $\varepsilon$  of the proposed reconstruction for these functions can be expressed by means of the maximum value of the derivative module  $|f'|_{max}$  on the interval  $\pi/\omega = \Delta T$ :

$$\varepsilon \leq \Delta T |f'|_{max} / 2. \quad (4)$$

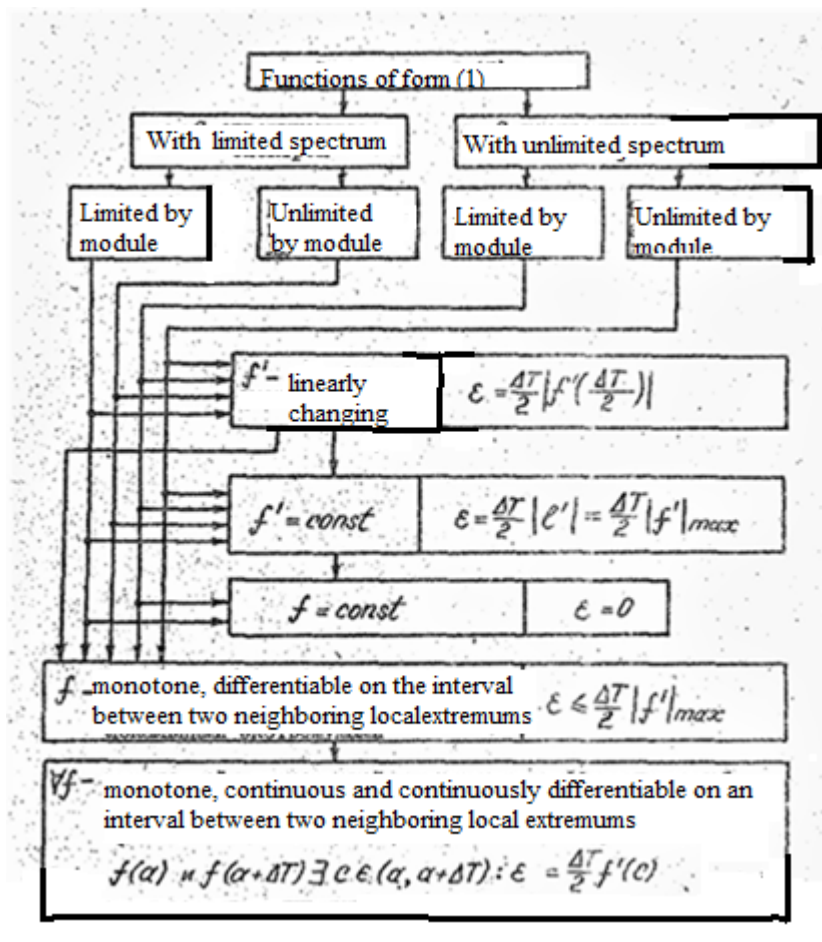


Figure 1 – Classification of functions of form (1)

Using the dependences of approximation errors given in [5, p. 87, Table 2-1] and formula (4), it can be shown that the gain of cos- approximation in the interval of discretization, in comparison with the  $n$ -th degree polynomial approximation, depending on the permissible error  $\varepsilon$  is provided when the following condition is satisfied:

$$\sqrt[n+1]{|U^{(n+1)}|_{max} / |f'|_{max}} > \sqrt{C^* / \varepsilon^n} \Leftrightarrow \sqrt[n+1]{|U|_{max}^n |U^{(n+1)}|_{max} / |f'|_{max}} > \sqrt[n+1]{C^* / \gamma_0^n} \Rightarrow$$

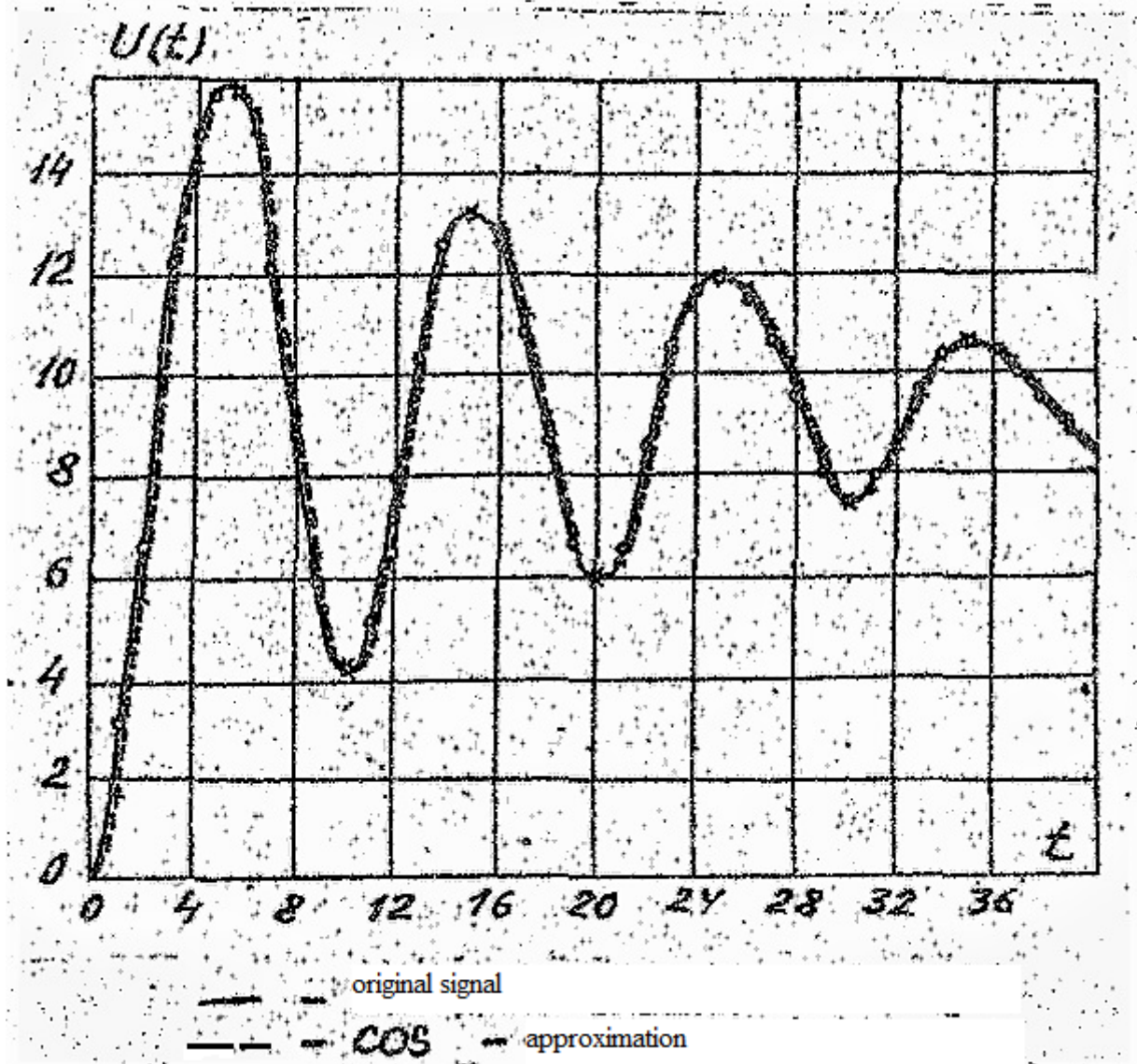
$$\Rightarrow \text{inf } \gamma_0 = \sqrt[n]{|f'|_{\max}^{n+1} C^* / |U|_{\max}^n |U^{n+1}|_{\max}},$$

where  $\gamma_0$  is the permissible relative error;  $C^*$  is a constant determined according to the degree of the basic polynomial approximation [5].

Fig. 2 shows an example of application of the proposed approach to the analytical description of the signal at the output of the simulated nonlinear circuit. Using the cos-approximation by the local extrema for the given signal we receive:

$$U(t) = \begin{cases} (0 + 15,32)/2 + ((0 - 15,32)/2)\cos(\pi t/5), & \forall t \in [0; 5[; \\ (15,32 + 3,80)/2 + ((15,32 - 3,80)/2)\cos(\pi t/5), & \forall t \in [5; 10[; \\ (3,80 + 13,16)/2 + ((3,80 - 13,16)/2)\cos(\pi t/5), & \forall t \in [10; 15[; \\ (13,16 + 5,81)/2 + ((13,16 - 5,81)/2)\cos(\pi t/5), & \forall t \in [15; 20[; \\ (5,81 + 11,93)/2 + ((5,81 - 11,93)/2)\cos(\pi t/5), & \forall t \in [20; 25[; \\ (11,93 + 7,64)/2 + ((11,93 - 7,64)/2)\cos(\pi t/5), & \forall t \in [25; 30[; \\ (7,64 + 10,58)/2 + ((7,64 - 10,58)/2)\cos(\pi t/5), & \forall t \in [30; 35[; \\ (10,58 + 8,42)/2 + ((10,58 - 8,42)/2)\cos(\pi t/5), & \forall t \in [35; 40[. \end{cases}$$

The error for this description of the signal determined by formula (3) does not exceed 11%, which is confirmed by experimental data (Fig. 2).



Thus, the proposed approach allows to describe analytically the responses of nonlinear objects in constructing of their models. The result of the analytical description reproduces the shape of the described signal well.

REFERENCES:

1. Polovko, A. M. Interpolation. Methods and computer technologies of their realization. Moscow: BHVPetersburg, 2016.
2. Ginzburg S. A., Lyubarsky Yu. Ya. Functional converters with analog representation of information. Moscow: Energy, 1973.
3. Dyadyunov A. N., Onishchenko, Y. A., Senin A. I. Adaptive systems of collection and transmission of analog information. Fundamentals of theory. Moscow: Mechanical Engineering, 1988.
4. Olkhovskiy Y. B., Novoselov O. N., Manovtsev A.P. Compression of the data during the telemetry. Moscow: Soviet radio, 1971.
5. Temnikov F. Y., Afonin V. A., Dmitriev V. I. Theoretical foundations of information technics. Moscow: Energy, 1971.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Половко А.М. Интерполяция. Методы и компьютерные технологии их реализации. – М: БХВ-Петербург. – 2016. – 320 с.
2. Гинзбург С.А. Функциональные преобразователи с аналоговым представлением информации / Гинзбург С.А., Любарский Ю.Я. – М: Энергия. – 1973. – 104 с.
3. Дядюнов А.Н. Адаптивные системы сбора и передачи аналоговой информации. Основы теории / Дядюнов А.Н., Онищенко Ю.А., Сенин А.И. – М.: Машиностроение. – 1988. – 288 с.
4. Ольховский Ю.Б. Сжатие данных при телеизмерениях/ Ольховский Ю.Б., Новоселов О.Н., Мановцев А.П. – М: Сов. радио. –1971. – 304 с.
5. Темников Ф.Е. Теоретические основы информационной техники / Темников Ф.Е., Афонин В.А., Дмитриев В.И. – М: Энергия. – 1971. — 424 с.

DOI 10.33243/2518-7139-2019-1-1-135-140