

МЕТОДИКА СИНТЕЗА МОДЕЛЕЙ ЗАВИСИМОСТЕЙ ДИСПЕРСИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОТ ЧАСТОТЫ И СОСТАВА ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА

Одегов Н.А., Грушенко А.А., Костюк В.В., Резник Р.С.

*Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова,
65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнечная, 1.
onick_64@ukr.net*

МЕТОДИКА СИНТЕЗУ МОДЕЛЕЙ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ ДИСПЕРСІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВІД ЧАСТОТИ І СКЛАДУ ОПТИЧНОГО ВОЛОКНА

Одегов М.А., Грушенко О.А., Костюк В.В., Резник Р.С.

*Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова,
65029, Україна, м. Одеса, вул. Кузнечна, 1.
onick_64@ukr.net*

METHOD OF SYNTHESIS OF MODELS OF DEPENDENT DISPERSION CHARACTERISTICS OF FREQUENCY AND COMPOSITION OF OPTICAL FIBER

Odegov N.A., Grushenko A.A., Kostjuk V.V., Reznik R.S.

*O.S. Popov Odessa national academy of telecommunications,
1 Kuznechna St., Odessa, 65029, Ukraine.
onick_64@ukr.net*

Аннотация. Статья посвящена разработке методики синтеза моделей зависимости коэффициента преломления от нескольких параметров. Задача решается применительно к зависимости коэффициента преломления от частоты и концентрации легирующих добавок. В качестве исходной зависимости принята трехчленная формула Селмейера. Показано, что оптимальной моделью искомой зависимости является представление в виде двумерного степенного полинома. При этом зависимость от концентрации легирующих добавок ограничивается первой степенью. Зависимость от частоты ограничивается третьей степенью. Данное представление позволяет рекомендовать полученные результаты для инженерных приложений. Идентификация моделей выполняется методом наименьших квадратов с балансом порядков. Такой прием позволяет улучшить обусловленность соответствующих информационных матриц. Также предложен метод декомпозиции решения задач большой размерности. Данный метод позволяет свести решение переопределенных систем линейных уравнений порядка $M \times M$ к решению $2 \times M$ систем с M уравнениями в каждой. Полученные числовые результаты обладают высокой степенью интерполяционной точности и экстраполяционной устойчивости.

Ключевые слова: коэффициент преломления, частота, легирование, концентрация, структурная идентификация.

Анотація. Стаття присвячена розробці методики синтезу моделей залежності коефіцієнта заломлення від декількох параметрів. Задача розв'язується стосовно залежності коефіцієнта заломлення від частоти і концентрації легуючих добавок. Як початкова залежність прийнята тричленна формула Селмейера. Показано, що оптимальною моделлю шуканої залежності є надання у вигляді двовимірного статичного поліному. При цьому залежність від концентрації легуючих добавок обмежується першим ступенем. Залежність від частоти обмежується третім ступенем. Це надання дозволяє рекомендувати отримані результати для інженерних застосувань. Ідентифікація моделей виконується методом найменших квадратів з балансом порядків. Такий прийом дозволяє поліпшити обумовленість відповідних інформаційних матриць. Також запропонований метод декомпозиції вирішення завдань великої розмірності. Цей метод дозволяє звести рішення перевизначених систем лінійних рівнянь близько $M \times M$ до рішення $2 \times M$ систем з M рівняннями в

кожній. Отримані числові результати мають високий ступінь інтерполяційної точності й екстраполяційної стійкості. Пропонована методика апробована для наступного конкретного випадку. Як легуючу добавку вибрано двоокис германія. Як емпіричні дані отримано значення шуканих параметрів з використанням тричленною формули Селмейєра. Значення коефіцієнтів формули Селмейєра узяті з відомих літературних джерел. Вміст двоокису германія при цьому змінювався від 0 до 13,5%. Як пробна вибірка використовувалися значення інтерпольованих та екстрапольованих параметрів для вмісту двоокису германія від 0 до 7,9%. Екстраполяція виконувалася для концентрації двоокису германія 13,5%. Значення частоти для побудови усіх моделей вибиралися в діапазоні від 175 до 375 ТГц. Це приблизно відповідає робочому діапазону довжин хвиль у системах передачі від 800 до 1700 нм. Як дисперсійні характеристики розглянуто: показник заломлення, груповий показник заломлення і групова швидкість. Отримані значення коефіцієнтів двовимірних моделей залежностей цих характеристик від частоти і концентрації легуючих добавок двоокису германія.

Ключові слова: коефіцієнт заломлення, частота, легування, концентрація, структурна ідентифікація.

Abstract. The article is devoted to the development of methods for the synthesis of models of the dependence of the refractive index on several parameters. The problem is solved with respect to the dependence of the refractive index on the frequency and concentration of alloying additives. As the initial dependence, the three-term Selmeyer formula is adopted. It is shown that the optimal model of the desired dependence is the representation in the form of a two-dimensional power polynomial. In this case, the dependence on the concentration of alloying additives is limited to the first degree. Frequency dependence is limited to the third degree. This view allows us to recommend the results obtained for engineering applications. Identification of models is carried out by the method of least squares with a balance of orders. Such a technique makes it possible to improve the conditionality of the corresponding information matrices. Also, a method for decomposing solutions to large-dimensional problems is proposed. This method allows us to reduce the solution of overdetermined systems of linear equations of order $M \times M$ to the solution of $2 \times M$ systems with M equations in each. The obtained numerical results have a high degree of interpolation accuracy and extrapolation stability. The offered methodology is approved for a next certain case. As alloying addition there is the chosen dioxide of germanium. As empiric data the values of the sought after parameters are got with the use of trinomial formula of Selmeyer. The values of coefficients of formula of Selmeyer are taken from well-known literary sources. Content of dioxide of germanium here changed from 0% to 13,5 %. As a trial selection the values of the interpolated and extrapolated parameters were used for maintenance of dioxide of germanium from 0% to 7,9%. Extrapolation was executed for the concentration of dioxide of germanium of 13,5%. The values of frequency for the construction of all models got out in a range from 175 ТГц to 375 ТГц. It approximately answers the working range of lengths of waves in the systems of transmission from 800 нм to 1700 нм. As dispersible descriptions considered: index of refraction, group index of refraction and group speed. The values of coefficients of two-dimensional models of dependences of these descriptions are got from frequency and concentration of alloying additions of dioxide of germanium.

Key words: refraction index, frequency, doping, concentration, structural identification.

Среди негативных факторов, влияющих на скорость передачи данных в волоконно-оптических системах (ВОСП), существенную роль играют явления, вызванные дисперсией.

Термин «дисперсия» в разных источниках трактуется неоднозначно. Так, в классическом определении [1] с точки зрения теоретической физики под дисперсией понимается зависимость коэффициента преломления (КП) от длины волны (или от частоты). Применительно к ВОСП под дисперсией понимается увеличение длительности импульса [2] по мере его продвижения вдоль оптического волокна (ОВ). В данной работе принимается первое определение. Под дисперсионными характеристиками, в свою очередь, будем понимать различные функции и функционалы, зависящие от КП.

В ряде прикладных задач необходимо учитывать также зависимость КП от состава материала ОВ. Например, один из методов формирования низкочастотной составляющей (НЧС) оптического импульса (ОИ) основан на применении системы линий задержки с незначительно различающейся оптической длиной [3]. Способом решения такой задачи может быть использование ОВ равной физической длины с разными КП сердцевины, что достигается прецизионным легированием сердцевины ОВ различными добавками.

Целью статьи является разработка методики синтеза моделей дисперсионных характеристик от двух параметров: частоты и концентрации легирующих добавок. Задача

решается на примере легирования основного состава ОВ (SiO₂) добавками двуокиси германия (GeO₂).

Исходные положения. Считается [2], что с высокой точностью зависимость КП от длины волны представляется частичной суммой ряда Селмейера:

$$n^2(\lambda) = 1 + \sum_{k=1}^3 A_k \lambda^2 / (\lambda^2 - l_k^2), \quad (1)$$

где A_k – безразмерные коэффициенты, l_k – длины волн атомных резонансов, близких к рабочему диапазону 0,6...2,0 мкм. Значения параметров формулы (1) для некоторых составов материала сердцевины ОВ даны в табл. 1 [4, с. 361].

Таблица 1 – Значения коэффициентов формулы Селмейера для состава SiO₂ + GeO₂

Доля GeO ₂	A_1	A_2	A_3	l_1 , мкм	l_2 , мкм	l_3 , мкм
0,031	0,70285540	0,41463070	0,89745400	0,07277230	0,11430850	9,89616100
0,035	0,70420380	0,41600320	0,90740490	0,05144150	0,12916000	9,89615600
0,041	0,68671749	0,43481505	0,89656582	0,07267519	0,11514351	10,00239800
0,058	0,70888760	0,42068030	0,89565510	0,06090530	0,12545140	9,86162000
0,070	0,68698290	0,44479505	0,79073512	0,07808758	0,11551840	10,43662800
0,079	0,71368924	0,42548070	0,89642260	0,61716700	0,12708140	9,89616100
0,135	0,73454395	0,42710828	0,82103399	0,08697693	0,11195191	10,84654000

Для исследования дисперсионных эффектов, таких как изменение формы ОИ по мере продвижения вдоль ОВ [5,6], удобно использовать зависимость КП от угловой частоты. Поэтому в расчетах выполняется преобразование формулы (1). Для выбранной сетки значений частот $\omega_k = \omega_0 + k \cdot \Delta\omega$, $k = 1..K$, выполняется вычисление соответствующих значений длин волн $\lambda_k = 2\pi \cdot \gamma \cdot c / \omega_k$, где γ – размерностный коэффициент, зависящий от единицы измерения частоты (в данной работе принята единица частоты Трад = 10¹² рад); c – скорость света в вакууме. Далее выполняются расчеты по формуле (1) и получается массив значений $n_k = n(\omega_k)$, $k = 1..K$.

Результаты расчетов по данным табл. 1 в графическом виде показаны на рис. 1. Анализ этих графиков показывает, что зависимость $n(\omega)$ имеет «гладкий» характер. С учетом количества свободных коэффициентов в формуле (1) предположительно можно ограничиться 3...12 степенью интерполяционного полинома.

Предварительную информацию о зависимости КП от концентрации легирующих добавок дает рис. 2 [7, с. 36]. Анализ этих графиков показывает, что зависимости КП от концентрации добавок для разных веществ имеют выраженный линейный характер.

Первый из этих выводов подтверждают результаты аппроксимации полиномами порядка 1 и выше. На рис. 3 представлены два варианта графиков. Линейная функция, очевидно, плохо согласуется с исходной зависимостью, квадратичная функция дает заметные ошибки на краях диапазона. График полинома третьей степени не представлен, поскольку визуально он сливается с исходным графиком. В свою очередь, графики на рис. 4 показывают, что зависимость КП от концентрации добавок приблизительно линейная.

В качестве исходной модели рассмотрим зависимость в общей форме:

$$n(\omega, \mu) = a_{0,0} + \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M a_{i,m} \omega^i \mu^m, \quad (2)$$

где $a_{i,m}$ – свободные параметры модели; μ – массовая доля концентрации легирующих добавок. Высшие степени I и M априорно также считаются неопределенными.

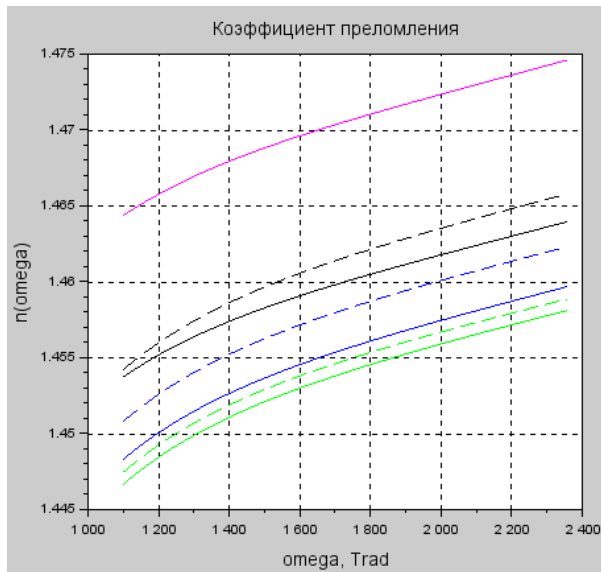


Рисунок 1 – Зависимости КП от частоты: положение графиков зависит от концентрации GeO_2 : чем выше кривая, тем больше концентрация по табл. 1

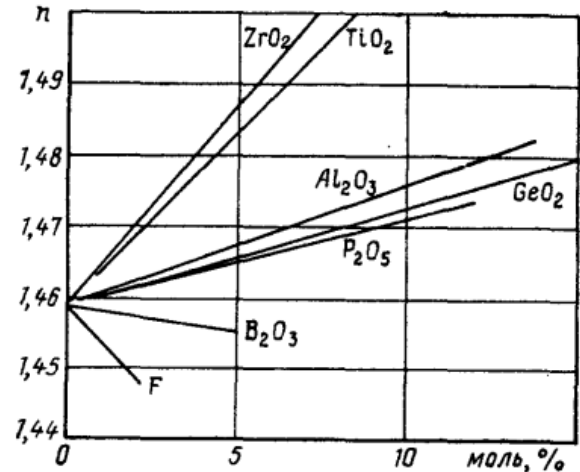


Рисунок 2 – Зависимость КП от концентрации легирующих примесей для длины волны 0,6 мкм

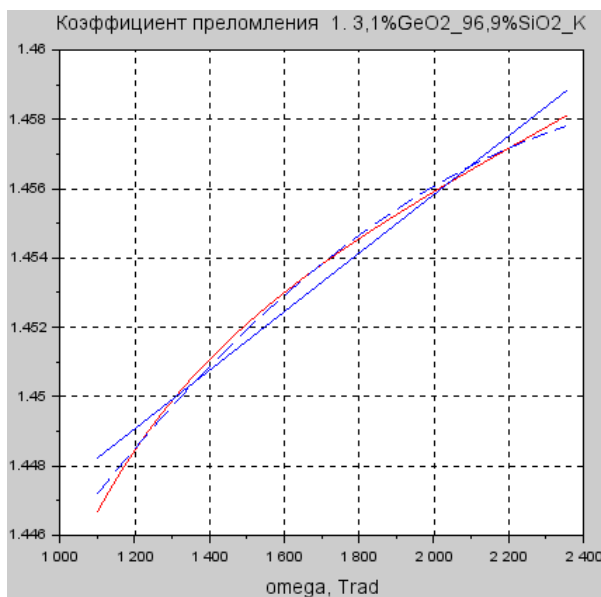


Рисунок 3 – Аппроксимация зависимости КП от частоты полиномами первого и второго порядков

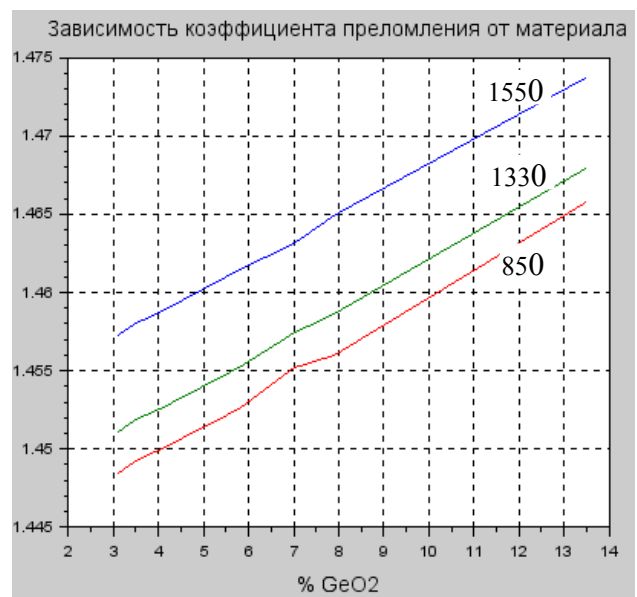


Рисунок 4 – Расчетные значения по табл. 1 зависимости КП от концентрации GeO_2 для длин волн 850, 1330 и 1550 нм

Таким образом, решается задача структурной идентификации (СИ). Известные методы СИ (например, [8]) сводятся к разбиению исходного массива данных на пробную и контрольную выборки. По данным только пробной выборки идентифицируются параметры моделей разной структуры. При этом используются известные методы параметрической идентификации (ПИ), например метод наименьших квадратов (МНК), метод наименьших модулей, метод среднего и др. В данной работе в качестве метода ПИ применяется МНК.

Далее модели экстраполируются на участок контрольной выборки. Для каждой из моделей вычисляется показатель отклонения от данных этой выборки. В данной работе в качестве такого показателя применяется средний модуль ошибки.

Из конкурирующих моделей выбирается одна или группа моделей, доставляющих минимальное значение показателю отклонения.

Метод наименьших квадратов с балансом порядков. Применение МНК в качестве метода ПИ связано с известными проблемами вычислительного характера [9], вызванными плохой обусловленностью соответствующих матриц. Так, даже в случае, когда параметр μ в модели (2) зафиксирован некоторым конкретным значением, система уравнений (СУ) МНК относительно свободных параметров будет иметь вид:

$$a_0 \sum_{k=1}^K \omega_k^{i-1} + a_1 \sum_{k=1}^K \omega_k^i + \dots + a_I \sum_{k=1}^K \omega_k^{I-i+1} = \sum_{k=1}^K n(\omega_k) \omega_k^{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, I. \quad (3)$$

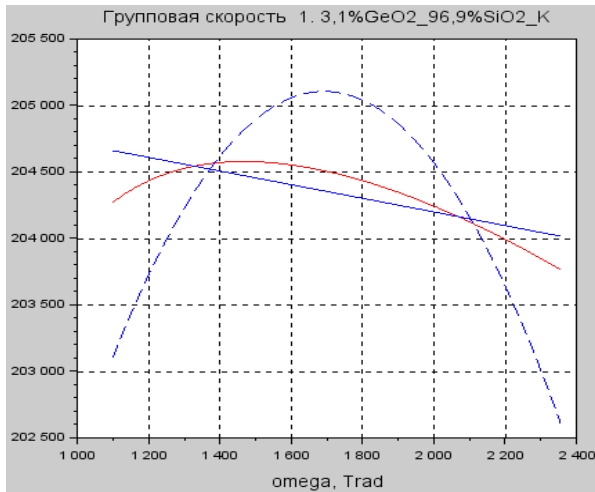


Рисунок 5 – Аппроксимация зависимости групповой скорости от частоты. Метод – МНК

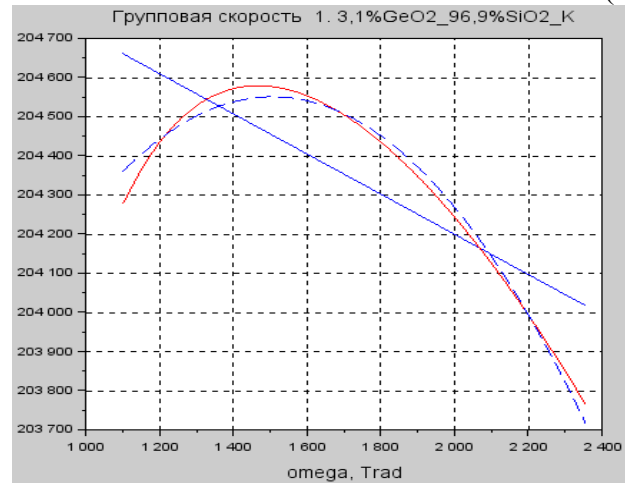


Рисунок 6 – Аппроксимация зависимости групповой скорости от частоты. Метод – МНК с балансом порядков

При этом даже в случае относительно небольшой степени полинома порядка 10 значения аргумента будут в последнем уравнении возводиться соответственно в 10-ю степень. Эффект, вызванный плохой обусловленностью матрицы МНК, показан на рис. 5. Видно, что приближение многочленом степени 1 оказывается даже более точным, чем квадратичное приближение. На рис. 6 для того же случая приведены результаты решения той же задачи с использованием МНК с балансом порядков.

Суть метода поясним на примере СУ (3). Для масштабирования аргумента будем применять коэффициент α , а для масштабирования значений функции – коэффициент β .

Тогда СУ (3) может быть преобразована в эквивалентную систему:

$$C_0 \sum_{k=1}^K x_k^{i-1} + C_1 \sum_{k=1}^K x_k^i + \dots + C_I \sum_{k=1}^K x_k^{I-i+1} = \sum_{k=1}^K y_k x_k^{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, I, \quad (4)$$

где $C_i = \alpha^i \beta a_i$, $x_k = \omega_k / \alpha$, $y_k = n(\omega_k) / \beta$, $k = 1, 2, \dots, K$, $i = 0, 1, 2, \dots, I$.

СУ (4) решается относительно неизвестных коэффициентов C_k . Для определения искомых коэффициентов выполняется обратное преобразование: $a_i = C_i / (\alpha^i \beta)$. Многочисленные результаты расчетов показывают, что порядки аргумента и функции целесообразно приводить к такому масштабу, чтобы значения x_k и y_k занимали интервал от -1 до +1. Это требование можно обеспечить масштабирующими коэффициентами $\alpha = |\max(x_k) - \min(x_k)|$ и $\beta = |\max(n_k) - \min(n_k)|$.

Метод декомпозиции решения задач большой размерности. Решение задачи ПИ модели (2) даже в случае относительно небольших порядков степеней переменных приводит

к значительным вычислительным затратам. Наиболее проблематичным аспектом является вычислительная устойчивость, вызванная низкой обусловленностью информационных матриц в случае применения МНК в качестве метода ПИ. В самом деле, даже в случае равенства высших степеней в модели (2) $M = I = 9$ необходимо решать систему из 100 уравнений со 100 неизвестными.

Предлагаемый метод декомпозиции сводится к тому, чтобы заменить решение системы из $(M+1) \times (M+1)$ уравнений эквивалентным решением $2 \times (M+1)$ систем уравнений, каждая из которых содержит $(M+1)$ уравнений с $(M+1)$ неизвестными. Соответственно, в случае неравенства степеней аргументов в модели (2) задача решения системы из $(M+1) \times (I+1)$ уравнений сводится к эквивалентной задаче решения системы из $(M+1)$ уравнений и затем к решению системы из $(I+1)$ уравнений с соответствующим количеством неизвестных. При этом разница в скорости решения задачи несущественна, но значительно повышается обусловленность соответствующих матриц. В случае переопределенных СУ задачи решаются с применением МНК.

Рассмотрим применение данного метода на примере идентификации параметров модели (2). Алгоритм декомпозиции состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Для выбранного сечения по параметру частоты $\omega = \omega_k$, начиная с $k=1$ и до $K > I$ идентифицируются коэффициенты K зависимостей от параметра концентрации μ :

$$n(\omega_k, \mu) = b_0(\omega_k) + b_1(\omega_k)\mu + \dots + b_I(\omega_k)\mu^M, \quad k = 1 \dots K. \quad (5)$$

В результате получается матрица коэффициентов $b_m(\omega_k)$, $m = 0 \dots M$ при разных степенях параметра концентрации μ . При этом решается задача ПИ, которая сводится к решению K систем линейных уравнений порядка $M+1$.

Шаг 2. Решается задача интерполяции зависимостей коэффициентов $b_i(\omega)$ с использованием МНК:

$$b_m(\omega) = u_{m,0} + u_{m,1}\omega + \dots + u_{m,I}\omega^I, \quad m = 0 \dots M. \quad (6)$$

В результате получается матрица коэффициентов $u_{m,i}$, которая и является решением, эквивалентным решением задачи ПИ модели (2). При этом эквивалентная модель будет иметь структуру:

$$n(\omega, \mu) = \sum_{m=0}^M (u_{m,0} + u_{m,1}\omega + u_{m,2}\omega^2 + \dots + u_{I,M}\omega^I)\mu^m. \quad (7)$$

Нетрудно заметить, что модели (2) и (7) находятся в отношении сюръекции. Зная коэффициенты модели (7), можно выполнить их алгебраическое сложение при равных степенях параметров и получить значения коэффициентов модели (2).

Применение предложенной комплексной методики СИ показывает, что для инженерных приложений модель вида (7) более удобна, чем модель вида (2). Поэтому операцию приведения к исходной модели можно считать излишней.

Модель зависимости коэффициента преломления от частоты и концентрации легирующих добавок. В качестве данных для пробной выборки выбраны верхние 6 значений коэффициентов формулы (1) из табл. 1 с содержанием GeO_2 от 0,031 (3,1%) до 0,079 (7,9%). По данным пробной выборки определены параметры моделей вида (7) при степенях переменных $M = 1 \dots 5$, $I = 1 \dots 10$. Далее выполняется экстраполяция этих моделей на контрольную выборку для концентрации 0,135 (13,5%).

Расчеты показали следующее. По параметру ω степень полиномов ограничивается порядком 3...5. При линейном приближении и квадратичном приближении модели дают существенные ошибки из-за некорректности структуры. При более высоких степенях сказываются ошибки вычислительного характера. По параметру μ оптимальные значения степеней 1...3. При этом наименьшие ошибки экстраполяции дает линейная модель

Результаты идентификации иллюстрируют рис. 7 и 8. На этих графиках позиция «1» соответствует результатам экстраполяции, а позиция «2» – данным контрольной выборки.

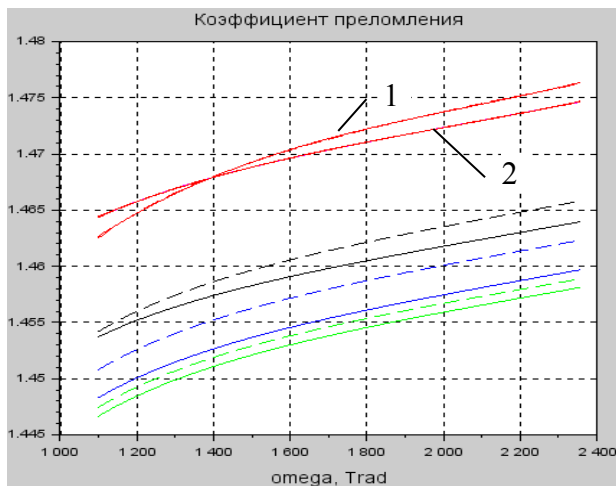


Рисунок 7 – Экстраполяция $n(\omega, \mu)$ для $M = 2$ и $M = 3$

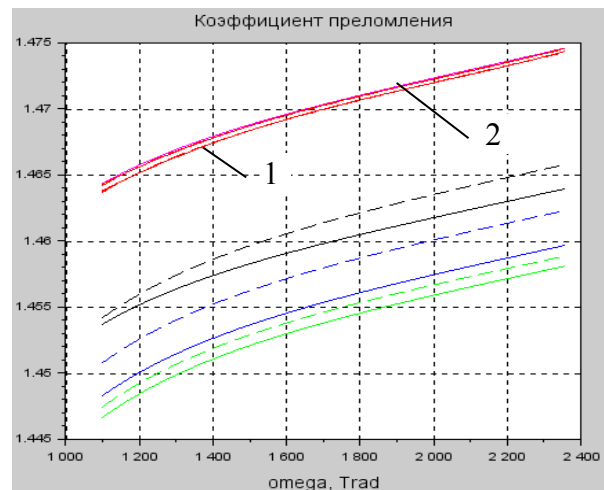


Рисунок 8 – Экстраполяция $n(\omega, \mu)$ для $M = 1$

В случае, если модели разной сложности обладают приблизительно одинаковой точностью экстраполяции, предпочтение следует отдавать более простой модели.

По совокупности критериев оптимальной является модель вида (7) с параметрами $M = 1, I = 3$, имеющая 8 свободных коэффициентов. Результаты структурной идентификации зависимости КП от частоты и концентрации GeO₂ даны в табл. 2.

Таблица 2 – Значения коэффициентов $u_{m,i}$ модели (7)

m	$i = 0$	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
0	1,40113E+00	6,10450E-05	-2,66091E-08	4,29421E-12
1	2,35517E-01	1,14545E-04	5,30386E-08	-8,02111E-12

Таким образом, синтезированная модель получена в виде:

$$n(\omega, \mu) = 1,40113 + 6,1045 \cdot 10^{-5} \cdot \omega - 2,66091 \cdot 10^{-8} \cdot \omega^2 + 4,29421 \cdot 10^{-12} \omega^3 + (2,35517 \cdot 10^{-1} + 1,14545 \cdot 10^{-4} \cdot \omega + 5,30386 \cdot 10^{-8} \cdot \omega^2 - 8,02111 \cdot 10^{-12} \cdot \omega^3) \cdot \mu, \quad (8)$$

где значения частоты ω имеют размерность Т_{рад}, а параметр концентрации GeO₂ берется как массовая доля (процентное содержание, разделенное на 100).

Результат, представленный в формуле (8), косвенно подтверждает приблизительно линейную зависимость КП от концентрации легирующих добавок, что согласуется с рис. 2. Табл. 2 и формула (8) содержат ту же информацию, что и табл. 1, но при этом количество параметров уменьшено с 42 до 8. Для инженерных расчетов последнее представление является более удобным.

Анализ ошибок модели (8) показывает, что средний модуль невязки интерполяции для всех составов по табл. 1 не превышает значения 10^{-4} . Средний модуль невязки экстраполяции не превышает 10^{-3} . Данные значения можно считать приемлемыми.

Главное, что формула (8) позволяет рассчитать значение КП при **любых** значениях частоты и концентрации добавок GeO₂ в рабочем диапазоне этих параметров.

Двухпараметрические модели дисперсионных зависимостей. В научных и инженерных приложениях формулируются задачи исследования дисперсионных явлений, которые решаются с использованием различных функций КП – дисперсионных зависимостей. К таким функциям можно отнести производные, групповой КП

$n_{gr}(\omega) = n(\omega) + n'(\omega)\omega$, групповую скорость $V_{gr}(\omega) = c/n_{gr}(\omega)$ и т.п.

Расчеты для различных функций КП показывают, что предложенная методика применима также и для моделирования таких зависимостей. При этом оптимальной также является структура модели вида (8). Результаты экстраполяции для группового КП и групповой скорости показаны на рис. 9 и рис. 10. Видно, что графики, полученные в результате экстраполяции, практически совпадают с графиками, рассчитанными по формуле (1) для контрольной выборки.

На рис. 9 расположенные ниже кривые соответствуют меньшим концентрациям GeO₂. На рис. 10 зависимость обратная. Оцифровка «1» и «2» аналогична рис. 7. Порядок ошибок аналогичен ранее полученным значениям с учетом порядков функций. Значения соответствующих коэффициентов даны в табл. 3.

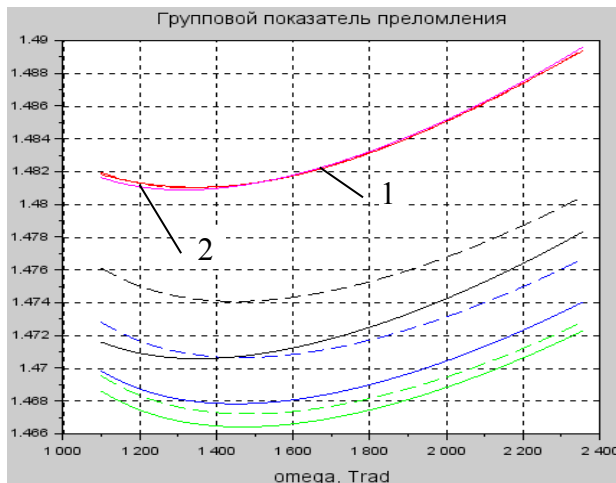


Рисунок 9 – Экстраполяция $n_{gr}(\omega, \mu)$ для $M=1, I=3$

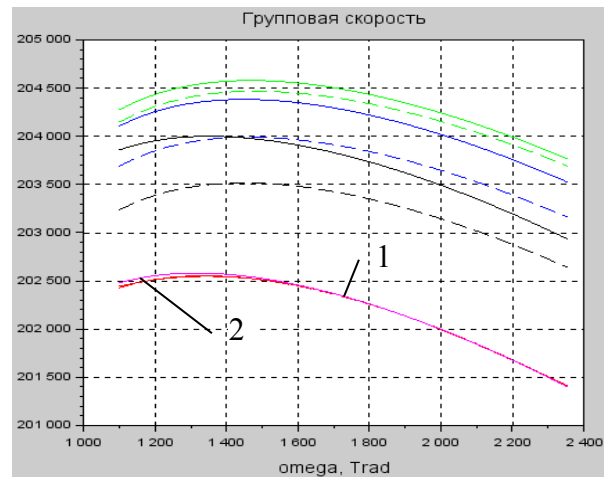


Рисунок 10 – Экстраполяция $V_{gr}(\omega, \mu)$ для $M=1, I=3$

Таблица 3 – Значения коэффициентов функций коэффициента преломления

m	$i=0$	$i=1$	$i=2$	$i=3$
Значения коэффициентов модели (7) для группового КП				
0	1,50649E+00	-6,95503E-05	3,39865E-08	-4,91435E-12
1	3,39215E-02	1,37566E-04	-5,86081E-08	1,01699E-11
Значения коэффициентов модели (8) для групповой скорости				
0	1,98951E+05	9,76547E+00	4,77674E-03	6,91746E-07
1	-3,76026E+03	-2,05704E+01	8,82162E-03	-1,49550E-06

Представленные результаты можно разделить на две составляющие: методику синтеза моделей и конкретные синтезированные модели в виде матриц коэффициентов. Предложенная методика имеет общий характер для решения задач моделирования дисперсионных зависимостей. Она распространяется на случай композитного легирования добавками двух и более составов. Соответственно, с использованием метода декомпозиции можно синтезировать три-, четыре- и т.д. параметрические модели.

Полученные численные решения, несмотря на высокую точность интерполяции и экстраполяции, имеют локальный характер.

Во-первых, они относятся *только* к случаю легирования добавкой двуокиси германия.

Во-вторых, они локальны по диапазону параметров. В частотной области диапазон их применимости ограничен частотами 1100...2300 Т_{рад} (приблизительно 800...1800 нм в

области длин волн). В области значений параметра концентрации можно рекомендовать их применение в диапазоне от 1 до 15 процентов. За экстраполяцию на более широкие диапазоны авторы ответственности не несут. Например, экстраполяция на состав сердцевины $0\%SiO_2+100\%GeO_2$ по формуле (8) представляется курьезом.

В итоге рекомендуем табл. 2 и 3 для использования в инженерных приложениях с учетом отмеченных ограничений.

Расчетная часть работы выполнена магистрантами Грушенко А.А., Костюком В.В., Резником Р.С. Расчеты выполнены с использованием свободно распространяемой платформы SciLab.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Лансберг Г.С. Оптика / Г.С. Лансберг. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 848 с.
2. Бондаренко О.В. Волоконно-оптические кабели. Теоретические основы, конструирование и расчет, технология производства и эксплуатация: монография / О.В. Бондаренко, Д.В. Иоргачев, А.Ф. Данченко, А.В. Усов. – Одесса: Астропринт, 2000. – 536 с.
3. Одегов М.А. Метод формування оптичних імпульсів з заданою формою низькочастотної обвідної / М.А. Одегов, В.В. Костюк // 72-га НТК ОНАЗ ім. О.С. Попова: тези доп. – Одеса, 2017. С. 49 – 50.
4. Адамс М. Введение в теорию оптических волноводов / Адамс М. – М.: Мир, 1984. – 512 с.
5. Одегов Н.А. Тестовые сигналы и показатели в задачах исследования материальной дисперсии / Одегов Н.А. // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2017. – № 1. – С. 124 – 131.
6. Agrawal G.P. Nonlinear fiber optics / Ed. by P. Kelly, I. Kaminov. – Academic Press, 2001. – 230 p.
7. Гауэр Дж. Оптические системы связи / Дж. Гауэр. – М.: Радио и связь, 1989. – 504 с.
8. Левин С.Ф. Интерполяционная фильтрация статистических характеристик случайных функций методом максимума компактности / С.Ф. Левин, Н.А. Одегов. – М.: АН СССР. – Вопросы кибернетики, ВК – 94, 1982. – С. 71 – 77.
9. Есаулов В.А. Модификация метода наименьших квадратов решения системы линейных уравнений с использованием аппарата квантового анализа [Электронный ресурс] / Есаулов В.А. Режим доступа: http://www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_70_esaulov.pdf_f2c53f3d2a.pdf. (Дата обращения 16.01.2018). – Название с экрана.

REFERENCES:

1. Lansberg G.S. Optika / G.S. Lansberg. – M.: FIZMATLIT, 2003. – 848 s.
2. Bondarenko O.V. Volokonno-opticheskie kabeli. Teoreticheskie osnovy, konstruirovaniye I raschet, tehnologiya proizvodstva I ekspluatatsiya: monografija / O.V. Bondarenko, D.V. Iorgachev, A.F. Danchenko, A.V. Usov. – Odessa: Astroprint, 2000. – 536 s.
3. Odegov M.A. Metod formuvannja optychnyh impulsive z zadanoju formoju nyzkochastotnoji obvidnoji / Odegov M.A., Kostjuk V.V. // Tezy dopovidi na 72-ij NTK ONAZ im. O.S. Popova. – Odesa, 2017. – S 49 – 50.
4. Adams M. Vvedenie v teoriju opticheskikh volnovodov / Adams. M. – M.: Mir, 1984. – 512 s.
5. Odegov N.A. Testovye signaly I pokazateli v zadachah issledovanija material'noj dispersii / Odegov N.A. // Naukovi praci ONAZ im. O.S. Popova. – 2017. – № 1. – S. 124 – 131.
6. Agrawal G.P. Nonlinear fiber optics / Ed. by P. Kelly, I. Kaminov. – Academic Press, 2001. – 230 p.
7. Gauer Dzh. Opticheskie sistemy svjazi / Dzh. Gauer. – M.: Radio I svjaz', 1989. – 504 s.
8. Levin S.F. Interpoljacionnaja fil'tracija ststisticheskikh harakteristik sluchajnyh funkcij metodom maksimuma kompaktnosti / S.F. Levin, N.A. Odegov. – M.: AN SSSR. – Voprosy kibernetiki, VK – 94, 1982. – S. 71 – 77.
9. Esaulov V.A. Modifikacija metoda naimen'shih kvadratov reshenija systemy linejnyh uravnenij s ispol'zovaniem apparata kvantovogo analiza [Elektonnij resurs] / V.A Esaulov. Rezhim dostupa: http://www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_70_esaulov.pdf_f2c53f3d2a.pdf. (Data obraschenija 16.01.2018). – Nazvanie s ekrana.