UDK 621.391

ESTIMATION OF QOS CHARACTERISTICS OF SELF-SIMILAR TRAFFIC FOR THE $W_B/M/1/\infty$ QUEUING SYSTEM

Strelkovskaya I.[1], *Siemens E.*[2], *Solovskaya I.*[1], *Fedotova I.*[2]

[1] *O.S. Popov Odessa national academy of Telecommunications, 1 Kuznechnaya St., Odessa, 65029, Ukraine.*
[2]*Anhalt University of Applied Sciences, 57 Bernburger St., 06366, Koethten, Germany.*
[1]*i.strelkovskaya@onat.edu.ua, i.solovskaya@onat.edu.ua,*
[2]*eduard.siemens@hs-anhalt.de, irina.fedotova@hs-anhalt.de*

ЗНАХОДЖЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК QoS САМОПОДІБНОГО ТРАФІКА ДЛЯ СМО $W_B/M/1/\infty$

Стрелковська І.В.[1], *Сіменс Е.*[2], *Соловська І.М.*[1], *Федотова І.*[2]

[1]*Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова, 65029, Україна, м. Одеса, вул. Кузнечна, 1*
[2]*Анхальтський університет прикладних наук, 06366, Німеччина, м. Кьотен, 57 Bernburger St.*
[1]*i.strelkovskaya@onat.edu.ua, i.solovskaya@onat.edu.ua,*
[2]*eduard.siemens@hs-anhalt.de, irina.fedotova@hs-anhalt.de*

НАХОЖДЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК QoS САМОПОДОБНОГО ТРАФИКА ДЛЯ СМО $W_B/M/1/\infty$

Стрелковская И.В.[1], *Сименс Э.*[2], *Соловская И.Н.*[1], *Федотова И.*[2]

[1]*Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова, 65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнечная, 1*
[2]*Анхальтский университет прикладных наук, 06366, Германя, г. Кетен, 57 Bernburger St.*
[1]*i.strelkovskaya@onat.edu.ua, i.solovskaya@onat.edu.ua,*
[2]*eduard.siemens@hs-anhalt.de, irina.fedotova@hs-anhalt.de*

Abstract. The work considers the problem of Quality of Service (QoS) characteristics estimation for self-similar traffic serviced by a queuing system of the $W_B/M/1/\infty$ type using the Weibull distribution. To solve this problem, a transformation of Laplace-Stieltjes is applied. The values of service quality characteristics, such as the average time of packets delay and the length of packets queue, have been obtained for self-similar traffic serviced by the $W_B/M/1/\infty$ queuing systems (QS). We obtained graphs of the dependence average waiting time $W = W(\lambda,H)$ of a request in the system and average queue length $Q = Q(\rho,H)$ which allow us to provide practical guidance on the maximum value of the average waiting time W for queries that arrive at the $W_B/M/1/\infty$ QS. It can be stated when planning the sizes of the buffers for hardware and software facilities, it is necessary to plan them in the way that would guarantee the required QoS. The obtained results will allow the consideration of design features and structure of the network nodes at the stage of planning and during further operation of the NGN hardware and software facilities.

Key words: self-similar traffic, queuing system, quality-of-service characteristics QoS, Weibull distribution, Laplace-Stieltjes transform.

Анотація. Сучасні телекомунікації розвиваються у напрямку до мереж наступного покоління NGN (Next Generation Network), функціонування яких базується на технологіях пакетної комутації. Пакетний трафік, який обслуговується в мережі NGN, є різнорідним, адже формується за допомогою безлічі різних джерел послуг і мережних додатків для забезпечення надання послуг передачі мови, даних та відеозображень TPS (Triple Play Service). Він має особливу структуру, яка визначається пачечністю і наявністю значної кількості пульсацій. Це часто призводить до можливих перевантажень мережевих вузлів і їх буферних пристроїв і, відповідно, до затримок і втрат пакетів. Тому при обслуговуванні пакетного трафіка особлива увага приділяється підтримці характеристик якості обслуговування QoS (Quality of Service). Розглянуто задачу знаходження характеристик якості QoS самоподібного трафіка для системи масового обслуговування виду $W_B/M/1/\infty$ з використанням розподілу Вейбулла. Для розв'язання цієї задачі використовується перетворення Лапласа-Стилтьєса. Отримані значення характеристик якості обслуговування самоподібного трафіка для системи масового обслуговування (СМО) $W_B/M/1/\infty$, а саме: середній час затримки пакетів, середня кількість вимог у СМО та довжина пакетної черги. Отримані графіки залежностей середнього часу очікування $W = W(\lambda,H)$ від інтенсивності надходження вимог на обслуговування та параметра Херста й середньої довжини пакетної черги $Q = Q(\rho,H)$ від коефіцієнта завантаженості та параметра Херста. Це дозволяє надати практичні рекомендації щодо максимального значення середнього часу очікування W для запитів, які надходять до СМО $W_B/M/1/\infty$. Тоді при прогнозуванні розмірів буферів апаратно-програмних засобів мережі можливо передбачити такий розмір буфера пристроїв, який дозволив обслуговування запитів у СМО з заданою якістю обслуговування QoS. Отримані результати дозволять на етапі проектування та подальшої експлуатації апаратно-програмних засобів мережі NGN враховувати особливості побудови та структуру вузлів мережі в умовах реальних процесів їхнього функціонування.

Ключові слова: самоподібний трафік, система масового обслуговування, характеристики якості обслуговування, розподіл Вейбулла, перетворення Лапласа-Стилтьєса.

Аннотация. Рассматривается задача нахождения характеристик качества Quality of Service QoS самоподобного трафика для системы массового обслуживания вида $W_B/M/1/\infty$ с использованием распределения Вейбулла. Для решения этой задачи используется преобразование Лапласа-Стилтьеса. Получены значения характеристик качества обслуживания самоподобного трафика для системы массового обслуживания (СМО) $W_B/M/1/\infty$, такие как: среднее время задержки пакетов, среднее количество требований в СМО и длина пакетной очереди. Получены графики зависимости среднего времени ожидания $W = W(\lambda,H)$ заявки в СМО и средней длины пакетной очереди $Q = Q(\rho,H)$, которые позволяют дать практические рекомендации по максимальному значению среднего времени ожидания W для запросов, которые поступают в СМО $W_B/M/1/\infty$. Тогда при прогнозировании размеров буферов аппаратно-программных средств сети можно предусмотреть такой размер буфера устройств, который бы позволил обслуживание заявок в СМО с заданным качеством обслуживания QoS. Полученные результаты позволят на этапе проектирования и дальнейшей эксплуатации аппаратно-программных средств сети NGN учитывать особенности построения и структуру узлов сети в условиях реальных процессов их функционирования.

Ключевые слова: самоподобный трафик, система массового обслуживания, характеристики качества обслуживания, распределение Вейбулла, преобразование Лапласа-Стилтьеса

Introduction. The development of modern telecommunications is connected with the active implementation of Next Generation Networks (NGN), which are multi-service, multiprotocol and invariant to switching technologies. By its nature, the traffic serviced in NGN is heterogeneous because it is formed by a variety of characteristics of different sources, such as services and network applications, involved in providing a range of Triple Play Service - voice, data, and video services. Self-similar traffic has a special structure which is characterized by burstness and the presence of a significant number of pulsations. This often leads to possible overloads of network nodes and their buffer devices and, respectively, to packet delays and losses. Therefore, special attention must be paid to maintain Quality of Service (QoS) characteristics when servicing packet traffic in NGN [1-2].

Packet traffic of NGN has a self-similar (fractal) nature. According to [3-4], the real process *X(t)*, $t \in R$ is self-similar with exponent $H > 0$ if for all $a > 0$, finite-dimensional distributions for $\{X(at), t \in R\}$ are identical to finite-dimensional distributions $\{a^H X(t), t \in R\}$, i.e. if for any $k \ge 1$, $t_1, t_2, ..., t_k \in R$, and any $a > 0$

$$\left(X(at_1), X(at_2), ..., X(at_k)\right) \equiv \left(a^H X(t_1), a^H X(t_2), ..., a^H X(t_k)\right), \quad (1)$$

or

$$\{X(at), t \in R\} \equiv \left(a^H X(t), t \in R\right).$$

Proceeding from the expression (1), we can conclude that the process is repeated with the observance of statistical properties due to the fact that the statistical characteristics do not change when scaling. This paper considers traffic whose distribution tails can be described by Pareto distributions, Gamma distribution or Weibull distribution.

At the design stage of network hardware and software, when the network structure and performance of the network nodes are selected and during further NGN operation, it is necessary to use the calculation methods for QoS characteristics estimations to consider the self-similarity of packet traffic. We employ the Weibull distribution, which is used for high bit rate data and voice traffic.

A significant number of works by various authors have been devoted to the QoS characteristics estimations for self-similar traffic [5-10]. Most of the works are based on experimental data or simulation results. However, analytical solutions have not yet been found for QoS characteristics of self-similar traffic in the case of various distributions. Only approximate solutions for some types of queuing systems (QS) were obtained for some cases of traffic described by the different distributions, e.g., by the gamma distribution [5]. The Pollachek-Khinchin formula applied to the M/G/1 QS, as well as the Norros's formula to the fBM/D/1/∞ QS, were used to estimate QoS characteristics in the works [3,5,7-8,10]. All the above allow us to conclude that there is an interest in the problem of finding quality characteristics of self-similar traffic described by distributions of different types. This is required at the stage of choosing the hardware and software resources for NGN, including the structure and size of the buffer devices of network nodes.

In the work [11], the method of finding image *F(p)* is shown, as well as the root of the equation σ, when the solution is approximately obtained, discarding an infinite number of members. Additionally, the error of the obtained results is calculated. However, in addition to that work, it is important to obtain accurate root values of the equation σ, without approximations, which allow the discovery of the necessary quality characteristics of QoS exactly.

The purpose of this work is to find the QoS characteristics of self-similar traffic described by the Weibull distribution for a QS of the $W_B/M/1/\infty$ type. The characteristics include the average packet delay in the system and packets queue length.

Calculation of the QoS characteristics of self-similar traffic

Consider a QS of the $W_B/M/1/\infty$ type that services the incoming flow of requests with arrival moments having the Weibull distribution W, the service time has an exponential distribution M, while the QS has one server [3].

Taking into account that the examined QS is characterized by a Weibull distribution of arrivals, the problem of QoS characteristics calculation is considerably complicated. So far, this problem has been analytically solved for self-similar traffic with the gamma distribution [5]. With the help of simulations, approximate solutions with a certain error were obtained for self-similar traffic with the Weibull and Pareto distributions [10,12].

Consider a Weibull distribution, which is typical for high bit rate data and voice traffic. We use a different approach, namely, we find the Laplace-Stieltjes transform for the Weibull distribution in order to obtain QoS characteristics of self-similar traffic.

Consider a Weibull distribution described by the differential distribution function [3]:

$$f(x)=\begin{cases}\alpha\beta x^{\alpha-1}e^{-\beta x^{\alpha}}, & x\geq 0\\ 0, & x\leq 0,\end{cases} \tag{2}$$

where α – distribution curve shape parameter, $0<\alpha<1$; $\alpha=2-2H$, H – Hurst parameter, $0{,}5\leq H<1$; $\beta=\left[\lambda\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\right]^{\alpha}$ – distribution parameter, $\beta>0$; λ – intensity of arrivals to QS; $\Gamma(k)$– Euler gamma function of the form of $\Gamma(k)=\int_0^{+\infty} t^{k-1}e^{-t}dt$.

We use the Laplace-Stieltjes transform to find the QoS characteristics of self-similar traffic described by the Weibull distribution for a QS of the $W_B/M/1/\infty$ type. It is known from [13] that for the $W_B/M/1/\infty$ QS, the probability that a newly arrived request will find n requests in the QS is defined as:

$$r_n=(1-\sigma)\sigma^n,\ 0\leq\sigma<1, \tag{3}$$

where σ – the root of equation

$$\sigma = F(\mu - \mu\sigma),\ 0 \le \sigma < 1, \tag{4}$$

where μ – the requests service rate in the QS.

In this case, F is the Laplace-Stieltjes transform (LST) of the distribution function of the intervals between arrivals to QS, and has the form of

$$F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)dt, \tag{5}$$

where $f(t)$ – probability density of a random variable τ (τ – duration of the interval between adjacent arrivals).

Having found the roots of equation (4), it is possible to determine the following characteristics of the $W_B/M/1/\infty$ QS [13]:

– average waiting time W of a request in the system can be determined by the expression

$$W = \frac{\sigma}{\mu(1-\sigma)}, \tag{6}$$

– average queue length Q can be defined as follows:

$$Q = \frac{\rho\sigma}{1-\sigma}, \tag{7}$$

where ρ – coefficient of utilization of a QS.

Considering (5), the expression (4) will take the form of:

$$\sigma = \alpha\beta \int_0^{+\infty} e^{-(\mu-\mu\sigma)t} t^{\alpha-1} e^{-\beta t^{\alpha}} dt. \tag{8}$$

Using the expansion of the e^x function to the Maclaurin series [14] $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, where $x \in (-\infty, +\infty)$, it is easy to see that the probability density of the distribution of arrivals intervals durations will be:

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n t^{n\alpha-1}. \tag{9}$$

For the original $f(t)$, defined by the expression (9), it is necessary to find the F image. It is known that the Laplace transform possesses the property of linearity for a finite number of terms, that is, if $f_1(t)$, $f_2(t)$, … , $f_N(t)$ are originals, then for all the constants c_i, $i = \overline{1, N}$, the function $f(t) = \sum_{k=1}^{N} c_k f_k(t)$ is also an original and the following equation is fair [15-16] we get

$$L[f(t)] = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n \frac{\Gamma(n\alpha)}{\mathrm{p}^{n\alpha}}, \tag{10}$$

where $n\alpha > 0$ is in some ring with the center at the origin of coordinate systems.

Then, we obtain an image of $F(p)$:

$$F(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n \frac{\Gamma(n\alpha)}{\mathrm{p}^{n\alpha}},\ n\alpha > 0. \tag{11}$$

Then, according to (11), equation (4) takes the form of [11]:

$$\sigma = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha \frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!} \beta^n \frac{\Gamma(n\alpha)}{(\mu - \mu\sigma)^{n\alpha}}, \; n\alpha > 0. \quad (12)$$

Solving equation (12), we find the root of the σ equation. This will allow to determine the necessary quality characteristics for a QS of the $W_B/M/1/\infty$ type [13]. Using the expression (6) in order we find the average waiting time *W* for an intensity of arrivals in the QS and complete the graph of the dependence $W = W(\lambda,H)$ (Fig. 1).

According to Fig. 1, showing the graph of the dependence $W = W(\lambda,H)$, we can draw the following conclusions:

– the maximum value of the average waiting time *W* for a request within the $W_B/M/1/\infty$ QS corresponds to the $H \in [0{,}85;0{,}90]$ range of the Hurst parameter and the range of intensity of arrivals $\lambda \in [0{,}75;0{,}9]$ for the QS;

– the maximum value of average waiting time *W* for a request within the $W_B/M/1/\infty$ QS is 22,16 conventional time units (c.t.u.) for the given value H = 0,9 of the Hurst coefficient.

It can be stated that when planning sizes of the buffers for hardware and software facilities it is necessary to plan them in the way that would guarantee the required QoS.

Using the expression (7) we find the average queue length *Q* of the QS and plot the graph of the dependence $Q = Q(\rho,H)$ (Fig. 2).

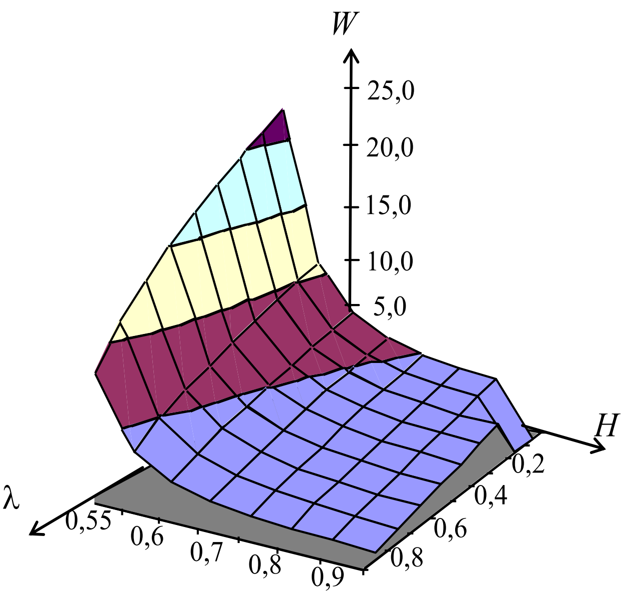

Figure 1 − The graph of the dependence $W = W(\lambda,H)$ of the average waiting time W on a load coefficient of the $W_B/M/1/\infty$ QS and the Hurst parameter value

According to Fig. 2, showing the graph of the dependence $Q = Q(\rho,H)$, we can make the following conclusions:

– the average queue length *L* of the $W_B/M/1/\infty$ QS depends on the load factor ρ and increases with the growth of the Hurst parameter values H;

– the maximum value of the average queue length *Q* is 7,16 of the $W_B/M/1/\infty$ QS is reached in the range of $H \in [0{,}85;0{,}9]$ of the Hurst parameter corresponding to the range of the coefficient of utilization values belonging to the interval of $\rho \in [0{,}8;0{,}9]$.

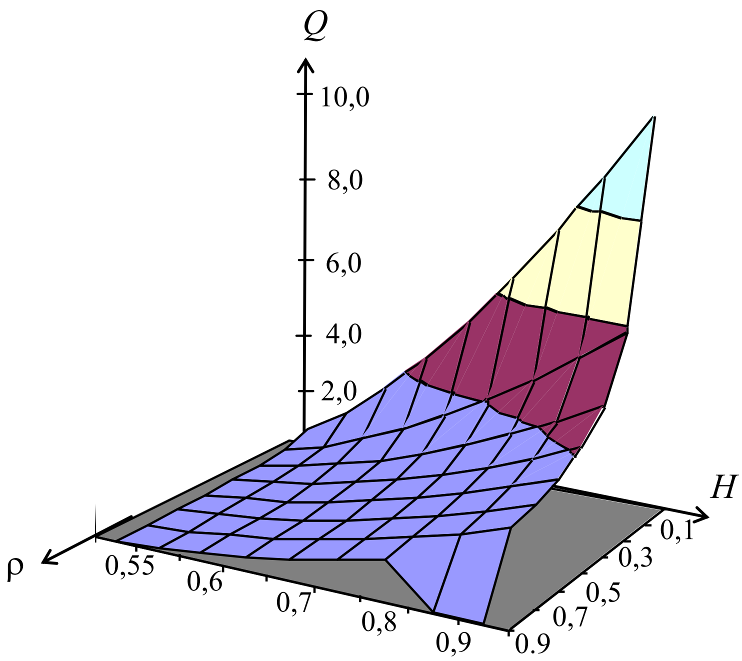

Figure 2 − The graph of the dependence $Q = Q(\rho,H)$ of the average queue length Q of the $W_B/M/1/\infty$ QS on the load coefficient and the Hurst parameter

Conclusion. The QoS characteristics of self-similar traffic have been found for the examined queuing system of the $W_B/M/1/\infty$ type with the Weibull distribution. The results include:

– values of quality of service characteristics have been obtained for the $W_B/M/1/\infty$ QS that services self-similar traffic. The characteristics include: average packet delay and an average queue length;

– the obtained results will allow to consider the design features and structure of the network nodes at the stage of planning and during further operation of the NGN hardware and software facilities.

REFERENCES:

1. Voroblenko P.P. Telekommunikatsiyni ta Informatsiyni merezhi / P.P. Vorobienko, L.A. Nikityuk, P.V. ReznIchenko. – K: Sammit-kniga, 2010. – 640 s.:il.
2. Roslyakov A.V. Seti sleduyuschego pokoleniya NGN / A.V. Roslyakov, S.V. Vanyashin, M.Yu. Samsonov – M.: Eko-Trendz, 2008. – 424 s.:il.
3. Kryilov V.V. Teoriya teletrafika i ee prilozheniya / V.V. Kryilov, S.S. Samohvalova. – SPb.: BHV-Peterburg, 2005. – 288 s.:il.
4. Beran J. Statistics for Long-Memory Process / J. Beran. – New York: Chapman&Hall, 1994.
5. Ponomarev D.Yu. Ob obsluzhivanii v sisteme s vhodnyim gamma potokom / D.Yu. Ponomarev // Materialyi V Vserossiyskaya konferentsiya molodyih uchenyih po matema-ticheskomu modelirovaniyu i informatsionnyim tehnologiyam s uchastiem inostrannyih uchenyih. – Rezhim dostupa: http://www.ict.nsc.ru/ws/YM2004/8510/index.html.
6. Ryizhikov Yu.I. Kompyuternoe modelirovanie sistem s ocheredyami: kurs lektsiy / Yu.I. Ryizhikov. – SPb: VKA im. A.F. Mozhayskogo. – 2007. – 164 s.
7. Sheluhin O.I. Fraktalnyie protsessyi v telekommunikatsiyah / O.I. Sheluhin, A.M. Tenyakshev, A.V. Osin. – M.: Radiotehnika, 2003. – 480 s.
8. Sheluhin O.I. Samopodobie i fraktalyi. Telekommunikatsionnyie prilozheniya / O.I. Sheluhin, A.V. Osin, S.M. Smolskiy. – M.: Fizmatlit, 2008. - 368 s.
9. Yusheng Ci. Application of the Weibull Function on Processing Traffic Flow Data / Ci Yusheng, Lina Wu, Yulong Pei // Sixth International Conference of Traffic and Transportation Studies Congress (ICTTS-2008), (August 5-7, 2008), Nanning, China, 2008. − P. 862-869. doi:10.1061/40995(322)81.
10. Zadorozhnyiy V.N. Predposyilki sozdaniya fraktalnoy teorii massovogo obsluzhivaniya / V.N. Zadorozhnyiy // Omskiy nauchnyiy vestnik. − 2010. − № 2 (90).

11. Strelkovskaya I. The solution to the problem of the QoS characteristics definition for self-similar traffic serviced by the W/M/1 QS / I. Strelkovskaya, I. Solovskaya, T. Grygoryeva, S. Paskalenko // Proceedings of the Third International scientific-practical conference «Problems of Infocommunications science and technology (PICS&T 2016)», (October 4-6, 2016), Kharkiv, 2016. − P. 40-42. doi:10.1109/infocommst.2016.7905330.
12. Strelkovskaya I.V. Finding some QoS characteristics of self-similar traffic serviced by a mobile network / I.V. Strelkovskaya, I.N. Solovskaya, A.O. Makoganiuk // Proceedings of the 2nd IEEE International Conference on Advanced Information and Communication Technologies-2017, (AICT-2017), (July 4-7, 2017), Lviv, 2017. − P. 146-149. doi:10.1109/aiact.2017.8020086.
13. Kleynrok L. Teoriya massovogo obsluzhivaniya / Kleynrok L. – M.: Mashinostroenie, 1979. – 432 s.
14. Strelkovska I.V. Vischa matematika dlya fahivtsiv v galuzi zv'yazku: Ch. IV: Integral po orientovanIy oblastI. Vektorniy analiz. Ryadi. DiferentsIalnI rivnyannya / I.V. Strelkovska, V.M. Paskalenko. − Odesa: VMV, 2015. − 668 s.
15. Beytmen G. Tablitsyi integralnyih preobrazovaniy. T.1. Preobrazovaniya Fure, Laplasa, Mellina / G. Beytmen, A. Erdeyi. – M.: Nauka, 1969. – 343 s.
16. Fihtengolts G.M. Osnovyi matematicheskogo analiza. T.2. / Fihtengolts G.M. – M.: Nauka, 1968. – 464 s.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Воробієнко П.П. Телекоммунікаційні та інформаційні мережі / П.П. Воробієнко, Л.А. Нікітюк, П.В. Резніченко. – К: Самміт-книга, 2010. – 640 с.:іл.
2. Росляков А.В. Сети следующего поколения NGN / А.В. Росляков, С.В. Ваняшин, М.Ю. Самсонов – М.: Эко-Трендз, 2008. – 424 с.:ил.
3. Крылов В.В. Теория телетрафика и ее приложения / В.В. Крылов, С.С. Самохвалова. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 288 с.
4. Beran J. Statistics for Long-Memory Process / J. Beran. – New York: Chapman&Hall, 1994.
5. Пономарев Д.Ю. Об обслуживании в системе с входным гамма потоком / Д.Ю. Пономарев // Материалы V Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям с участием иностранных ученых. – Режим доступа: http://www.ict.nsc.ru/ws/YM2004/8510/index.html .
6. Рыжиков Ю.И. Компьютерное моделирование систем с очередями: курс лекций / Ю.И. Рыжиков. – СПб: ВКА им. А.Ф. Можайского. – 2007. – 164 с.
7. Шелухин О.И. Фрактальные процессы в телекоммуникациях / О.И. Шелухин, А.М. Тенякшев, А.В. Осин. – М.: Радиотехника, 2003. – 480 с.
8. Шелухин О.И. Самоподобие и фракталы. Телекоммуникационные приложения / О.И. Шелухин, А.В. Осин, С.М. Смольский. – М.: Физматлит, 2008. – 368 с.
9. Yusheng Ci. Application of the Weibull Function on Processing Traffic Flow Data / Ci Yusheng, Lina Wu, Yulong Pei // Sixth International Conference of Traffic and Transportation Studies Congress (ICTTS-2008), (August 5-7, 2008), Nanning, China, 2008. − P. 862-869. doi:10.1061/40995(322)81.
10. Задорожный В.Н. Предпосылки создания фрактальной теории массового обслуживания / В.Н. Задорожный // Омский научный вестник. – 2010. – № 2 (90). – С. 182-187.
11. Strelkovskaya I. The solution to the problem of the QoS characteristics definition for self-similar traffic serviced by the W/M/1 QS / I. Strelkovskaya, I. Solovskaya, T. Grygoryeva, S. Paskalenko // Proceedings of the Third International scientific-practical conference «Problems of Infocommunications science and technology (PICS&T 2016)», (October 4-6, 2016), Kharkiv, 2016. − P. 40-42. doi:10.1109/infocommst.2016.7905330.
12. Strelkovskaya I.V. Finding some QoS characteristics of self-similar traffic serviced by a mobile network / I.V. Strelkovskaya, I.N. Solovskaya, A.O. Makoganiuk // Proceedings of the 2nd IEEE International Conference on Advanced Information and Communication Technologies-2017, (AICT-2017), (July 4-7, 2017), Lviv, 2017. − P. 146-149. doi:10.1109/aiact.2017.8020086.
13. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / Клейнрок Л. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.
14. Стрелковська І.В. Вища математика для фахівців в галузі зв'язку: Ч. IV: Інтеграл по орієнтованій області. Векторний аналіз. Ряди. Диференціальні рівняння / І.В. Стрелковська, В.М. Паскаленко. − Одеса: ВМВ, 2015. − 668 с.
15. Бейтмен Г. Таблицы интегральных преобразований. Т.1. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина / Г. Бейтмен, А. Эрдейи. – М.: Наука, 1969. – 343 с.
16. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа. Т.2. / Фихтенгольц Г.М. – М.: Наука, 1968. – 464 с.