

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И ПРОБЛЕМЫ РАЗВИТИЯ
ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙCONTEMPORARY CONDITION AND PROBLEMS OF DEVELOPMENT
OF THEORY ELECTRIC CIRCUITS AS DIVISION OF PHYSICS

Аннотация. Дан анализ современного состояния общей теории электрических цепей в сравнении с физикой и математикой, сформулированы основные проблемы и перспективы развития теории электрических цепей как самостоятельной науки.

Summary. Analysis of contemporary condition of common theory electric circuits as compared with physics and mathematics is given, the principal problems and perspectives development of theory electric circuits as independent science is indicated.

Явления и процессы в окружающем нас макром мире и его фундаментальные свойства изучает ряд естественных наук, среди которых ведущее место принадлежит физике, астрономии и математике.

Как известно, XX век и особенно его вторая половина ознаменовались бурным научно-техническим прогрессом в различных отраслях знаний и особенно в области естественных наук, что неразрывно связано с широкомасштабными космическими и ядерными исследованиями, созданием и применением новых материалов и технологий. Это способствовало быстрому развитию ряда фундаментальных наук и особенно физики, математики, астрофизики и др.

В этой связи необходимо отметить, что текущий 2004 год, знаменующий собой продолжение научно – технического прогресса в XXI веке, является юбилейным именно для фундаментальных физических наук, какими являются теоретическая физика, космология, электродинамика (классическая и квантовая), теория относительности (общая и специальная), физика ядра, теория гравитации, астрофизика и др. Действительно, в 2004 году исполнилось 100 лет со дня рождения известных всему миру наших соотечественников – Гамова Г.А. и Иваненко Д.Д., которые являются выдающимися физиками – теоретиками XX века, о чем свидетельствуют их работы, например, [1-5]. Благодаря созданным ими научным теориям и математическим моделям в области теоретической физики и физики ядра был получен ряд фундаментальных результатов в середине XX века, определивших дальнейшее быстрое развитие физических наук, а также связанных с ними прикладных наук.

Известно, что развитие и усложнение экспериментальных методов физических исследований, с одной стороны, и такое же развитие и необычайно расширение расчетно – вычислительного аппарата и математического моделирования, с другой стороны, привели в теоретической физике к тому, что в конце XIX века и особенно в XX веке произошло разделение физиков, образно говоря, на “теоретиков”, изучающих физические закономерности с помощью расчетных (математических) методов теоретической физики, и на “экспериментаторов”, осуществляющих опытные исследования физических процессов в лабораториях.

Следствием развития физики как фундаментальной науки явилось то, что методы физических исследований – как экспериментальные, так и физические, проникли в целый ряд смежных с физикой научных дисциплин (например, в физическую химию, биофизику, астрофизику и др.) и в технику (например, в теплофизику, металлофизику, а также в электротехнику и радиотехнику, которые изучают электромагнитные процессы в электрических и радиотехнических цепях и устройствах).

Классическая электродинамика, как известно, является частью общей теории электромагнитного поля и поэтому входит в состав теоретической физики [6-8]. Что же касается теории электрических цепей, то она изначально входит в раздел “Электричество и магнетизм” общего курса физики и является в значительной степени прикладной наукой, имеющей основные приложения в электротехнике, радиотехнике и электросвязи.

Действительно, изобретение телеграфа, телефона, радио и их научное обоснование и дальнейшее изучение и применение происходило в рамках физики. Именно поэтому из физики выросла теория электромагнитного поля, техническая (прикладная) электродинамика, электротехника, теория электрических цепей, радиотехника и теория сигналов [9]. Их общим объектом исследования являются электромагнитные колебания.

Теоретические основы (теоретическая база) электротехники и, в частности, теории электрических цепей тесно связаны именно с физикой и математикой, о чем свидетельствуют не только учение

об электричестве и магнетизме и теория распространения электромагнитных волн, но также свидетельствуют и методы описания и анализа электромагнитных явлений и процессов в различных линейных и нелинейных электрических цепях и системах.

Однако современное состояние теоретической электротехники как самостоятельной науки свидетельствует о ее некотором отставании по уровню развития от соответствующих разделов физики и математики, что можно проиллюстрировать на ряде известных примеров из области физики и математики. Например, в теоретической физике уже несколько десятилетий пространственно-временной континуум исследуется на уровне многомерных моделей, имеющих не менее четырех-пяти измерений (общая и специальная теория относительности, геометрия Римана, геометрия Минковского, теория Калуцы-Клейна, теория суперструн, теория калибровочных полей [6-8, 10-18]) и др. Это привело к разработке и развитию соответствующего математического аппарата, необходимого для математического описания новых физических идей, гипотез, моделей и концепций (например, многомерный функциональный анализ, геометрическая теория линейных и криволинейных n -мерных пространств и гиперповерхностей, тензорный анализ и вариационное исчисление [19-25]) и др. Например, применение математического понятия многообразия, соответствующего физическому пространству-времени, позволяет рассматривать обобщенное Евклидово пространство E^n любой произвольной и конечной размерности n как линейную аппроксимацию соответствующего криволинейного пространства (например, Риманового пространства R^n) той же размерности в локальной (бесконечно малой) окрестности каждой точки. Действительно, для двухмерных ($n = 2$) и трехмерных ($n = 3$) физических линейных пространств, являющихся частными случаями обобщенного пространства E^n , такая аппроксимация является известной и вполне понятной: в достаточно малых локальных окрестностях точки кривая линия аппроксимируется отрезком касательной, а криволинейная поверхность – частью касательной плоскости, на которые они могут быть спроектированы.

В области современной теоретической физики (теории поля) разработаны две фундаментальные концепции, позволяющие надеяться на построение единой теории. Это гипотезы: 1) о геометрической природе всех физических взаимодействий и 2) о полевой природе всех элементарных частиц [20]. Объединение этих двух концепций, как полагают физики, может привести к построению единой физической теории, сводящей как поля, так и частицы к геометрическим характеристикам пространства-времени. И хотя четырехмерный (четырёхвекторный) анализ применяется в теоретической физике и электродинамике уже с 30-х годов XX века, однако многомерный анализ с числом измерений более четырех ($n > 4$) еще не получил широкого практического применения. В связи с этим уместно обратить внимание на высказывание известного физика Л.Д. Ландау: “Величайшим достижением человеческого гения является то, что человек может понять вещи, которые он уже не в силах представить“ [7]. Глубокий смысл этого высказывания остается актуальным и для современного состояния всех фундаментальных наук. Таким образом, необходимо отметить, что проблема многомерности и геометризации пространства наряду с указанными выше проблемами является весьма актуальной проблемой в современной физике.

В теории электрических цепей пользуются в основном языком математики и эквивалентных электрических схем. Математика позволяет формализовать процессы, происходящие в электрических цепях, а схема цепи - наглядно изобразить связи элементов. Однако современное состояние теории электрических цепей и электротехники в целом свидетельствуют о том, что в теоретическую электротехнику сравнительно медленно внедряются известные аналитические методы современной математики (например, аппарат современной геометрии и функционального анализа, аппарат дифференциальной геометрии, вариационного исчисления и тензорного анализа [19-25]). Кроме того, до недавнего времени существовал некоторый разрыв между теорией электрических цепей и теорией электромагнитного поля, так как отсутствовал единый теоретический подход при исследовании физических процессов в различных электротехнических цепях, системах и устройствах.

И если методы анализа электромагнитных процессов в электрических цепях при синусоидальных и постоянных токах и напряжениях разработаны достаточно глубоко и обстоятельно, то этого нельзя сказать о методах анализа электромагнитных процессов в электрических цепях и системах с негармоническими (несинусоидальными) токами и напряжениями. Однако электрические цепи с токами и напряжениями именно несинусоидальной формы широко применяются в современной силовой преобразовательной технике, радиоэлектронике, радиотехнике, импульсной технике и электро-связи. Это свидетельствует, например, о том, что так называемый аппарат гармонического синтеза, известный в математике и необходимый для решения обратных задач в теории цепей, в учебниках по курсам электротехники используется слабо, либо вовсе не используется [26 – 29]. В соответствующих разделах теории электрических цепей при решении такого типа задач обычно ограничиваются тради-

ционным инженерным подходом, используя приближенные методы анализа и расчета (например, метод основной гармоник и метод усеченных рядов Фурье с весьма ограниченным числом удерживаемых членов ряда [30]), либо сводя дело лишь к общей форме записи предполагаемого искомого решения в виде бесконечного ряда Фурье, но без указания практического способа его суммирования или использования при дальнейших расчетах.

И только в малочисленной специальной литературе, требующей для пользования ею повышенной математической подготовки, рассмотрены некоторые аналитические способы и приведены примеры решения подобных обратных задач, например, в монографиях А.М. Заездного [26, 27], И.С. Гоноровского [31], Г.Е. Пухова [32], Т. Такеути [33], статьях Р.А. Воронова [34], И.С. Гоноровского [35], монографии Н.В. Зернова, В.Г. Карпова [36], а также в статьях А.М. Заездного [28, 29].

Указанное отставание в развитии теоретической электротехники на фоне современной теоретической физики и математики в известной степени можно объяснить появлением и весьма широким использованием в последних десятилетиях XX столетия электронно-вычислительной техники, что привело, в свою очередь, к быстрому развитию программирования и широкомасштабной разработке большого количества численных методов решения задач в различных областях науки, включая теоретическую электротехнику и теорию электрических цепей и систем.

Однако аналитические методы имеют, бесспорно, существенные преимущества перед численными, так как позволяют выполнять качественный анализ и находить общие закономерности и зависимости исследуемых процессов от тех или иных параметров изучаемых электрических цепей, что позволяет глубже понять физическую сущность явлений и процессов в этих цепях. При использовании же численных методов исследования, хотя и позволяющих обеспечить высокую точность и достоверность получаемых результатов, для разного сочетания параметров в одной и той же электрической цепи необходимо каждый раз заново решать задачу.

Известно, что теория электрических цепей в историческом плане относится к разделу общего курса физики “Электричество и магнетизм”. Однако в дальнейшем теория электрических цепей в процессе своего развития сформировалась в самостоятельную науку (рис. 1).

Одним из актуальных направлений современного развития теоретической электротехники является создание основ теории многомерных цепей. Зарождение этой теории относится к 60 – 70-м годам XX века, о чем свидетельствует ряд публикаций, например, [37 – 41]. В этих работах впервые проведены исследования электрических цепей с переменными параметрами на основе использования функций многих действительных переменных. В дальнейшем многомерный подход к исследованию цепей стал важным научным направлением в связи с развитием теории современных электрических и радиотехнических цепей при решении ряда прикладных задач, например, синтеза микроволновых фильтров; каскадного соединения коаксиальных линий, содержащих сосредоточенные элементы; задачи расчета цепей, содержащих полупроводниковые элементы и отрезки линий; в задачах с имитацией вокального тракта при синтезе речи [37] и синтеза гребенчатых фильтров [38]; в задачах исследования волновых цифровых фильтров [39, 40] и двумерных SC-фильтров [41].

В последние годы XX века элементы теории многомерных цепей используются при исследованиях, расчете и проектировании систем и устройств телевизионной передачи изображений объектов и в волоконно-оптических системах передачи информации [42].

В настоящее время теория многомерных электрических цепей является сформировавшимся научным направлением, получившим дальнейшее развитие в начале XXI века благодаря работам профессора А.М. Иваницкого, основные результаты которых изложены в публикациях [43-47].

Теория многомерных аналоговых и дискретных цепей, описанная в работе [46], разработана на основе теории дифференциальных уравнений в частных производных. Указанная теория многомерных цепей позволяет в некоторой степени объединить теорию цепей и теорию электромагнитного поля.

Таким образом, к основным современным проблемам развития теории электрических цепей на основании изложенного выше могут быть отнесены, по крайней мере, следующие:

1) создание основ и дальнейшее развитие теории многомерных аналоговых и дискретных электрических цепей [46];

2) развитие аналитических методов исследования линейных и нелинейных цепей на базе современного математического аппарата, а также дальнейшее развитие численных и численно-аналитических методов с использованием средств современной вычислительной техники;

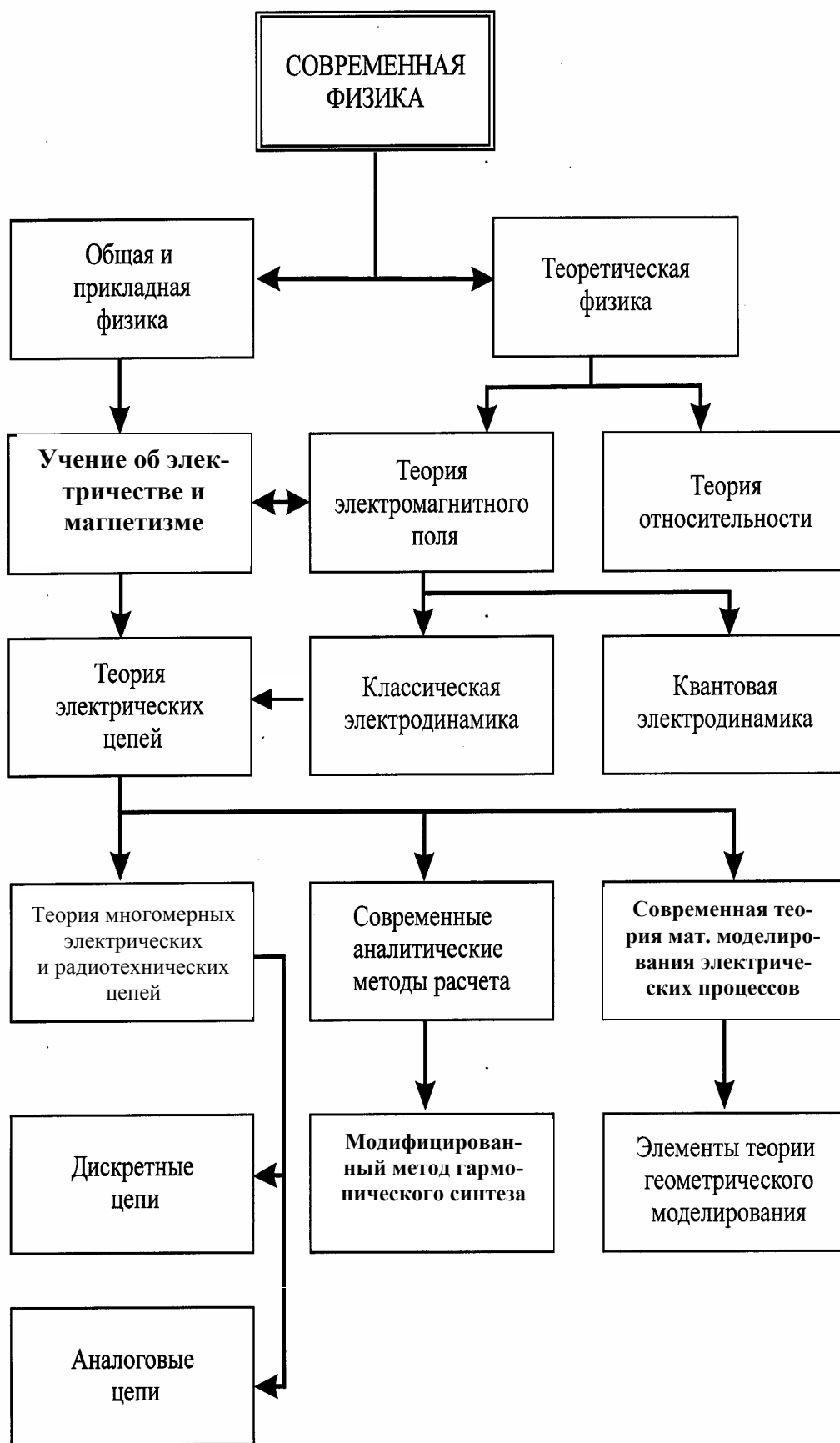


Рисунок 1

3) развитие теории математического моделирования периодических процессов на основе но-

вых (нетрадиционных) подходов и создание эффективных моделей, удобных для практического применения, например, методы моделирования, изложенные в работах [48 -50], а также метод геометрического моделирования [51-54].

Кроме того, к этой проблеме относится моделирование электроэнергетических процессов в трехфазных электрических цепях, устройствах и системах при несимметрии питающих напряжений, что имеет место на практике.

Рассмотрим примеры, относящиеся к первой из указанных выше проблем.

Пример 1. В работах [44, 47] показано, что введение и использование экспофункций $f(t)$ позволяет расширить возможности математического аппарата как при исследовании процессов в электрических и радиотехнических цепях, так и при исследовании электромагнитного поля на основе уравнений Максвелла. При этом экспофункция $f(t)$ в общем случае имеет вид :

$$f(t) = e^{\pm \lambda t} \cdot \tilde{f}(t),$$

где $\lambda > 0$; t – время, $\tilde{f}(t)$ – ядро экспофункции.

Пример 2. В качестве другого примера рассмотрим основные положения и элементы теории многомерных цепей [46]. Во-первых, для многомерных двухполюсных элементов электрической цепи задающие напряжения и задающие токи как источники энергии являются многомерными функциями многомерных вещественных аргументов t , где $t = (t_1, t_2, \dots, t_m)$ – вектор m -мерного вещественного множества (пространства). В остальном определения этих многомерных источников энергии совпадают с известными определениями одномерных источников энергии.

При этом остальные многомерные элементы определяются следующими уравнениями [55]:

$$U_R = R \cdot i(t), \tag{1}$$

$$U_L(t) = L_k \cdot \frac{\partial i(t)}{\partial t_k}, \tag{2}$$

$$i(t) = C_k \cdot \frac{\partial U(t)}{\partial t_k}, \tag{3}$$

где R – многомерное сопротивление; L_k – многомерная индуктивность k – го измерения; C_k – аналогично многомерная k -го измерения емкость; $k = 1, 2, 3, \dots, m$ (m – конечно).

Для начальных условий $i(t) = 0$ и $U(t) = 0$ при $t_k = -\infty$ из равенств (2) и (3) можно найти:

$$i(t) = \frac{1}{L_k} \int_{-\infty}^{t_k} u(\tau) d\tau_k, \tag{4}$$

$$U(t) = \frac{1}{C_k} \int_{-\infty}^{t_k} i(\tau) d\tau_k, \tag{5}$$

где через τ_k обозначена переменная под знаком интеграла, а $t = (t_1, t_2, \dots, \tau_k, \dots, t_m)$ обозначена через τ .

Для сложных многомерных цепей, состоящих из произвольного соединения многомерных двухполюсных элементов, справедливы законы Кирхгофа для узла и для контура аналогично одномерным электрическим цепям.

В качестве иллюстрации составим уравнение состояния электрического равновесия для сложной многомерной цепи, состоящей из последовательного соединения сопротивления R , многомерной 1-го измерения индуктивности L_1 и многомерной 2-го измерения емкости C_2 , используя уравнения элементов (1) – (3), если на входе цепи задано многомерное напряжение $u(t)$:

$$R \cdot i(t) + L_1 \cdot \frac{\partial i(t)}{\partial t_1} + \frac{1}{C_2} \int_{-\infty}^{t_2} i(\tau) d\tau_2 = u(t). \tag{6}$$

Дифференцируя уравнение (6) по переменной t_2 получаем дифференциальное уравнение второго порядка (7) в частных производных с постоянными коэффициентами:

$$L_1 \cdot \frac{\partial^2 i(t)}{\partial t_1 \cdot \partial t_2} + R \cdot \frac{\partial i(t)}{\partial t_2} + \frac{1}{C_2} \cdot i(t) = \frac{\partial u(t)}{\partial t_2}. \tag{7}$$

Рассмотрим пример, относящийся к проблеме 2.

Известно, что задачи нахождения периодических решений $y(t)$, описывающих установившиеся процессы в линейных электрических и радиотехнических цепях 2-го, 3-го и более высоких порядков с постоянными параметрами при входном негармоническом сигнале произвольной формы $e(t)$, имеют большое теоретическое и прикладное значение. К такого рода цепям относятся фильтры нижних и верхних частот; полосовые и заграждающие фильтры; корректирующие цепи каналов связи; сглаживающие пассивные фильтры и др. Искомые решения $y(t)$ представляют собой частные периодические решения линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и специальной правой частью в виде ряда Фурье для функции $D(t)$, состоящей в общем случае из кусочно-непрерывной функции времени $e(t)$ и ее производных:

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = D(t);$$

$$D(t) = e(t) + \sum_{m=1}^{\nu} \frac{d^m e(t)}{dt^m};$$

$$e(t) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (\alpha_k \cos kx + \beta_k \sin kx),$$

где k – порядковый номер гармоники; $\alpha_0, \alpha_k, \beta_k$ – коэффициенты разложения в ряд Фурье; n – порядок дифференциального уравнения; m – порядок производных функции $e(t)$, причем $1 \leq m \leq \nu$ и $\nu < n$; $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ – коэффициенты исходного дифференциального уравнения и соответствующего ему характеристического уравнения:

$$v^n + a_{n-1} v^{n-1} + a_{n-2} v^{n-2} + \dots + a_1 v + a_0 = 0.$$

Для получения аналитических решений указанных дифференциальных уравнений можно применить метод гармонического синтеза [26, 27], который является сложным и громоздким. При этом необходимо отметить, что основная трудность гармонического синтеза как обратной задачи по отношению к гармоническому анализу заключается в том, что аналитическая структура сворачиваемых к замкнутому виду рядов заранее неизвестна и для ее отыскания требует применения не только известных, но и поиска (разработки) новых подходов и способов суммирования бесконечных функциональных тригонометрических рядов, так как теория гармонического синтеза разработана значительно слабее по сравнению с теорией гармонического анализа.

Однако процесс нахождения искомых решений $y(t)$ можно значительно упростить за счет использования однозначной связи между рядом Фурье и частотными свойствами линейных электрических цепей, определяемых функцией комплексного сопротивления $Z(s)$ или функцией комплексной проводимости $Y(s) = Z^{-1}(s)$ этих цепей как двухполюсников, где $s = j\omega, j = \sqrt{-1}$.

Несмотря на возросший уровень и программное обеспечение численно-аналитических и численных методов расчета, в теории радиотехнических и электрических цепей по-прежнему представляется актуальным дальнейшее развитие фундаментальных аналитических методов расчета, к которым относится указанный выше метод гармонического синтеза и его модификации. Поэтому разработка новых частных и общих способов и приемов для решения задач гармонического синтеза представляет значительный интерес [55 – 57].

Рассмотрим пример, относящийся к проблеме 3.

Периодические негармонические процессы в ряде физических объектов, например, в управляемых электрических и радиотехнических цепях, можно исследовать с помощью построения соответствующих этим процессам геометрических моделей, а именно – режимных траекторий, которые представляют собой в общем случае пространственные кривые в трехмерном Евклидовом пространстве, описываемые параметрической системой уравнений:

$$\begin{cases} x = f_1(\varphi), \\ y = f_2(\varphi), \\ z = f_3(\varphi), \end{cases} \quad (8)$$

где φ – переменная величина (переменный параметр); $f_1(\varphi)$, $f_2(\varphi)$, $f_3(\varphi)$ – непрерывные дифференцируемые функции в области определения $\varphi_{\min} \leq \varphi \leq \varphi_{\max}$.

С геометрической точки зрения система (1) задает некоторое непрерывное отображение отрезка $[\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]$ вещественной оси φ в трехмерном Евклидовом пространстве:

$$x, y, z : \varphi \Rightarrow f_1(\varphi), f_2(\varphi), f_3(\varphi).$$

В работе [50] показано, что если функции $f_1(\varphi)$, $f_2(\varphi)$, $f_3(\varphi)$ представляют собой ортогональные компоненты вектора полной мощности \bar{S} (активную \bar{P} , реактивную \bar{Q} и мощность искажения \bar{N}) в некоторой управляемой электрической цепи, а φ – угол управления, то соответствующая системе уравнений (8) режимная траектория будет отображать периодический энергетический режим в этой цепи.

Например, в управляемом трехфазном симметричном выпрямителе стационарный энергетический режим описывается параметрической системой уравнений (9), аналогичных системе уравнений (8):

$$\begin{cases} x = P = S \cdot v(\gamma) \cdot \cos(\alpha + 0,5\gamma), \\ y = Q = S \cdot v(\gamma) \cdot \sin(\alpha + 0,5\gamma), \\ z = N = S \sqrt{1 - v^2(\gamma)}, \end{cases} \quad (9)$$

где α – угол регулирования (непрерывная переменная величина); γ – угол коммутации (параметр); $v(\gamma)$ – коэффициент искажения кривой первичного тока.

Системе уравнений (9) при изменении угла α соответствует пространственная кривая общего вида (режимная траектория), расположенная на сфере радиуса $R = |\bar{S}|$ и представляющая собой геометрическую модель периодического энергетического процесса в указанном выпрямителе.

Аналогичная система уравнений может быть составлена и для электрической (радиотехнической) цепи RL с переменной добротностью для исследования негармонических энергетических периодических процессов в указанной цепи при питании напряжением несинусоидальной формы (например, меандром со сдвигом переднего и заднего фронтов, напряжением трапецеидальной формы, пилообразной формы и др.). Например, при питании цепи RL напряжением, имеющим форму обычного меандра с амплитудой E , стационарный энергетический процесс в этой цепи описывается параметрической системой уравнений (10):

$$\begin{cases} x = P = b \cdot \frac{E^2}{R} \cdot \frac{1}{q^2}, \\ y = Q = b \cdot \frac{E^2}{R} \cdot \frac{q}{1 + q^2}, \\ z = N = a \cdot \frac{E^2}{R} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2 \cdot f(q)}, \end{cases} \quad (10)$$

где $a = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} = 0,90688$ и $b = \frac{\pi^2}{12} = 0,82244$ – постоянные коэффициенты; $q = \frac{\Omega L}{R}$ – переменная добротность (переменный параметр) указанной цепи при постоянной частоте входного напряжения; R и L – соответственно активное сопротивление и индуктивность этой цепи.

Полная мощность S и функция $f(q)$ в рассматриваемом случае определяются следующими формулами:

$$S = a \cdot \frac{E^2}{R}; \quad f(q) = \frac{1}{q^4} + \frac{q^2}{(1 + q^2)^2}.$$

Следовательно, в этом случае энергетический процесс в указанной цепи моделируется также в виде режимной траектории, представляющей собой пространственную кривую общего вида (геометрическую модель), расположенную на сферической поверхности.

Отметим, что при этом геометрические модели являются не только универсальным инструментом исследования периодических энергетических процессов как единого целого, но также удоб-

ным и наглядным способом представления полученных результатов. Они позволяют решать задачи оптимизации режимов и сравнительного анализа энергетических процессов как в одном электрическом объекте, так и в разных электрических объектах на основе применения математического аппарата аналитической и дифференциальной геометрии. Это позволяет значительно расширить возможности исследователей.

Итак, указанные выше проблемы развития общей теории электрических цепей и аналитических методов исследования негармонических процессов, включая тесно связанную с ними проблему математического моделирования этих процессов и соответствующих им энергетических процессов, как следует из изложенного выше, являются весьма актуальными и ждут своего решения.

Литература

1. *Гамов Г.А., Иваненко Д.Д., Ландау Л.Д.* Универсальные постоянные и граничные переходы // ЖРФХО. – 1928. – Т. 60. – С. 13–17.
2. *Гамов Г.А.* Теория Дирака и положительные электроны // СОРЕНА. – 1933. – Вып. 8. – С. 25–30.
3. *Gamov G.* The role of turbulence in the evolution of the Universe // Phys. Rev. – 1952. – V. 86, April 15. – P. 251.
4. *Gamov G.* Electricity, gravity and cosmology // Phys. Rev. Letters. – 1967. – V. 19, Sept. 25 and Oct. 23. – PP. 759–761, 913; Errata: Ibid. – P. 1000.
5. *Гамов Джордж.* Моя мировая линия: неформальная автобиография. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1994. – 318 с.
6. *Левич В.Г.* Курс теоретической физики. – Т. 1. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969. – 912 с.
7. *Паркер Б.* Мечта Эйнштейна: В поисках единой теории строения Вселенной: Пер. с англ. /Под ред. Я. А. Смородинского. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 224 с.
8. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. Теоретическая физика. – Т. 2. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973. – 504 с.
9. *Воробушенко П.П.* О современной эволюции наук // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2003. – № 4. – С. 3–5.
10. *Gorbachev M.N., Polyschook S.V.* Some electromagnetics problems and many measured components // Тез. докл. 9-й Российск. Гравитац. конф. “ Теоретические и экспериментальные проблемы гравитации”. – Секция 1. Проблемы классической общей теории относительности и гравитации (24–30 июня 1996 г., Новгород). – М.: Российск. Гравитац. Общество, 1996 г. Часть 1. – С. 58.
11. *Кречет В.Г.* Пятимерная геометрическая модель электрослабых взаимодействий // Тез. докл. 10-й Российск. Гравитац. конф. “ Теоретические и экспериментальные проблемы общей теории относительности и гравитации” (г. Владимир, 20–27 июня 1999 г.). – М.: Российск. Гравитац. Общество, 1999. – С. 100.
12. *Кречет В.Г., Левкоева М.В., Садовников Д.В.* Геометрическая теория поля в пятимерном аффинно-метрическом пространстве // Тез. докл. 10-й Российск. Гравитац. конф. “ Теоретические и экспериментальные проблемы общей теории относительности и гравитации” (г. Владимир, 20–27 июня 1999 г.). – М.: Российск. Гравитац. Общество, 1999. – С. 104.
13. *Горбачев М.Н., Полищук С.В.* Анализ условий перехода в многомерных пространствах // Тез. докл. 10-й Российск. Гравитац. конф. “ Теоретические и экспериментальные проблемы общей теории относительности и гравитации” (г. Владимир, 20–27 июня 1999 г.). – М.: Российск. Гравитац. Общество, 1999. – С. 111.
14. *Горбачев М.Н.* Геометрические представления о размерности пространства–времени // Тез. докл. 10-й Российск. Гравитац. конф. “ Теоретические и экспериментальные проблемы общей теории относительности и гравитации” (г. Владимир, 20–27 июня 1999 г.). – М.: Российск. Гравитац. Общество, 1999. – С. 71.
15. *Константинов М.Ю.* Причинные свойства некоторых классов моделей пространства–времени.– Physical Interpretation of Relativity Theory: Proceeding of International Meeting. Moscow, 30 June – 3 July 2003. – Moscow, Liverpool, Suderland, 2003. – P. 126–133.
16. *Frolov B.N.* On the physical field generated by rotating masses in Poincare – gauge theory of gravity.– Physical Interpretation of Relativity Theory: Proceeding of International Meeting. Moscow, 30 June – 3 July 2003. – Moscow, Liverpool, Suderland, 2003. – P. 213–219.
17. *Горбачев М.Н., Полищук С.В.* Многомерные электрические модели пространства–времени // Труды (Тез. докл.) VIII Международн. науч.-практич. конф. “ Системы и средства передачи и обработки информации “ (7 – 12 сентября 2004 г., г. Одесса, Украина). – Одесса: Издательский центр ОНАС им. А.С. Попова. – С. 147.
18. *Valentin D. Gladush.* Conformally flat five – dimensional cosmological model and cylindricity and closedness conditions in Kaluza Klein theory. Gamov Memorial International Conference dedicated to 100 – th anniversary of George Gamov “Astrophysics and cosmology after Gamov–theory and observations” (Odessa, August 8–14, 2004). ABSTRACTS. – Odessa: “Astroprint”, 2004. – P. 27.

19. Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. – М.: Наука, 1965. – 426 с.
20. Кассандров В.В. Алгебраическая структура пространства–времени и алгебродинамика. – М.: Изд–во Российского Университета дружбы народов, 1992. – 149 с.
21. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия: Методы и приложения. – 2–е изд., перераб. – М.: Наука, Главн. ред. физ.–мат. лит., 1986. – 760 с.
22. Ефимов Н.В. Высшая геометрия. – М.: Наука, 1971.
23. Погорелов А.В. Высшая геометрия выпуклых поверхностей. – М.: Наука, 1969.
24. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. – М.: Наука, 1969.
25. Громол Д., Клингенберг В., Мейер В. Риманова геометрия в целом. – М.: Мир, 1971.
26. Заездный А.М. Гармонический синтез в радиотехнике и электросвязи. – М.–Л.: Госэнергоиздат, 1961. – 535 с.
27. Заездный А.М. Гармонический синтез в радиотехнике и электросвязи. – Л.: Энергия, 1971. – 528 с.
28. Заездный А.М. Метод гармонического синтеза и его применение к задачам радиотехники // Радиотехника. – 1956. – №5. – С. 44 – 55.
29. Заездный А.М. Об изучении линейных систем на основе аппарата рядов Фурье // Радиотехника. – 1961. № 2. – С. 34 – 49.
30. Матханов П.Н. Основы анализа электрических цепей. – М.: Высшая школа, 1972. – 336 с.
31. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Советское радио, 1964. – 696 с.
32. Пухов Г.Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. – К.: Наукова думка, 1967. – 568 с.
33. Такеути Т. Теория применения вентильных цепей для регулирования двигателей / Пер. с англ. – Л.: Энергия, 1973. – 238 с.
34. Воронов Р.А. Расчет периодических токов и напряжений при несинусоидальной форме э. д. с. // Электричество. – 1956. – № 8. – С. 11 – 14.
35. Гоноровский И.С. Воздействие сложных периодических электродвижущих сил на линейные системы // Радиотехника. – 1953. – № 1. – С. 3 – 15.
36. Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. – Л.: Энергия, 1972. – 816 с.
37. Koga T. Synthesis of a resistively terminated cascade of uniform lossless transmission lines and lumped passive lossless two–parts // IEEE Trans. On Circuit Theory. – 1971. – Vol. CT – 18. – № 4. – P. 444 – 445.
38. Rhodes J.D. and Marston P.S. Cascade synthesis of two – variable one – element – kind networks // IEEE Trans. On Circuit Theory. – 1972.– Vol. CT – 19. – № 1. – P. 78 – 80.
39. Боуз Н.К. Успехи и проблемы теории многомерных систем // ТИИЭР. – 1977. – Т. 65. – № 6. – С. 9 – 29.
40. Джури Э.И., Коловенну В.Р., Андерсон Б.Д. Стабилизация некоторых двумерных рекурсивных цифровых фильтров // ТИИЭР. – 1977. – Т. 65. – № 6. – С. 86 – 92.
41. Nishikawa K., Takebe T. and Hayashihara M. Two – dimensional switched – capacitor filter // IEEE Int. Symp. Circuits Syst., Montreal, Canada. – June 1984. – P. 73 – 76.
42. Проектирование и расчет телевизионных систем и устройств: Учебное пособие по курсовому и дипломному проектированию / Н.А. Солоп, О.В. Гофайзен, И.В. Мещерякова, Е.В. Ошаровская. – Одесса: ОНАС им. А.С. Попова, 1991.– 64 с.
43. Иваницкий А.М. Матрицы неавтономных параметров многомерных многополюсников // Радиотехника. – 1993. – № 7. – С. 15–19.
44. Иваницкий А.М. Реактивные элементы при экспофункциональных воздействиях. – Информатика и связь: Сб. научн. тр. УГАС им. А.С. Попова. – Одесса, 1996. – С. 236–240.
45. Иваницкий А.М. Свойства дифференциальных операторов многомерных электрических цепей // Информатика и связь: Сб. научн. тр. УГАС связи им. А.С. Попова. – Одесса, 1998. – С. 37 – 41.
46. Иваницкий А.М. Основы теории многомерных аналоговых и дискретных цепей: Учебн. пособие. – Одесса: ОНАС им. А.С. Попова, 2003. – 38 с.
47. Иваницкий А.М. Электрический заряд и магнитный поток экспофункционального поля // Наукові праці ОНАЗ ім. О. С. Попова. – 2004. – № 1. – С. 3–8.
48. Кадацкий А.Ф., Гунченко Ю.А. Электрические процессы в модульных импульсных преобразователях постоянного напряжения с граничным режимом функционирования // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2004. – № 1. – С. 9–15.
49. Кадацкий А.Ф., Гунченко Ю.А. Моделирование импульсных преобразователей постоянного напряжения с силовыми каналами понижающего типа с ЧИМ регулированием // Труды VI Международн. науч. – практич. конф. “Системы и средства передачи и обработки информации”. – Одесса, 2002.
50. Кадацкий А.Ф., Русу А.П. Математическая модель для исследования импульсных преобразователей напряжения // Труды VII Международн. науч. – практич. конф. “Системы и средства передачи и обработки информации”. – Одесса, 2003.– С. 131 – 132.
51. Милка А.Д., Горбачев М.Н. Геометрические модели периодических процессов в управляемых

- электрических и радиотехнических цепях // Труды VII Международ. науч. – практич. конф. “Системы и средства передачи и обработки информации”. – Одесса, 2003. – С. 47–48.
52. Горбачев М.Н. Геометрическое моделирование физических процессов и его приложение в электротехнике // Тез. докл. 4-й Международн. конф. по геометрии и топологии. – Черкассы: ЧИТИ, 2001. – С. 29–31.
53. Горбачев М.Н. и др. Элементы теории геометрического моделирования периодических электрофизических процессов и некоторые задачи электродинамики // Тез. докл. 5-й Международн. конф. по геометрии и топологии. – ЧГТУ, 2003. – С. 33–34.
54. Горбачев М.Н. и др. Пространственные кривые как трехмерные геометрические модели негармонических электрофизических процессов // Тез. докл. 5-й Международн. конф. по геометрии и топологии. – ЧГТУ, 2003. – С. 31–32.
55. Bruton L.T. On the relationships between analog circuits and multidimensional digital algorithms // IEEE Int. Symp. Circuits and Syst. – 1986. – Vol. 2. – P. 456–459.
56. Горбачев М.Н. Нахождение периодических решений для одного класса задач теории электрических цепей // Техническая электродинамика. – 1997. – № 2. – С. 27 – 34.
57. Горбачев М.Н. Развитие математических методов гармонического синтеза в задачах теоретической электротехники, радиотехники и электросвязи // Труды VII Международ. науч. – практич. конф. “Системы и средства передачи и обработки информации”. – Одесса, 2003. – С. 136.