

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПАРАМЕТРЫ (n, k) КОДОВ СЛЕПЯНА С КОМПЕНСАЦИЕЙ ИЗБЫТОЧНОСТИ ТАЙМЕРНЫМИ СИГНАЛАМИ

Захарченко Н.В., Кильдишев В.Й., Голев Д.В., Осадчук Е.А.

*Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова,
65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнечная, 1.
kildishev@ukr.net*

ІНФОРМАЦІЙНІ ПАРАМЕТРИ (n, k) КОДІВ СЛЄПЯНА З КОМПЕНСАЦІЄЮ НАДЛИШКОВОСТІ ТАЙМЕРНИМИ СИГНАЛАМИ

Захарченко М.В., Кільдішев В.Й., Голев Д.В., Осадчук К.О.

*Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова,
65029, Україна, м. Одеса, вул. Кузнечна, 1.
kildishev@ukr.net*

INFORMATION PARAMETERS (n, k) OF THE SLEPYAN'S CODES WITH COMPENSATION OF REDUNDANCY BY TIMER SIGNALS

Zakharchenko N.V., Kildishev V.I., Golev D.V., Osadchuk K.O.

*O.S. Popov Odessa national academy of telecommunications,
1 Kuznechna St., Odessa, 65029, Ukraine.
kildishev@ukr.net*

Аннотация. В работе проведена оценка величины энтропии в корректирующих избыточных позиционных кодах Слепяна. Определены информационная емкость найквистового элемента и влияние избыточности кода (r) на энтропию сообщения при позиционном блоковом кодировании. Предложен метод увеличения информационной емкости найквистового элемента при таймерных сигнальных конструкциях на длительности кодового слова Слепяна. Определены оптимальные параметры таймерных сигнальных конструкций для получения необходимого количества кодовых слов.

Ключевые слова: позиционные коды, коды Слепяна, кодовое расстояние, кратность ошибки, энтропия, найквистовый элемент, информационная емкость, таймерная сигнальная конструкция, энергетическое расстояние, уравнение качества.

Анотація. У роботі проведена оцінка величини ентропії в коригувальних надлишкових позиційних кодах Слепяна. Визначено інформаційну ємність найквистового елемента і вплив надлишковості кода (r) на ентропію повідомлення при позиційному блоковому кодуванні. Запропоновано метод збільшення інформаційної ємності найквистового елемента при таймерних сигнальних конструкціях на тривалості кодового слова Слепяна. Визначено оптимальні параметри таймерних сигнальних конструкцій для отримання необхідної кількості кодових слів.

Ключові слова: позиційні коди, коди Слепяна, кодова відстань, кратність помилки, ентропія, найквистовий елемент, інформаційна ємність, таймерна сигнальна конструкція, енергетична відстань, рівняння якості.

Abstract. In operation the assessment of entropy value in the adjusting redundant positional Slepian's codes is carried out. The data capacity of a Nyquist interval and influence of code redundancy (r) on an entropy of the message in case of positional block coding are defined. The method of increase in data capacity of a Nyquist interval is offered in case of timer signal constructions on duration of Slepian's code word. Optimum parameters of timer signal constructions for obtaining necessary number of code words are determined.

Key words: positional codes, Slepian's codes, code distance, multiplicity of the error, entropy, Nyquist interval, data capacity, timer signal construction, energetic distance, quality equation.

Для обеспечения приемлемого качества работы системы передачи информации (СПИ) в нестационарном канале связи необходимо поддерживать вероятность ошибки (верность передачи информации) на уровне, не превышающем некоторую предельно допустимую величину. Чтобы быть инвариантной к помехам в канале связи, система должна обладать способностью оценивать качество канала, прогнозировать его поведение, адаптироваться к изменяющимся условиям передачи. Для обеспечения последнего свойства используются разные виды сигнальной избыточности.

Важнейшей характеристикой цифровой связи является ее помехоустойчивость, которая может быть обеспечена как применением эффективных способов приема и обработки сигналов, так и помехоустойчивым кодированием информации. Эффективность СПИ может быть существенно повышена за счет применения современных методов модуляции и помехоустойчивого кодирования. Они позволяют более полно использовать пропускную способность канала при высокой правильности передачи.

В работах [1,2] рассмотрены проблемы повышения эффективности передачи и обработки сигналов. Однако, в связи с широким внедрением вычислительной техники и автоматизированных систем управления во все сферы жизнедеятельности человека, возникает потребность в дальнейшем развитии методов передачи информации, обеспечивающих обмен информацией с высокой скоростью и требуемой достоверностью.

Целью статьи является определение и сравнение информационной емкости найквистового элемента для кодов Слепяна и таймерных сигнальных конструкций.

Формирование простых и избыточных позиционных кодов. В технике связи используются семантические и элементные коды. К семантическим кодам относятся комбинации из нескольких букв, обозначающих целые фразы [3]. Например, в международной радиосвязи используются такие сочетания букв: SOS-сигнал бедствия, ТТТ-сигнал безопасности. Широко используются так называемые Z-коды или Θ-коды, вначале кодовых слов которых стоят символы Z или Θ, обозначающие определенные фразы. Например, сочетание ZSU обозначает – "ваши сигналы неразборчивы" или QKM обозначает – "мне мешают на этой волне".

Элементные коды характеризуются тем, что каждому символу (букве) присваивается определенное число в заданной системе счисления [4]. Например, в табл. 1 и 2 представлены записи десятичных чисел с различными типами четырехэлементных двоичных кодов (последовательность чисел части числовой оси на отрезке 0...15).

Таблица 1 – Представление чисел в различных системах исчисления

Число					
Десятичное	Шестнадцатеричное	Двоичное	Десятичное	Шестнадцатеричное	Двоичное
0	0	0000	8	8	1000
1	1	0001	9	9	1001
2	2	0010	10	A	1010
3	3	0011	11	B	1011
4	4	0100	12	C	1100
5	5	0101	13	D	1101
6	6	0110	14	E	1110
7	7	0111	15	F	1111

Среди составных кодов наибольшее применение нашли двоично-десятичные коды. Такие коды обычно используются как промежуточные при переводе десятичных кодов в

двоичные и наоборот. Например, при вводе в вычислительную машину данных, представленных в десятичной системе, или при выводе из машины информации для регистрации в десятичном коде [4].

В двоично-десятичном коде основной системой счисления является десятичная. Однако, каждая цифра десятичного числа записывается в виде четырехразрядного двоичного числа (тетрады). Для фиксации цифр десятичного числа наибольшее практическое применение нашли четырехэлементные двоичные весовые коды 8-4-2-1; 7-4-2-1; 5-1-2-1 и 2-4-2-1. Цифры в названии кода выражают вес (количество) единиц в соответствующих двоичных разрядах (табл.2).

Таблица 2 – Представление десятичных чисел при различных видах четырехэлементных двоичных кодов

Десятичное число	Код 8-4-2-1	Код 7-4-2-1	Код 5-1-2-1	Код 2-4-2-1
0	0000	0000	0000	0000
1	0001	0001	0001	0001
2	0010	0010	0010	0010
3	0011	0011	0011	0011
4	0100	0100	0111	0100
5	0101	0101	1000	1011
6	0110	0110	1001	1100
7	0111	1000	1010	1101
8	1000	1001	1011	1110
9	1001	1010	1111	1111

Количество двоичных цифр K при двоичном представлении определяется максимальным номером передаваемых сообщений в десятичной системе (N_{10}) [4]:

$$K = E^+ [\log_2 N_{10}], \quad (1)$$

где символ E^+ – обозначает ближайшее целое число.

Для возможности обнаружения или исправления ошибок до k элементов простого кода (1) добавляются r -проверочных элементов. Проверочные элементы избыточного кода формируются из сумм определенных информационных элементов простого кода.

В табл. 3 приведены значения номеров информационных элементов кодов Слепяна, участвующих в формировании соответствующих проверочных элементов r для $n \in 5 \dots 16$. Из таблицы следует, что число сумм соответствует разнице $(n - k)$, а все суммы должны быть равными нулю.

В столбцах N_1, N_2, N_3, N_4 табл. 3 в числителе дано число возможных ошибок, а в знаменателе – число исправляемых ошибок соответствующей кратности и кодовое расстояние d соответствующего кода.

Оценим число возможных ошибок $N_i(n)$ кратности $t_{\text{ош}} \in 1 \dots n$ согласно следующему выражению [4]:

$$N_i(n) = C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}, \quad (2)$$

где $i \in 1 \dots n$.

Таблица 3 – Номера информационных элементов кодов Слепьяна для $n \in 5 \dots 16$

n, k код	Номера проверочных r элементов								Кратность исправляемых ошибок				
	1	2	3	4	5	6	7	8	N_1	N_2	N_3	N_4	d
5,2	12	2	1						5/5	2/10			3
6,3	12	12	23						6/6	1/15			3
7,4	134	124	123						7/7				3
8,4	134	124	123	1234					8/8	7/28			3
9,5	1345	1245	1235	1234					9/9	6/36			3
10,5	1345	1245	1235	1234	12345				10/10	21/45			3
10,6	1345	1245	12356	12346					10/10	5/45			3
11,5	123	124	134	234	125	135			11/11	46/55	6/165		4
11,6	13456	12456	12356	12346	12345				11/11	20/55			4
11,7	1345	12457	12356	123467					11/11	4/55			3
12,5	123	124	234	1235	45	1245	1345		12/12	63/66	52/220		5
12,6	12456	2356	1346	1345	124	123			12/12	50/66	1/220		4
12,7	13456	12456	123567	123467	123457				12/12	19/66			4
12,8	1235678	12346	12457	13458					12/12	3/66			3
13,5	123	124	134	125	135	245	345	12345	13/13	78/78	152/286	12/715	5
13,6	13456	1256	1246	1236	1245	1235	1234		13/13	72/78	42/286		4
13,7	23567	3467	2457	2456	1235	1234			13/13	50/78			4
14,6	1235	1246	1346	156	2346	256	356	456	14/14	91/91	150/364	14/1001	5
14,8	34678	4578	13568	3567	12346	12345			14/14	49/91		14/1001	4
15,9	2345	1234	245	4789	15789	1459			15/15	48/105		15/1365	4
16,10	1245	4579	24689	124510	134610	35610			16/16	47/120		16/1820	4

Результаты расчетов удельного веса исправляемых и обнаруживаемых ошибок кодами Слепяна для кратности ошибок $t_{\text{ош}} \in 1..4$ представлены в столбцах N_1, N_2, N_3, N_4 в виде дробей: числитель – максимальное число исправляемых ошибок, знаменатель – возможное число ошибок (2).

Из табл. 3 следует, что чем больше проверочных элементов, тем больше число исправляемых ошибок и тем меньше эффективность используемого кода, определяемая выражением (3):

$$\eta = \frac{P(\geq 1, n)}{P(\geq 1, n) - P_{\text{исп}(n)}}, \quad (3)$$

где $P_{\text{исп}(n)}$ – вероятность исправления ошибок соответствующей кратности.

Информационные параметры кодов Слепяна. Количество информации (энтропия H) кодового слова определяется только количеством информационных элементов в кодовом слове k [1] и количеством различных значений информационного параметра a [5]:

$$N_p = a^k; \\ H = \log N_p = \log_2 a^k = k \log_2 a. \quad (4)$$

Так как в каждом кодовом слове длиной n -элементов информация содержится только в k элементах, то объем информации в двоичных кодовых словах различных кодов Слепяна (энтропия H) равен k бит соответственно.

В табл. 4 представлено объем информации (H) в битах в каждом кодовом слове и информационную емкость одного найквистового элемента согласно выражению J_n [5]:

$$J_n = \frac{k}{n}, \quad (5)$$

где k – число информационных элементов; n – общее число элементов.

Таблица 4 – Значения объема информации H и емкости одного найквистового элемента J_n для кодов Слепяна

n, k	5,2	6,3	7,4	8,4	9,5	10,5	10,6	11,5	11,6	12,7
H	2	3	4	4	5	5	6	5	6	7
J_n	0,4	0,5	0,57	0,5	0,55	0,5	0,6	0,45	0,54	0,63

Из табл. 4 следует, что энтропия кодового слова определяется только количеством информационных элементов. Необходимо обратить внимание на то, что как и в простых так и в избыточных кодах энтропия всегда определяется k информационными элементами. Так как в избыточных кодах общее количество элементов равно:

$$n = k + r, \quad (6)$$

где k и r – количество информационных и проверочных элементов соответственно, то информационная емкость одного элемента кодов Слепяна $J_n < 1$.

В табл. 4 расчеты проведены только для двоичного канала ($a = 2 \rightarrow 0;1$). Из выражений (4), (5) следует, что информационная емкость найквистового элемента определяется числом значений информационного параметра a . Если бы число значений

информационного параметра a сделать равным 4, то каждый элемент кода содержал бы ($\log_2 4 = 2$) два бита информации.

В структуре кодовых слов, сформированных по алгоритму табл. 3, информационная емкость найквистового элемента J_n для двоичного канала в основном равна 0,5 (табл. 4), что говорит о низкой эффективности использования времени передачи кодовой конструкции Слепяна.

Из [4], [5] следует, что увеличить информационную емкость при позиционном кодировании можно только за счет увеличения числа значений информационного параметра a , что невозможно для двоичного канала.

Повысить эффективность использования времени реализации сигнальных конструкций для двоичных каналов возможно только при таймерном кодировании [1].

Повышение эффективности использования интервала реализации кода Слепяна.

Из выражения (4) следует, что для увеличения энтропии на заданном интервале времени необходимо увеличить число реализаций N_p , что позволит повысить информационную емкость одного элемента Найквиста в двоичном канале (т.е. сделать ее $J_n > 1$).

За метод повышения эффективности использования временных интервалов кодовых конструкций Слепяна выберем таймерное кодирование [5]. Временные интервалы кодовых конструкций [5] при таймерном кодировании кратны величине $\Delta < t_0$, в которых интервалы между смежными моментами модуляции не кратны элементу Найквиста, но и не меньше его, что позволит реализовать энергетическое расстояние между кодовыми словами равными энергии элемента Δ .

Выбор таких сигналов обеспечивает на заданном интервале времени получение большего числа N_p , чем при использовании позиционного кодирования (ПК) ($N_p \gg 2^m$, где m – число единичных элементов в сигнальной конструкции длительностью T_c , $T_c = mt_0$).

Известно, что [2] количество реализаций с заданным числом информационных отрезков:

$$N_{PT} = \frac{[mS - i(S - 1)]!}{i!(mS - iS)!} \tag{7}$$

В табл. 5 в числителе дано количество реализаций ТСК N_p , рассчитанное по выражению (7) для $m \in (4 \dots 10)t_0$, $i \in 1 \dots 5$ при $S = 7$, а в знаменателе дана информационная емкость найквистового элемента, определяемая выражением:

$$J_n = \frac{\log_2 N_p}{m} \tag{8}$$

Таблица 5 – Количество реализаций и информационная емкость при ТСК

i	m						
	4	5	6	7	8	9	10
1	22/1,11	29/0,97	36/0,86	43/0,78	50/0,71	57/0,65	64/0,6
2	120/1,73	253/1,6	435/1,46	666/1,34	946/1,24	1875/1,21	1653/1,07
3	120/1,73	680/1,88	2024/1,83	4495/1,73	8436/1,63	14190/1,53	22100/1,44
4	1/0	330/1,67	3060/1,93	12650/1,95	35960/1,89	82251/1,81	613185/1,92
5	0/–	1/0	792/1,61	11628/1,93	65780/2,00	237736/1,98	658008/1,93

Оценим эффективность использования интервала реализации кодовой конструкции кода Слепяна (9,5) при реализации множества таймерных сигнальных конструкций. Учитывая, что код имеет 5 информационных элементов, то для этого необходимо (2^5) 32 кодовых конструкции. Пусть для оценки качества передачи 32 разрешенных кодовых слов используется уравнение качества [4]:

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0 \pmod{7}. \quad (9)$$

Тогда требуемое множество используемых кодовых конструкций будет равно (32×7) 224 кодовым словам.

Согласно выражению (7) для полученных 224 кодовых слов при $S = 7$, $i = 3$ понадобится время формирования $T_{СК} = 4t_0 + 5\Delta = 4,71t_0 \approx 5t_0$.

Таким образом, вместо 9-элементных кодовых комбинаций позиционного кода Слепяна можно передать *защищенные* кодовые комбинации на интервале $T_{СК} = 5 \cdot t_0$, т.е. в одном найквистовом элементе ($J_H = 5/5 = 1$ бит) содержится 1 бит информации, что почти в 2 раза больше значений J_H из табл. 4.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Захарченко В.М. Синтез багатопозиційних часових кодів / Захарченко В.М. – К.: Техніка, 1999. – 281 с.
2. Захарченко М.В. Системи передавання даних. – Т. 1: Завадостійке кодування: підручник/ Захарченко М.В. – Одеса: Фенікс, 2009. – 448 с.
3. Заренин Ю.Г. Коды в технике / Ю.Г. Заренин, В.Л. Иносов. – К.: Техника, 1964. – 184 с.
4. Заренин Ю.Г. Корректирующие коды для передачи информации / Заренин Ю.Г. – К.: Техника, 1965. – 170 с.
5. Березюк Н.Т. Кодирование информации. Двоичные коды: Справочник / Березюк Н.Т., Андрущенко А.Г., Моцицкий С.С. – Харків: Вища школа, 1978. – 252 с.
6. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Вентцель Е.С. – М.: Наука, 1969. – 328 с.

REFERENCES:

1. Zakharchenko V.M. Synthesis of multiposition time codes / Zakharchenko V.M. – K.: Technika, 1999. – 281 p.
2. Zakharchenko V.M. Systems of data transmission. – T.1:error-control coding: book [for students of higher technical schools] / Zakharchenko M.V. — Odesa: Фенікс, 2009. – 448 p.
3. Zarenyn J.G. Codes in technique / Zarenyn J.G., Ynosov V.L. – K.: Technika, 1964. – 184 p.
4. Zarenyn J.G. The adjusting codes for information transfer / Zarenyn J.G. – K.: Technika, 1965. – 170 p.
5. Berezyuk N.T. Information coding. Binary codes: Directory / Berezyuk N.T., Andruschenko A.G., Moschytsky S.S. – Kharkov: High School, 1978. – 252 p.
6. Wentzel E.S. Probability Theory / Wentzel E.S. – M.: Science, 1969. – 328 p.