

СИНТЕЗ ИТЕРАЦИОННОГО ДЕКОДЕРА ВИТЕРБИ ДЛЯ КОДОВ С СОКРАЩЁННЫМ ВХОДНЫМ АЛФАВИТОМ

Басов В.Е.

*Одесская национальная академия связи им. А.С.Попова,
65029, Украина, г. Одесса, ул. Кузнечная, 1.
basvic@list.ru*

СИНТЕЗ ІТЕРАЦІЙНОГО ДЕКОДЕРА ВІТЕРБІ ДЛЯ КОДІВ ЗІ СКОРОЧЕНИМ ВХІДНИМ АЛФАВИТОМ

Басов В.Є.

*Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова,
65029, Україна, м. Одеса, вул. Ковальська, 1.
basvic@list.ru*

SYNTHESIS OF ITERATIVE DECODER VITERBI FOR CODES WITH BRIEF SOURCE ALPHABET

Basov V. E.

*O.S.Popov Odessa national academy of telecommunications,
1 Kovalska St., Odessa 65029, Ukraine.
basvic@list.ru*

Аннотация. Раньше для исследования свойств турбо-кодов в итерационном декодере на основе алгоритма Витерби с мягким решением применялась схема, рассчитанная на систематические сверточные компонентные коды. Проблема состоит в том, что схема итерационного декодера на несистематических компонентных кодах не была разработана. В предложенной статье для кодов с сокращённым входным алфавитом модифицирован алгоритм декодирования Витерби с мягким решением. Синтезированы схемы турбо-кодера на несистематических компонентных кодах с сокращённым входным алфавитом и итерационного декодера таких кодов на основе модифицированного алгоритма Витерби с мягким решением.

Ключевые слова: коды с сокращённым алфавитом, турбо-коды, итерационное декодирование.

Анотація. Раніше з метою дослідження властивостей турбо-кодів у ітераційному декодері на ґрунті алгоритму Вітербі з м'яким рішенням застосовувалась схема, яка розрахована на використання систематичних згорткових компонентних кодів. Проблема полягає в тому, що схему на несистематичних згорткових компонентних кодах ітераційного декодера розроблено не було. В запропонованій статті для кодів зі скороченим вхідним алфавітом модифіковано алгоритм декодування Вітербі з м'яким рішенням. Синтезовано схеми турбо-кодера на несистематичних компонентних кодах зі скороченим вхідним алфавітом й ітераційного декодера таких кодів на підставі модифікованого алгоритму Вітербі з м'яким рішенням.

Ключові слова: коди зі скороченим алфавітом, турбо-коди, ітераційне декодування.

Abstract. Earlier the diagram expected systematic convolutional component codes was applied to research of properties of turbo-codes in the iterative decoder on the basis of soft output Viterbi algorithm (SOVA). The problem is that the diagram of the iterative decoder on not systematic component codes wasn't developed. In the offered article for codes with the reduced input alphabet the algorithm of decoding of Viterbi with the soft decision is modified. Diagrams of a turbo coder on non-systematic component codes with the

reduced input alphabet and the iterative decoder of such codes on the basis of the modified algorithm of Viterbi with the soft decision are synthesized.

Key words: codes with the reduced input alphabet, turbo-codes, iterative decoding.

В 1999 году в работе [1] был предложен новый подход к построению помехоустойчивых кодов, а именно, введение избыточности в процессе кодирования не за счет добавления символов в кодированные данные, а за счет увеличения алфавита кодированного сообщения. Этот способ кодирования расширяет возможности для построения сигнально-кодовых конструкций (СКК), позволяя успешно согласовывать двоичные источники информации с недвоичными каналами, когда ансамбль сигналов содержит количество сигналов не кратное целой степени двойки. Т. е. в СКК использовать не квазиоптимальные, а оптимальные ансамбли сигналов и, таким образом, получить дополнительный энергетический выигрыш кодирования.

Дальнейшие исследования предложенных кодов показали, что, когда их относительная скорость совпадает с относительной скоростью обычных сверточных кодов, коды с сокращённым алфавитом обладают аналогичной помехоустойчивостью [2, 3].

Позднее, в 2007 г., синтезирован декодер по максимуму апостериорной вероятности (МАВ) для кодов с сокращённым алфавитом [4]. **Целью настоящей статьи** является синтез функциональной схемы итерационного декодера для турбо-кода с несистематическими компонентными кодами с сокращённым входным алфавитом.

Синтез декодера по алгоритму Витерби с мягким решением для кодов с сокращённым входным алфавитом

Асимптотически оптимальный алгоритм с мягким решением, который хранит значение расстояния для каждого состояния и уточняет его при обработке на каждом шаге декодирования, называется алгоритмом Витерби с мягким выходом или мягким решением (АВМР) (Soft Output Viterbi Algorithm – SOVA). Этот алгоритм может быть успешно использован для итерационного декодирования турбо-кодов с ухудшением ЭВК по сравнению с МАВ в области больших шумов до 0,7 дБ, но при этом примерно вдвое ниже требования к производительности процессора.

В качестве компонентных кодов в нашем случае необходимо использовать рекурсивные несистематические коды с сокращённым входным алфавитом, синтез которых ещё продолжается на момент написания статьи.

Для несистематических компонентных кодов с сокращённым входным алфавитом схема кодера не имеет систематического выхода и тем существенно отличается от обычного турбо-кода. Для такой схемы необходимо заново синтезировать итерационный декодер.

Алгоритм АВМР выносит жёсткое решение и вещественное число, которое называется метрикой Эвклида, которая характеризует вероятность того, что жёсткое решение правильное.

Рассматриваемая модель системы показана ниже на рис. 1.

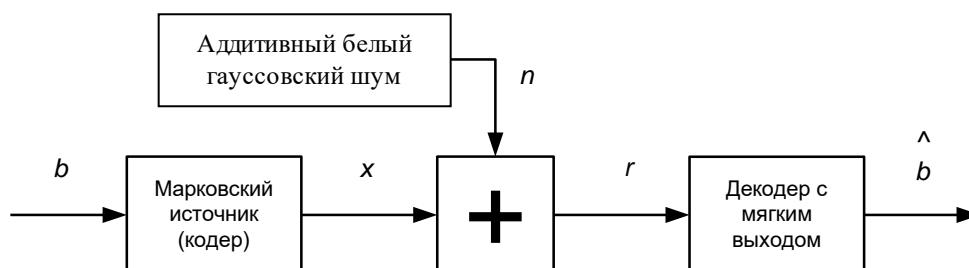


Рисунок 1 – Схема рассматриваемой системы связи

Кодированный блок на выходе кодера, представленного как марковский источник, обозначен x_t , он передаётся через дискретный канал без памяти на выходе которого появляется блок r_t , который представляет собой версию x_t , испорченную шумом.

Декодер выдаёт оценку информации, поступившей на вход кодера на основании анализа r_t .

В общем случае входные символы b_t , $t = 1, 2, \dots, N$, где N целое, могут быть не двоичными, но для упрощения рассуждений предположим, что символы двоичные, равновероятные и независимые между собой.

Битовая последовательность $b_t = (b_1, b_2, \dots, b_N)$ кодируется несистематическим свёрточным кодом с сокращённым входным алфавитом и обратными связями. Решётка кода имеет $M = 2^m$ состояний. Состояния нумеруются целыми числами l в диапазоне $0 \dots M-1$. Состояние решётки в момент времени t обозначим S_t . Последовательность состояний от момента времени t до момента t' обозначается $\mathcal{S}_t = \langle S_t, S_{t+1}, \dots, S_{t'} \rangle$. Соответствующую последовательность на выходе кодера обозначим $\mathcal{V}_t = \langle v_t, v_{t+1}, \dots, v_{t'} \rangle$. Последовательность $V_t^{t'}$ модулируется например ФМ-3. Модулированная последовательность обозначается $\mathcal{X}_t = \langle x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t'} \rangle$ и x_{t+i} – сигнальная точка на двухмерной поверхности, характеризуемая координатами $x_{1,t+i}, x_{2,t+i}$

$$x_{1,t+i} = \cos\left(\frac{2\pi v_{t+i}}{K}\right), \quad x_{2,t+i} = \sin\left(\frac{2\pi v_{t+i}}{K}\right), \quad i = 0, \dots, t' - t, \quad (1)$$

где K – объём выходного алфавита кода.

На модулированную последовательность $X_t^{t'}$ накладывается аддитивный белый гауссовский шум (АБГШ) в процессе передачи и на выходе канала принимается последовательность $\mathcal{r}_t = \langle r_t, r_{t+1}, \dots, r_{t'} \rangle$ и $r_{t+i} = (r_{1,t+i}, r_{2,t+i}) = (x_{1,t+i} + n_{1,t+i}, x_{2,t+i} + n_{2,t+i})$, $i = 0, \dots, t' - t$, где $n_{1,t+i}, n_{2,t+i}$ – центрированный гауссовский случайный процесс с дисперсией σ^2 . Каждый отсчёт шума является независимым относительно любого другого отсчёта.

Содержимое регистра сдвига кодера в момент времени t обозначено S_t и при переходе в состояние S_{t+1} он принимает на вход символ b_{t+1} и выдаёт на выход кодированный блок v_{t+1} . Изменение состояния кодера показано в диаграмме состояний.

Пусть b_t информационный бит, который вызывает переход из состояния S_{t-1} в состояние S_t и производит на выходе отклик v_t . Декодер даёт оценку символа на входе марковского источника на основании принятого r_t . Алгоритм обеспечивает логарифм вероятности, обозначенный $\Lambda(b_t)$, связанный с принятой последовательностью r_1^t .

Стандартный алгоритм декодирования Витерби ищет такую информационную последовательность $b = b_1^t$, которая соответствует модулированной последовательности $x = x_1^t$ в решетчатой диаграмме так, чтобы вероятность $\text{Pr}(b, r_1^t)$ была максимальной. Эта вероятность выражается так

$$\text{Pr}(b, r_1^t) = \prod_{i=1}^t \text{Pr}(b_i, r_{1,t+i}) \quad (2)$$

поскольку существует прямая связь между b и x .

Чтобы упростить вычисления, прологарифмируем функцию $\log \text{Pr}(b, r_1^t)$. Для гауссова канала $\log \text{Pr}(b, r_1^t)$ выражается:

$$\log \Pr(b, r_1^t) = \sum_{t=1}^N \log P(b_t) + \sum_{t=1}^N \log \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\sum_{i=1}^n \frac{(r_{t,i} - x_{t,i})^2}{2\sigma^2}} = \sum_{t=1}^N \log P(b_t) + \frac{nN}{\sqrt{2\pi}} - \sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^n \frac{(r_{t,i} - x_{t,i})^2}{2\sigma^2}, \quad (3)$$

где $P(b_t)$ – априорная вероятность двоичного символа b_t ; n – размерность пространства сигналов.

Выражение (3) показывает, что максимизация вероятности $\log \Pr(b, r_1^t)$ соответствует минимизации Евклидова расстояния $\sum_{t=1}^N \sum_{i=1}^n (r_{t,i} - x_{t,i})^2$ между принятой последовательностью сигналов r_1^t и переданной x_1^t в решётке, где $P(b_t)$ – константа равная 0,5 для двоичного входного алфавита кода.

Предписываем к каждой ветви на пути x в решетке кода евклидово расстояние, называемое метрикой ветви и обозначенное v_t , следующим образом

$$v_t^x = \sum_{i=1}^n (r_{t,i} - x_{t,i})^2. \quad (4)$$

Тогда метрику пути $\mu_t^{(x)}$, соответствующую пути x , можно выразить следующим образом

$$\mu_t^{(x)} = \sum_{t=1}^N v_t^{(x)}. \quad (5)$$

Обычный декодер Витерби находит на решётке путь с наименьшей метрикой.

Алгоритм Витерби с мягким решением (АВМР) выносит мягкую оценку в виде логарифмической функции вероятности $\Lambda(b_t)$, соответствующей принятой последовательности r_1^t .

$$\Lambda(b_t) = \log \frac{\Pr(b_t = 1 | r_1^t)}{\Pr(b_t = 0 | r_1^t)}, \quad (6)$$

где $\Pr(b_t = i | r_1^t)$, $i = 0, 1$ – априорная вероятность бита данных b_t .

АВМР декодер выдаёт жёсткое решение, сравнивая значение $\Lambda(b_t)$ с нулём.

$$b_t = \begin{cases} 1 & \text{и} \text{д} \text{е} \Lambda(b_t) \geq 0, \\ 0 & \text{и} \text{д} \text{е} \Lambda(b_t) < 0. \end{cases} \quad (7)$$

АВМР декодер выбирает путь x с минимальной метрикой пути $\mu_{t, \min}$ как наиболее вероятный путь таким же образом, как и обычный алгоритм Витерби. Вероятность выбора этого пути пропорциональна

$$\Pr\{x | r_1^t\} \sim e^{-\mu_{t, \min}}. \quad (8)$$

Обозначим $\mu_{t,c}$ метрику наиболее сильного конкурента пути максимальной вероятности, который соответствует пути с минимальной метрикой, когда символ решётки на пути максимальной вероятности в момент времени t заменён другим символом.

Если жёсткая оценка наиболее вероятного пути в момент времени t равна 1, то оценка самого сильного конкурента в этот момент равна 0. Следовательно, вероятности

$$\Pr\{b_t = 1 | r_1^\tau\} \sim e^{-\mu_{r,\min}}, \quad (9)$$

$$\Pr\{b_t = 0 | r_1^\tau\} \sim e^{-\mu_{r,c}}, \quad (10)$$

а логарифм отношения этих вероятностей равен

$$\log \frac{\Pr\{b_t = 1 | r_1^\tau\}}{\Pr\{b_t = 0 | r_1^\tau\}} = \log \frac{e^{-\mu_{\tau,\min}}}{e^{-\mu_{\tau,c}}} = \log e^{\mu_{\tau,c} - \mu_{\tau,\min}} = \mu_{\tau,c} - \mu_{\tau,\min}. \quad (11)$$

Обозначим через μ_τ^1 минимальную метрику пути при $b_t = 1$ и μ_τ^0 минимальную метрику пути при $b_t = 0$.

На мягком выходе декодера АВМР образуется мягкая оценка

$$\Lambda(b_t) = \log\left(\frac{P\{b_t = 1 | r_1^\tau\}}{P\{b_t = 0 | r_1^\tau\}}\right) = \mu_\tau^0 - \mu_\tau^1. \quad (12)$$

Итерационное декодирование по АВМР для турбо-кодов с сокращённым алфавитом

Турбо кодер, основанный на рекурсивных несистематических свёрточных кодах с сокращённым входным алфавитом изображён на рис. 2. На первый кодер поступает информационная последовательность b длины N

$$b = (b_1, b_2, \dots, b_N).$$

Кодер создаёт на своём выходе кодированную последовательность, обозначенную v_1 . На второй кодер поступает та же информационная последовательность, прошедшая через перемежитель и обозначенная \tilde{b} . Соответственно на выходе второго кодера возникают последовательность \tilde{v}_1 .

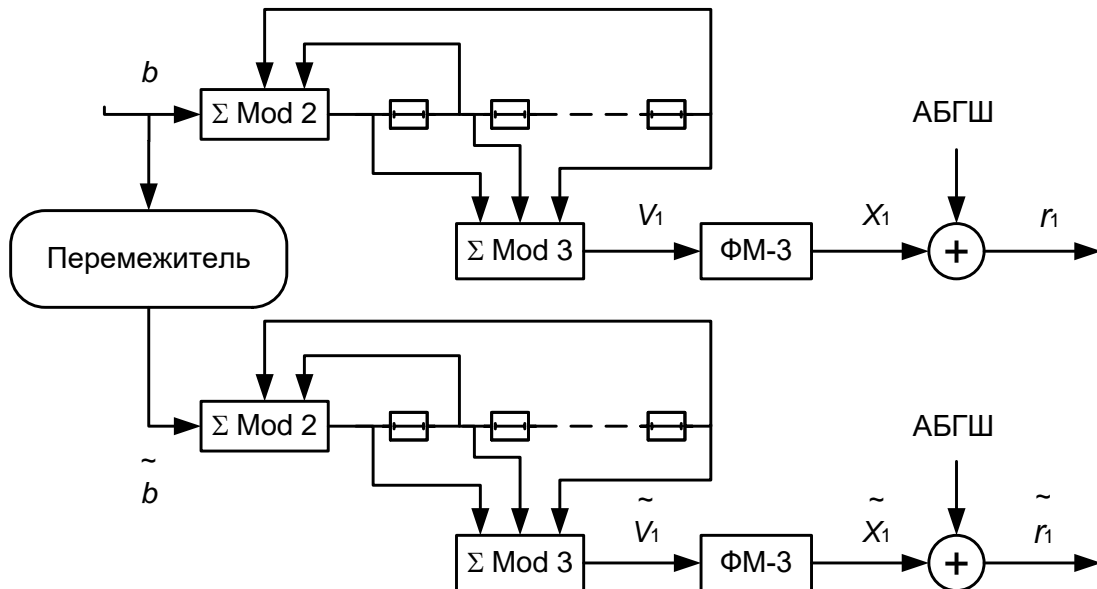


Рисунок 2 – Схема построения турбо-кодера с компонентным несистематическим кодом с сокращённым входным алфавитом

В итерационной схеме, основанной на АВМР, первый декодер АВМР принимает входную кодированную последовательность r_1 . Он обрабатывает её и выдаёт мягкое решение, которое через перемежитель поступает на второй декодер вместе с принятой кодированной последовательностью со второго кодера r_1 . Вторым декодер тоже выносит мягкое решение, которое может быть использовано первым декодером для дальнейшего исправления ошибок в декодируемом блоке, и так многократно.

Мягкое решение на выходе каждого декодера АВМР выносится в соответствии с выражением (12)

$$\Lambda_1(b_t) = \mu_\tau^0 - \mu_\tau^1. \quad (13)$$

В итерационном декодировании априорная вероятность b_t вообще отличается от 0,5, поскольку предыдущая ступень декодирования обеспечивает улучшенную оценку относительно двоичного симметричного источника. Следовательно вес пути в уравнении (12) для первого АВМР декодера может быть вычислен из уравнений (3), (4) и (5) как

$$\mu_t^{(x)} = \mu_{t-1}^{(x)} + \sum_{i=0}^{n-1} (r_{t,i} - x_{t,i})^2 - b_t \log \left[\frac{P(b_t = 1)}{P(b_t = 0)} \right], \quad (14)$$

где $\log \left[\frac{P(b_t = 1)}{P(b_t = 0)} \right]$ обеспечивается предыдущей ступенью декодирования. Как и в алгоритме МАВ, мягкая выходная информация $\Lambda(b_t)$ из АВМР декодера разделяется на две части, собственная информация $\Lambda_i(b_t)$ и привнесенная информация $\Lambda_e(b_t)$. Привнесенная информация $\Lambda_e(b_t)$ может использоваться как априорная информация для следующей ступени, декодирующей после перемежения или деперемежения. Обозначим $\Lambda_1(b_t)$ выход первого декодера. Собственная информация – $\Lambda_{1i}(b_t)$ и привнесенная информация – $\Lambda_{1e}(b_t)$. Объединяя уравнения (5) и (14), состояние на выходе декодера АВМР может быть выражено как

$$\begin{aligned} \Lambda_1(b_t) = \mu_\tau^0 - \mu_\tau^1 &= \left\{ \mu_{\tau-1}^0 + \sum_{i=0}^{n-1} (r_{t,i} - x_{t,i}^0)^2 \right\} - \left\{ \mu_{\tau-1}^1 + \sum_{i=0}^{n-1} (r_{t,i} - x_{t,i}^1)^2 - \log \left[\frac{P(b_t = 1)}{P(b_t = 0)} \right] \right\} = \\ &= \log \left[\frac{P(b_t = 1)}{P(b_t = 0)} \right] + 2 \sum_{i=0}^{n-1} (x_{t,i}^1 - x_{t,i}^0)^2 r_{t,i} + \mu_{\tau-1}^0 - \mu_{\tau-1}^1 = \Lambda_{1i}(b_t) + \Lambda_{1e}(b_t) \end{aligned} \quad (15)$$

где $\Lambda_{1i}(b_t) = \sum_{i=0}^{n-1} (x_{t,i}^1 - x_{t,i}^0)^2 r_{t,i}$ (16)

и $\Lambda_{1e}(b_t) = \log \left[\frac{P(b_t = 1)}{P(b_t = 0)} \right] + \mu_{\tau-1}^0 - \mu_{\tau-1}^1$ (17)

Так, привнесенная информация $\Lambda_e(b_t)$ может быть получена из (15) и (16) как

$$\Lambda_{1e}(b_t) = \Lambda_1(b_t) - \Lambda_{1i}(b_t) \quad (18)$$

где $\log \frac{P(b_i=1)}{P(b_i=0)}$ – логарифм отношения априорных вероятностей приравнивается к привнесенной информации второго декодера после деперемежителя при итерационном декодировании. Обозначим $\tilde{\Lambda}_{2e}(b_i)$ привнесенную информацию от второго декодера после перемежителя. Затем выражение (17) преобразуется в

$$\Lambda_{2i}(b_i) = \Lambda_{2e}(b_i) + \tilde{\Lambda}_{1e}(b_i) \quad (19)$$

Обозначим $\Lambda_2(b_i)$ выход второго декодера с собственной и привнесенной информацией $\Lambda_{2i}(b_i)$ и $\Lambda_{2e}(b_i)$ соответственно. Затем как в (18) преобразуем

$$\Lambda_{1e}(b_i) = \Lambda_{1i}(b_i) + \tilde{\Lambda}_{1e}(b_i) \quad (20)$$

где $\tilde{\Lambda}_{1e}(b_i)$ – перемежённая привнесенная информация от первого декодера. На рис. 3 показана функциональная схема синтезированного декодера.

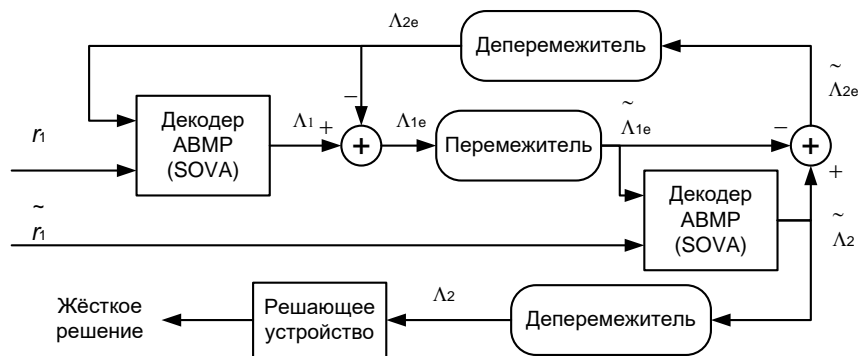


Рисунок 3 – Схема итерационного декодера кода на основе рекурсивных несистематических компонентных кодов с сокращённым алфавитом

В ходе исследования получены следующие результаты:

- впервые синтезирован декодер Витерби с мягким решением для свёрточных кодов с сокращённым входным алфавитом;
- разработаны и построены схемы турбо-кодера и итерационного декодера, построенного на основе рекурсивных компонентных кодов с сокращённым входным алфавитом;
- построенный итерационный декодер отличается от классического итерационного декодера турбо-кодов в связи с тем, что у кодера отсутствует систематический выход.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Басов В.Е. Свёрточные коды с сокращённым входным алфавитом. / В. Е. Басов // Труды IV Международной НТК «Телеком-99», сентябрь. – Одесса: УГАС, 1999. – С. 213- 216.
2. Басов В.Е. Перспективы использования непрерывных кодов с сокращённым входным алфавитом / В. Е. Басов // “Моделювання та інформаційні технології”, випуск 30. – К., 2005. – С. 128-137.
3. Басов В.Е. Эффективность совместного использования многопозиционных сигналов и свёрточных кодов: дис. канд. техн. наук: 05.12.02. / Басов Виктор Евгеньевич. – Одесса, 2006. –208 с.

4. Басов В.Е. Синтез итерационного декодера по максимуму апостериорной вероятности для кодов с сокращённым входным алфавитом / В. Е. Басов // Вісник ДУКТ. Спеціальний випуск. – К.: ДУКТ, 2007. – С.136-142.

REFERENCES:

1. Basov, V.E. "Convolutional codes with the reduced input alphabet." Proc. of the IV International STC «Telekom-99 September» – Odessa: USAC, (1999) 213 – 216. Print
2. Basov, V. E. "Perspectives of Use of the Continuous Codes with the Reduced Input Alphabet." *Simulation and Information Technologies* 30 (Kiev 2005): 128-137. Print.
3. Basov, Viktor Eugenievich. "Efficiency of Sharing of Multiposition Signals and Convolutional Codes." Diss. O.S. POPOV ONAT, 2006. Print.
4. Basov, Viktor Eugenievich. "Synthesis of the Iterative Decoder to the Maximum Posterior Probability for Codes with the Reduced Input Alphabet." *DUIKT Buletin Special Release* (2007): 136-42. Print.