

УДК 624.391.1(075)

**ТРЕХМЕРНЫЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ МОДЕЛИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ  
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ НЕГАРМОНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОПИТАНИЯ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ**

ГОРБАЧЕВ М. Н.

Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова

**THREE-DIMENSIONAL SPATIAL MODEL OF PERIODIC HARMONIC ENERGY  
PROCESSES POWER SYSTEMS RADIO DEVICES**

GORBACHEV M.N.

Odessa National Academy of Telecommunications n. a. O.S. Popov

*Аннотация.* Изложены элементы теории геометрического моделирования квазиустановившихся периодических энергетических процессов в радиотехнических и электрических цепях и системах.

*Abstract.* The elements of theory of geometric simulations is proposed and formulated for quasi-steady periodic power processes in dirigible radiotechnic and electric circuits and systems with controlled semiconductor devices.

**ВВЕДЕНИЕ**

В современной радиоэлектронной аппаратуре (РЭА) огромное значение имеет правильный расчет и выбор источников вторичного электропитания, от которых зависят технико-экономические и массогабаритные показатели, надежность, КПД и стоимость комплекса РЭА. При этом выбор из большого числа типов источников вторичного электропитания оптимального варианта является одной из наиболее сложных задач на этапе расчета и проектирования РЭА. Это означает, что необходим сравнительный анализ, основанный на математическом моделировании энергетических процессов и рабочих режимов с учетом основных технических требований к источникам вторичного электропитания, предъявляемых определенной РЭА.

При этом выбор оптимального варианта из большого числа типов источников вторичного электропитания (как по принципу действия, так и по реализующему схемному решению) является одной из наиболее сложных задач при проектировании и разработке радиотехнической аппаратуры, так как источник электропитания является неотъемлемой частью любого радиотехнического устройства.

Сложность указанной задачи связана с тем, что выбор упомянутого оптимального варианта или разработка нового варианта схмотехнического решения источника вторичного электропитания должны быть основаны на весьма детальном и глубоком сопоставлении наиболее близких конкурентоспособных вариантов как известных, так и альтернативных схмотехнических решений. Это значит, что на этапе расчета и проектирования необходим сравнительный анализ, основанный на точном математическом моделировании детерминированных периодических энергетических негармонических процессов и рабочих режимов как физически единого целого с учетом характера и диапазона изменения нагрузки, специфики работы и предъявляемых основных технико-экономических требований к источнику вторичного электропитания со стороны определенных радиотехнических устройств [1...5].

Исследование негармонических периодических энергетических процессов в радиотехнических и электрических цепях и устройствах (например, во вторичных системах электропитания, усиления, преобразования и передачи сигналов, линиях электросвязи и др.) является важной современной научной проблемой, тесно связанной с решением ряда теоретических и прикладных задач на основе математического моделирования указанных процессов.

Известный традиционный подход, основанный на применении одномерных математических моделей для решения задач указанного типа имеет ряд недостатков. Основной недостаток существующего подхода заключается в том, что он не позволяет создать (построить) математическую модель указанного энергетического процесса как единого целого, поскольку одномерные модели отображают не весь электрофизический процесс, а лишь отдельные его стороны, что весьма затрудняет реше-

ние ряда актуальных и важных для теории и практики задач. Главной из этих задач является создание обобщенной математической модели, адекватной энергетическому процессу как единому целому. Другой важной задачей является всесторонний сравнительный анализ различных энергетических процессов в исследуемых указанных выше объектах с целью более точной оценки их энергетической эффективности, а также оптимизации режимов работы. Решение этих задач имеет особо важное значение на этапе расчета и проектирования радиотехнических устройств совместно с источниками электропитания.

Для создания обобщенных математических моделей целесообразно использовать нетрадиционный подход, в основе которого лежит идея трехмерного пространственного моделирования указанных процессов, реализуемая на основе геометрических представлений [1].

В качестве примера нахождения указанных обобщенных математических моделей рассмотрим расчет и построение геометрических моделей, соответствующих электрофизическому процессу выпрямления переменного тока синусоидальной формы с помощью управляемых полупроводниковых вентилей (тиристоров), включенных по трехфазной симметричной мостовой схеме выпрямления при нагрузке активного характера.

Периодические (квазиустановившиеся) энергетические процессы в указанном выпрямителе являются негармоническими, так как при синусоидальной форме напряжения питающей сети потребляемый ток является несинусоидальным. Поэтому указанные процессы характеризуются тремя ортогональными составляющими вектора полной мощности  $\bar{S}$  (активной  $\bar{P}$ , реактивной  $\bar{Q}$  и мощностью искажения  $\bar{T}$ ), что позволяет представить полную мощность в виде трехмерного вектора в евклидовом пространстве  $E^{(3)}$ :

$$\bar{S} = \bar{i}P + \bar{j}Q + \bar{k}T. \quad (1)$$

При этом, как было показано выше, указанные составляющие вектора полной мощности удовлетворяют уравнению энергетического баланса:

$$P^2 + Q^2 + T^2 = S^2, \quad (2)$$

где  $P$ ,  $Q$ ,  $T$  и  $S$  – модули соответствующих векторов.

В рассматриваемой конкретной задаче активная  $P$ , реактивная  $Q$  и полная  $x_{\max} = \frac{P_{\max}}{S}$  мощности на входе управляемого трехфазного выпрямителя определяются известными выражениями [1]:

$$P = 3UI_{1(1)} \cos f_1, \quad (3)$$

$$Q = 3UI_{1(1)} \sin f_1, \quad (4)$$

$$S = 3UI_1 = 3U \sqrt{I_{1(1)}^2 + \sum_{k=2}^{\infty} I_{1(k)}^2}, \quad (5)$$

где  $U$  – действующее значение фазного напряжения питающей сети, которое согласно допущению об идеальности сети является синусоидальным;  $I_{1(1)}$  – действующее значение первой гармоники потребляемого из сети фазного тока;  $I_{1(k)}$  – действующее значение гармоники потребляемого фазного тока, порядок которой равен  $k$ ;  $f_1$  – угол сдвига фаз первой гармоники фазного тока по отношению к фазному напряжению питающей сети.

Коэффициент мощности  $c$  управляемого выпрямителя определяется известным выражением:

$$c = \frac{P}{S} = n \cdot \cos f_1, \quad (6)$$

где  $n$  – коэффициент искажения формы кривой потребляемого из сети тока, который рассчитывается по формуле:

$$n = \frac{I_{1(1)}}{\sqrt{I_{1(1)}^2 + \sum_{k=2}^{\infty} I_{1(k)}^2}} \quad (7)$$

Как видно из соотношений (6) и (7), значения коэффициента мощности  $S$  и коэффициента искажения  $n$  не превышают единицы.

Следовательно, выражения (3) и (4) с учетом соотношения (6) принимают следующий вид:

$$P = Sn \cos f_1, \quad (8)$$

$$Q = Sn \sin f_1. \quad (9)$$

Поскольку по условию рассматриваемой задачи  $P^2 + Q^2 < S^2$  и, следовательно,

$$S^2 - P^2 - Q^2 > 0,$$

то мощность искажения  $T > 0$  и определяется как мощность невязки из уравнения энергетического баланса (2):

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} = S\sqrt{1-n^2} > 0 \quad (10)$$

Таким образом, указанные выражения (8)-(10), определяющие компоненты  $P$ ,  $Q$  и  $T$  полной мощности  $S$ , можно свести или объединить в одну систему уравнений относительно переменных  $n$  и  $f_1$ , поскольку эти уравнения характеризуют и математически описывают один и тот же негармонический периодический энергетический процесс:

$$\begin{cases} P = Sn \cos f_1, \\ Q = Sn \sin f_1, \\ T = S\sqrt{1-n^2}, \end{cases} \quad (11)$$

где  $S > 0$ .

Системе уравнений (11) можно придать геометрический смысл, рассматривая модули ортогональных векторов  $\vec{P}$ ,  $\vec{Q}$  и  $\vec{T}$  как проекции вектора полной мощности  $\vec{S}$  на оси прямоугольной системы координат в трехмерном евклидовом пространстве  $E^{(3)}$ .

Действительно, система трех уравнений от двух переменных (11), как было показано выше, задает некоторую криволинейную поверхность в трехмерном евклидовом пространстве.

Полная мощность в рабочих режимах является всегда величиной положительной и не равной нулю ( $S > 0$ ). Это позволяет пронормировать уравнения системы (11), разделив правые и левые части этих уравнений на общий множитель  $S \neq 0$ , равный модулю вектора полной мощности:

$$\begin{cases} x = n \cdot \cos f_1, \\ y = n \cdot \sin f_1, \\ z = \sqrt{1-n^2}, \end{cases} \quad (12)$$

где введены следующие обозначения нормированных проекций вектора полной мощности соответственно:

$$x = \frac{P}{S}; \quad y = \frac{Q}{S}; \quad z = \frac{T}{S}. \quad (13)$$

Выражения (8...10) и (13) являются уравнениями одномерных математических моделей указанных энергетических процессов во входных цепях управляемых выпрямителей. Каждое из этих уравнений отражает не весь энергетический процесс как единое целое, а лишь отдельные стороны этого процесса. Это является основным и принципиальным недостатком одномерных математических моделей указанных процессов. Суть этого недостатка заключается в том, что одномерная модель в отдельности не обладает полнотой информации об исследуемом энергетическом процессе. По-

этому сравнение этих процессов на основании одной из одномерных моделей, например, по модели активной мощности, учитывающей коэффициент мощности, не является полным и исчерпывающим. При этом, как известно, на практике обычно сравнение энергетических процессов делается на основе коэффициента мощности и коэффициента полезного действия, так как других критериев оценки эффективности указанных процессов не существует.

В выражениях (8...10) и системах уравнений (11) и (12) коэффициент искажения  $n$  в общем случае зависит от угла коммутации  $g$  и является некоторой функцией этого угла. Однако при этом величина коэффициента  $n$  согласно выражению (7) изменяется в ограниченных пределах, а именно:

$$0 < n \leq 1.$$

Это позволяет ввести новую переменную  $q = \arcsin n$  и выразить прямоугольные координаты через сферические. В результате параметрическая система уравнений (1.12) принимает вид:

$$\begin{cases} x = \sin q \cos f_1, \\ y = \sin q \sin f_1, \\ z = \cos q, \end{cases} \quad (14)$$

где  $q$  и  $f_1$  – угловые сферические координаты.

Полученная параметрическая система уравнений (1.14) задает сферическую поверхность, радиус  $R$  которой равен единице (сферу единичного радиуса) и которой соответствует следующее каноническое уравнение:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0. \quad (15)$$

Это же самое каноническое уравнение сферы единичного радиуса можно получить путем нормировки уравнения энергетического баланса (2) с учетом соотношений (13), поскольку уравнение (10) является следствием уравнения (2).

Таким образом, из параметрической системы уравнений (14) следует, что в рассматриваемой задаче математического моделирования множество (совокупность) реальных электрофизических (энергетических) негармонических периодических процессов во входных цепях управляемого мостового выпрямителя геометрически отображается на часть поверхности сферы радиуса  $R=1$  в виде некоторого шарового пояса. Последний определяется предельными значениями угловых координат  $q$  и  $f_1$ :

$$\begin{aligned} 0 < q_{\min} \leq q \leq q_{\max} \leq \frac{p}{2}, \\ 0 < f_{\min} \leq f_1 \leq f_{\max} \leq \frac{p}{2}. \end{aligned}$$

Следовательно, указанный шаровой пояс расположен в первом октанте верхней полусферы радиуса  $R=1$ .

Особенность рабочих режимов управляемых выпрямителей и, в частности, управляемого мостового выпрямителя, заключается в том, что угол  $j_1$  как переменный параметр изменяется в основном за счет изменения угла регулирования выпрямителя  $a$ , так как согласно известному соотношению [1]:

$$f_1 = a + \frac{1}{2}g, \quad (16)$$

а угол коммутации  $g$  для определенного рабочего режима, включая и номинальный режим работы выпрямителя, изменяется в более узких пределах, либо практически остается постоянным.

Это означает, что коэффициент искажения  $n$  тоже изменяется в узких пределах, поскольку для управляемого мостового выпрямителя он определяется по известной формуле:

$$n = \frac{3}{p} \left( 1 + \frac{g}{4p} - \frac{g^2}{24} \right) = f_1(g). \quad (17)$$

Геометрическими моделями определенных рабочих режимов управляемых выпрямителей являются режимные траектории. Они представляют собой пространственные кривые на поверхности сферы единичного радиуса (рис. 1, а), по которым перемещается изображающая точка  $M(x, y, z)$ , отражающая перераспределение ортогональных составляющих  $P, Q, T$  полной мощности  $S$  и, следовательно, энергетическое состояние системы в процессе регулирования. Иначе говоря, режимная траектория является параметрическим годографом вектора полной мощности  $\vec{S}$  при изменении угловых переменных (рис. 1, б).

Уравнения режимных траекторий могут быть получены из параметрических систем уравнений (12) или (14), описывающих отображающую поверхность сферы радиуса  $R=1$ .

Для этого координаты  $x, y, z$  должны быть функциями от одной переменной. Например, выразив переменные  $n$  и  $f_1$  в системе уравнений (1.12) через новую переменную  $g$  с учетом соотношений (1.16) и (1.17) и полагая угол  $a$  фиксированным ( $a = const$ ), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} x = f_1(g) \cos(g), \\ y = f_1(g) \sin(g), \\ z = \sqrt{1 - f_1^2(g)}, \end{cases} \quad (18)$$

где:  $f_1(g) = n(g)$ ;  $\cos(g) = \cos\left(a_c + \frac{g}{2}\right)$  и  $\sin(g) = \sin\left(a_c + \frac{g}{2}\right)$ , так как  $a = a_c = const$ .

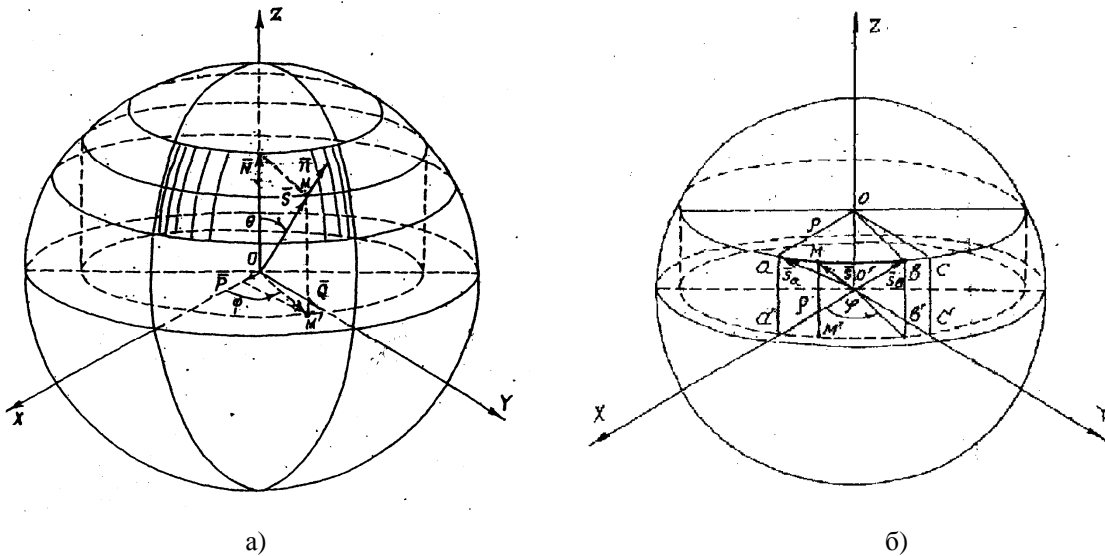


Рисунок 1 – Принцип трехмерного геометрического моделирования периодических энергетических негармонических процессов: а) – вектор полной мощности и его ортогональные составляющие, б) – плоская режимная траектория  $ab$  как трехмерная геометрическая модель

Система (18) является системой трех параметрических уравнений от одной переменной  $g$  и, следовательно, определяет некоторую кривую (режимную траекторию) на сфере радиуса  $R=1$ .

При этом очевидно, что семейства координатных линий  $f_1 = C_1 = const$  и  $g = C_2 = const$  представляют собой меридианы и параллели этой сферы.

### ВЫВОДЫ

Таким образом, периодические (квазиустановившиеся) энергетические процессы в такого типа объектах можно изучать с помощью соответствующих трехмерных геометрических моделей, установив связи между электрофизическими параметрами объекта и геометрическими параметрами адекватной ему модели, например, длиной, кривизной и кручением.

Новый подход значительно облегчает и упрощает решение указанных выше задач и как следствие позволяет наиболее просто и однозначно определить границы целесообразного применения сопоставляемых альтернативных и конкурентоспособных вариантов разрабатываемых или проектируемых электротехнических объектов аналогичного назначения, но имеющих существенные различия (например, разные принципы действия). Предложена и разработана новая научная концепция, которая является дальнейшим развитием и обобщением методов теории математического моделирования квазистационарных негармонических энергетических процессов в радиотехнических и электрических преобразовательных цепях и системах, и состоящая в том, что физический (электроэнергетический) процесс отображается как единое целое в виде пространственной геометрической модели на криволинейную поверхность с помощью соответствующей системы уравнений. Это дает возможность изучать энергетический процесс с помощью его геометрической модели, которую предложено находить на основе векторного представления полной мощности  $S$  и ее ортогональных составляющих  $P$ ,  $Q$ ,  $N$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Горбачёв М.Н. Геометрическое моделирование физических процессов в системах с управляемыми элементами / М.Н. Горбачёв // Труды IV Международной НТК [Геометрия и топология]. – Черкассы: Черкасский Технологический институт, 2001. – С. 71-73.
2. Пухов Г.Е. Теория мощности системы периодических многофазных токов / Г.Е. Пухов // Электричество. – 1953. – № 2. – С. 56-61.
3. Воронов Р.А. Кажущаяся мощность электрической цепи / Р.А. Воронов, Г.Е. Пухов, Л.С. Лурье // Электричество – 1954. – № 4. – С. 77.
4. Лурье Л.С. Кажущаяся мощность трёхфазной системы / Л.С. Лурье // Электричество. – 1951. – № 1. – С. 47-53.
5. Горбачёв Г.Н. Промышленная электроника / Г.Н. Горбачёв, Е.Е. Чаплыгин. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 320 с.