

УДК 621.396.662

ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ШУМУ ПРЯМИХ ЦИФРОВИХ
ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ СИНТЕЗАТОРІВ

ПОЛКАРОВСЬКИХ О.І., ТРОЦИШИН І.В.

Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова

RESEARCH OF NOISE PARAMETERS FOR DIRECT DIGITAL FREQUENCY
SYNTHESIZER

O.I.POLIKAROVSKYKH, I.V. TROCISHIN

Odessa National Academy of Telecommunications n. a. O.S. Popov

***Анотація.** Розглянуто основні джерела виникнення шумів у цифрових обчислювальних синтезаторах. Запропоновані математичні моделі для обрахунку спектральної густини потужності фазових шумів, що дасть можливість аналізувати шумові характеристики як існуючих синтезаторів, так і дасть можливість прогнозувати такі характеристики у розроблених синтезаторах. Наведено порівняння теоретичного й експериментального дослідження спектральної густини потужності фазових шумів.*

***Abstract.** The main sources of noise in digital computers synthesizers were discussed. The proposed structure of the mathematical model to calculate the power spectral density of phase noise, which will allow to analyze noise characteristics as the existing synthesizers and give to predict these characteristics developed in synthesizers. Comparison of theoretical and experimental investigation of the spectral power density of phase noise were proposed.*

ВСТУП

Прямі цифрові синтезатори частоти відіграють важливу роль у сучасних радіоелектронних пристроях. Це забезпечується багатьма значними перевагами: швидкість переналаштування частоти, висока розрізнявальна здатність, широка синтезована смуга частот. Багаторівневі DDS у силу своєї технологічності, надійності, можливості мікромініатюризації та унікальності технічних характеристик (нерозривність фази під час перемикання з частоти на частоту, можливість формування сигналів складної форми, цифрове керування амплітудою, частотою та фазою вихідного коливання) на сьогодні знайшли застосування у системах зв'язку. Одним із основних параметрів синтезаторів частоти є відносна спектральна густина потужності (СПП) фазових шумів, яка вимірюється за різних значень частоти відстрочки від носійного коливання. Досягнуті на сьогодні рівні СПП фазових шумів складають менше -170 дБ/Гц і визначаються як власними шумами джерел опорних частот, так і шумами ланок, які входять в конкретний пристрій. Для аналізу СПП фазових шумів, пристроїв, що розробляються, використовують методи теоретичного аналізу із застосуванням усереднених СПП фазових шумів різних ланок синтезаторів.

Для цифрових обчислювальних синтезаторів (ЦОС) апроксимуючі вирази для СПП фазових шумів є недостатньо розробленими. Це пов'язано з тим, що донедавна рівень СПП визначався в основному шумами квантування цифро-аналогового перетворювача (ЦАП), тому що власні шуми синтезатора були значно нижчими за шуми квантування. Розвитку теорії цифрових обчислювальних синтезаторів присвячені роботи таких авторів як: Jouko Vankka, H.T. Nicolas, Bar-Giora Goldberg, V.F. Kroupa, H.P. Ямпурін, В.Н. Кулешов.

На сьогодні кількість розрядів ЦАП досягає 14, тактові частоти – 1 ГГц, тому рівень шумів квантування став меншим за рівень власних шумів структурних одиниць синтезаторів.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

В роботі необхідно розробити адекватні математичні моделі СПП фазових шумів ЦОС для дослідження шумових характеристик формувачів сигналів. У роботі необхідно досягнути наступних цілей:

– дослідити складові фазового шуму вихідних сигналів цифрового обчислювального синтезатора, проаналізувати відомі математичні моделі СПП фазових шумів функціональних блоків цифрових обчислювальних синтезаторів;

- розробити математичну модель СГП фазових шумів ЦОС;
- дослідити за допомогою розробленої математичної моделі шумові характеристики ЦОС і порівняти їх із експериментальними характеристиками ЦОС.

ОСНОВНА ЧАСТИНА

Якість вихідного сигналу синтезатора на основі накопичення фази визначається якістю сигналу, що керує синтезатором. Такі якісні аспекти джерела сигналу, як нестабільність частоти, джитер (в піко- або наносекундах), фазовий шум (дБ/Гц) мають вплив на якість вихідного сигналу. Джерело тактового сигналу синтезатора є головним джерелом фазових шумів, навіть враховуючи ефект їх зменшення в процесі поділу частоти у синтезаторі. Фазовий шум вихідного сигналу синтезатора теоретично менше фазового шуму тактового сигналу на $20 \log \frac{F_{clk}}{F_{out}}$ [дБ].

Квантування фази і миттєвих значень амплітуди призводить до відхилення синтезованого коливання від синусоїди і, відповідно, до появи у його спектрі побічних складових квазівипадкового характеру. Їх суму у деякій смузі частот називають шумом квантування.

Покладемо, що n таке велике, що можна знехтувати шумами квантування миттєвих значень і рахуватися лише з шумами квантування фази. Покладемо, відхилення квантованих значень фази з виходу ϕ від дійсних випадкові і рівномірно розподілені між $-q_j/2$ та $+q_j/2$, де q_j - крок квантування фази. Крок квантування фази визначається як кількість дискретних значень фази, що припадають на кут, що дорівнює $p/2$ і може бути описаний формулою $q_j = \frac{p}{2} \frac{1}{2^k}$. Тоді густина ймовірності цих відхилень буде

$$w = \frac{1}{q_j},$$

і дисперсію фази знайдемо як

$$s_j^2 = \int_{-q_j/2}^{q_j/2} \frac{1}{q_j} x^2 dx = \frac{q_j^2}{12}.$$

Якщо відхилення фази квазігармонійної напруги – мала випадкова величина з спектральною середньоквадратичною густиною $S_j(\Omega)$, то дисперсія фази

$$s_j^2 = \int_0^{\infty} S_j(\Omega) d\Omega.$$

При цьому середньоквадратична спектральна густина самої цієї напруги за відстройки $\pm \Omega$ від її середньої частоти w_0 складе:

$$S_u(w_0 \pm \Omega) = 0,25U^2 S_j(\Omega),$$

де U – амплітуда напруги.

Будемо вважати, що зі зростанням Ω значення $S_j(\Omega)$ достатньо швидко спадає та знайдемо середньоквадратичне значення суми усіх бічних складових спектру напруги як

$$U_u^2 = 2 \int_0^{\infty} S_u(w_0 + \Omega) d\Omega = 0,5U^2 \int_0^{\infty} S_j(\Omega) d\Omega = 0,5U^2 s_j^2.$$

Отже, рівень усього фазового шуму дорівнює:

$$S_{uj} = 10 \lg \frac{U_u^2}{U^2/2} = 10 \lg s_j^2 = 20 \lg \frac{P}{\sqrt{12} \cdot 2^{k+1}} \quad (1)$$

Для отримання $S_{uj} \leq -60$ дБ достатньо мати $k = 9$. Кожен додатковий розряд у квантуванні фази зменшує фазові шуми на 6 дБ, проте призводить до подвійного зростання пам'яті синтезатора.

Для оцінки шумів квантування миттєвих значень покладемо, що відхилення квантованого значення від дійсного – випадкова величина, що рівномірно розподілена між $-1/2$ та $+1/2$, тобто така що має густину ймовірності $w = 1$. Тоді для дисперсії відношення знайдемо як

$$S_a^2 = \int_{-1/2}^{1/2} x^2 dx = \frac{1}{12}.$$

Очевидно, що це відхилення і є амплітудним шумом, а S_a^2 – квадрат середньоквадратичного значення. Тому для рівня цього шуму можна написати

$$S_{u.a} = 10 \lg \frac{S_a^2}{U^2/2} = 20 \lg \frac{1}{\sqrt{6} \cdot (2^n - 1)},$$

Враховуючи, що $n \gg 1$,

$$S_{u.a} = 20 \lg \frac{1}{\sqrt{6} \cdot 2^n}. \quad (2)$$

Для того, щоб отримати $S_{u.a} < -60$ дБ достатньо мати $n = 9$.

На практиці це покращення обмежене шумовим порогом схеми синтезатора. Типовим для власного фазового шуму синтезатора на основі накопичувального суматора є значення – 130 дБс / Гц за відстройки на 1 кГц від вихідної частоти. Якщо, джерело тактового сигналу, має менші фазові шуми, на виході синтезатора все одно не може бути отримано їх менше значення. Тому це явище називають “залишковий фазовий шум”.

Проблемою синтезаторів з табличним методом перетворення є проблема розрізнювальної спроможності ЦАП на виході синтезатора. Наявність помилок квантування призводить до спотворень форми апроксимованого сигналу.

У спектральній області помилки квантування призводять до появи у спектрі вихідного сигналу додаткових спектральних складових і зростання фазового шуму. Зі зростанням розрядності ЦАП рівень додаткових спектральних складових спадає.

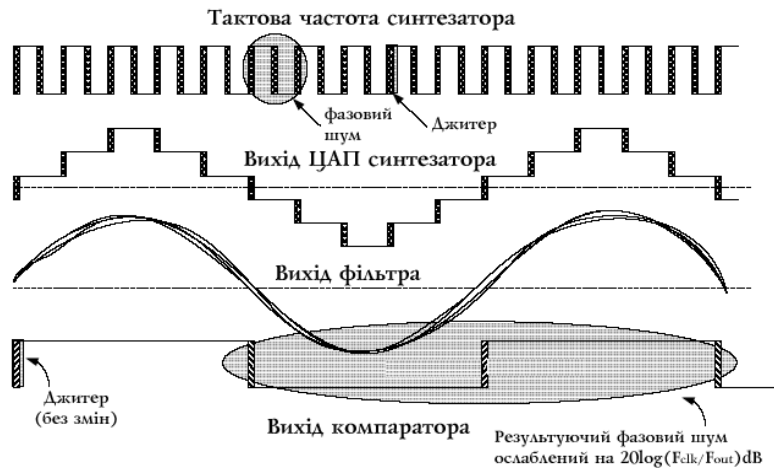


Рисунок 1 – Вплив вхідних параметрів сигналів на характеристики вихідного сигналу синтезатора [3]

Акумулятор фази синтезатора має типову розрядність 32 або 48 біт. Проте лише частина розрядів використовується для адресації ПЗП з таблицею синусів. Ця міра є вимушеною, для зменшення розмірів ПЗП до розумних розмірів. Дійсно, якби використовувались всі 32 біти, а кожен відлік в ПЗП кодувався би лише одним байтом то необхідний об’єм ПЗП склав би 4 Гбайт. Тому для адресування ПЗП використовується лише декілька старших розрядів акумулятора фази. Відкидання молодших біт приведе до виникнення помилки у представленні фази. Наслідком цього є поява похибок амплітуди під час перетворення фази у амплітуду, яке має місце у синтезаторі. Більше того, ця похибка є періодичною, тому що в залежності від коду частоти стан акумулятора фази на основі накопичуваль-

ного суматора повторюється частіше або рідше. В результаті у спектрі вихідного сигналу з'являються окремі складові, що викликані відсіканням коду фази. Шум на виході синтезатора на основі накопичувального суматора з табличним методом перетворення фаза-амплітуда може бути обрахований:

$$S_{вих} = S_{F_{такт}} + 20 \lg \left(\frac{f_{вих}}{f_{такт}} \right),$$

де $S_{вих}$ – вихідний спектральний шум синтезатора, $S_{F_{такт}}$ – шум джерела тактового сигналу, $f_{вих}$ – синтезована частота, $f_{такт}$ – частота опорного генератора.

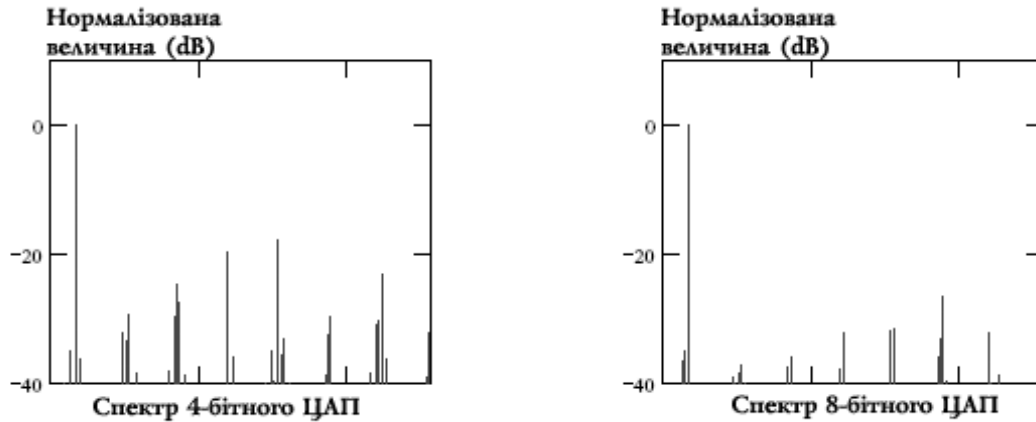


Рисунок 2 – Вихідні спектри 4-бітного та 8-бітного ЦАП прямого цифрового синтезатора частоти синтезатора за умови апроксимації синусоїдального сигналу.

(Моделювання у системі MatLab 6.5)

Частотний розподіл складових, що викликані відсіканням коду фази, не завжди можуть бути просто проаналізовані. Спрощуючи аналіз, можна сказати, що усікання фази призводить до появи її помилки, величина якої змінюється за пилкоподібним законом. Сигнал помилки з'являється в результаті відкидання бітів кодів фази. Тому для обрахування частоти цього сигналу, можна розглянути тільки ту частину акумулятора фази, яка відкидається під час відсікання коду. Розрядність цієї частини акумулятора дорівнює числу бітів, що відкидаються (B). Тоді частота пилкоподібного сигналу помилки буде дорівнювати:

$$F_{ном} = F_T \frac{K_{екв}}{2^B}$$

де F_T – частота дискретизації; $K_{екв}$ – еквівалентний код частоти, що представлений значенням відкинутих бітів при виконанні відсікання повного коду частоти; B – розрядність $K_{екв}$ (кількість відкинутих бітів). При цьому необхідно враховувати, що частота пилкоподібного сигналу або її гармоніки можуть лежати на частотах вище $F_{clk}/2$. У цьому випадку вони можуть потрапити у робочу область частот у результаті дзеркального відображення спектра відносно частот $n \cdot F_{clk}$.

На рис. 3 наведені залежності рівнів побічних компонент від розрядності коду фази для ЦАП різної розрядності. Необмежене нарощування коду фази недоцільне, тому що зниження рівня побічних компонентів відбувається тільки до певного значення, що залежить від рівня шумів квантування.

Відносне відхилення частоти на виході ЦОС рівне відносному відхиленню частоти тактового сигналу. Відносний джитер під час ділення частоти стає меншим, хоча абсолютне значення джитера не покращується. Деякі типи ЦОС, які здатні працювати на високих тактових частотах, мають вбудований помножувач частоти на основі ФАПЧ. Для високошвидкісних ЦОС це дає змогу використовувати менш високочастотний генератор. Однак використання помноження тактової частоти не завжди бажане. Тому що тактовий шум синтезатора зростає у стільки раз у скільки разів помножується частота. Більш того, вище зрізу фільтру ФАПЧ може спостерігатись пік фазових шумів (див. рис. 4).

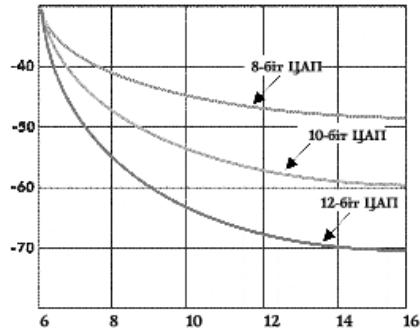


Рисунок 3 – Графік залежності рівнів побічних компонент від розрядності коду фази та розрядності ЦАП у синтезаторі гармонійного сигналу на основі накопичувального суматора

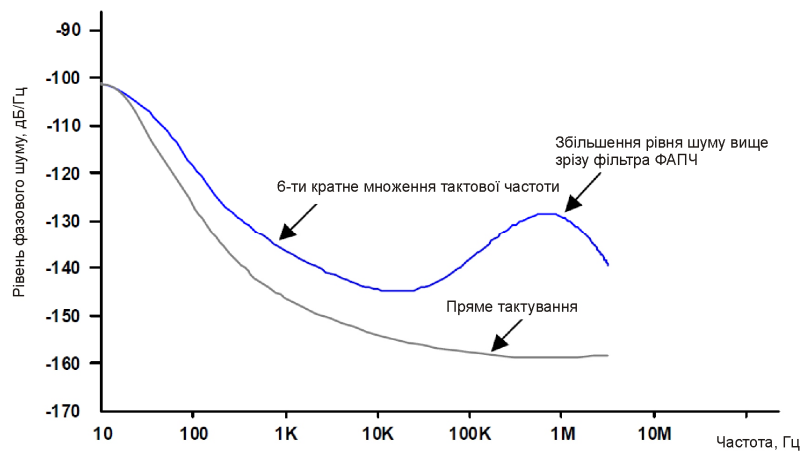


Рисунок 4 – Графік залежності рівнів побічних компонент від розрядності коду фази та розрядності ЦАП в синтезаторі гармонійного сигналу на основі накопичувального суматора.

Розглянемо характеристики СГП фазового шуму синтезатора AD9911 Analog Devices з вихідними частотами 15,1 МГц; 40,1 МГц; 75,1 МГц; 100,3 МГц із опорною частотою 500 МГц, зняті у результаті експерименту, див. рис.5. Спробуємо виконати побудову математичної моделі ЦОС для апроксимації наведених характеристик.

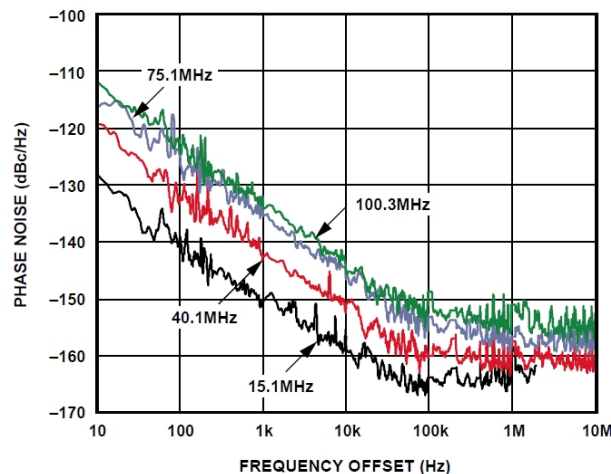


Рисунок 5 – Фазовий шум синтезатора AD9911 Analog Devices з вихідними частотами 15,1 МГц; 40,1 МГц; 75,1 МГц; 100,3 МГц із опорною частотою 500 МГц

Відомі моделі СГП фазових шумів функціональних вузлів синтезаторів найчастіше апроксимуються степеневими функціями. В роботі [2] проведено аналіз моделей СГП фазових шумів для основних ланок синтезаторів: генераторів, підсилювачів, детекторів, множників і подільників частоти і наведено вирази для них. З наведеного аналізу можна зробити висновок, що СГП фазових шумів ЦОС можна представити у вигляді суми трьох складових: СГП фазових шумів генератора тактового сигналу, шумів квантування та власних шумів елементів синтезатора:

$$S_{outDDS}(F) = S_T(F)K_{DDS}^2 + S_{qn}(F) + S_{own}(F), \quad (3)$$

де $K_{DDS}^2 = (f_{out} / f_T)^2$ – коефіцієнт передачі ЦОС за шумами; f_T і f_{out} – тактова та вихідні частоти, F – частота відстрочки від носійної.

Без доданку $S_T(F)K_{DDS}^2$ вираз (3) являє собою модель спектральної густини потужності фазових шумів цифрового обчислювального синтезатора. Аналіз відомих моделей СГП фазових шумів ЦОС показав, що вони мають значні похибки (8..20 дБ/Гц) порівняно із експериментальними шумовими характеристиками сучасних інтегральних ЦОС.

Спробуємо уточнити математичну модель (3), для цього проведемо більш точний аналіз власних шумів обчислювальних синтезаторів, велику роль у яких відіграє ЦАП. З урахуванням ефекту пере дискретизації і частотної характеристики ЦАП отримано уточнений вираз замість виразу (1):

$$S_{qn}(F) = 2^{-2N-0,59} \left(\frac{\sin\left(p \frac{f_{out}}{f_T}\right)}{\left(p \frac{f_{out}}{f_T}\right)} \right)^{-2} \left(\frac{f_{out}}{f_T^2} \right), \quad (4)$$

де N – кількість розрядів ЦАП.

Отже, для синтезованих частот, значення яких значно менше тактової, і значення $N = 14$ спектральна густина потужності шумів квантування значно менше власних шумів ЦОС (-170 дБ/Гц). При 10-ти розрядному ЦАП шуми квантування перевищують власні шуми ЦОС. Зниження опорної частоти тактового генератора також призводить до збільшення шумів квантування, тому навіть у 14-ти бітних ЦАП, їх потрібно враховувати. Також при цьому необхідно враховувати шуми, що вносять-ся таким генератором.

Спираючись на експериментальні дослідження синтезаторів та результати теоретичного аналізу шумових характеристик синтезатора, запропонуємо математичну модель СГП фазових шумів ЦОС у вигляді суми СГП складових білого частотного шуму, фліккер - шуму, 2-х природних складових шуму і шумів квантування, що враховує залежність від вхідної і тактової частот:

$$S(F) = \left(\frac{f_{out}}{f_T} \right)^2 \left(\frac{10^{k_2}}{F^2} + \frac{10^{k_1}}{F} + 10^{k_4} \right) + 10^{k_3} + S_{qn}(F), \quad (5)$$

де коефіцієнти k_2, k_1, k_4, k_3 визначають відповідно рівень СГП $1/F^2$ шуму, $1/F$ шуму, власною шумовою складовою вхідних кіл і природною шумовою складовою опору навантаження відповідно.

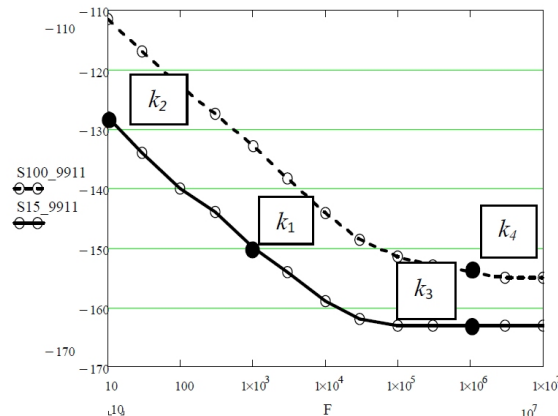


Рисунок 6 – Принципи визначення коефіцієнтів k_i за експериментальними СГП фазового шуму інтегрального ЦОС на прикладі AD9911 для 15 та 100МГц.

Коефіцієнт k_1 визначає рівень $1/F$ шуму і розраховується за частоти відстройки $F = 1000$ Гц:

$$k_1 = \lg \left(10^{-S_{dB}(F, f_{out\ min})/10} \frac{F}{\left(\frac{f_{out\ min}}{f_T}\right)^2} \right)_{F=1000\text{Hz}}, \quad (6)$$

тут $S_{dB}(F, f_{out\ min})$ – значення СГП шуму у децибелах, що визначається для найменшої вихідної частоти ЦОС $f_{out\ min}$, для якої є експериментальні характеристики.

Величина k_2 визначає рівень білого частотного шуму $1/F^2$ і розраховується для мінімальної частоти відстройки $F = 10$ Гц:

$$k_2 = \lg \left(10^{-S_{dB}(F, f_{out\ min})/10} \frac{F^2}{\left(\frac{f_{out\ min}}{f_T}\right)^2} - 10^{k_1} F \right)_{F=10\text{Hz}}. \quad (7)$$

Природні шуми визначаються для частот відстройки $F \geq 1$ МГц, коли флікер шуми практично дорівнюють нулеві. Коефіцієнт k_3 розраховується для найменшої вихідної частоти ЦОС:

$$k_3 = \lg \left(10^{-S_{dB}(F, f_{out\ min})/10} - 2^{-2N-0,59} \frac{f_{out\ min}}{f_T^2} \right)_{F=10^6\text{Hz}}. \quad (8)$$

Коефіцієнт k_4 визначається для максимальної вихідної частоти синтезатора

$$k_4 = \lg \left(10^{-S_{dB}(F, f_{out\ min})/10} - \frac{10^{k_3}}{\left(\frac{f_{out\ max}}{f_T}\right)^2} - 2^{-2N-0,59} \frac{1}{f_{out\ max}} \right)_{F=10^6\text{Hz}}. \quad (9)$$

Для ЦОС фірми Analog Devices AD9911 коефіцієнти апроксимації $k_1 = -9$, $k_2 = -8,3$, $k_3 = -17,8$, $k_4 = -14,8$ і підставляючи їх в (5) отримаємо вираз для математичної моделі СГП фазових шумів цього синтезатора

$$S(F) = \left(\frac{f_{out}}{f_T}\right)^2 \left(\frac{10^{-8,3}}{F^2} + \frac{10^{-9}}{F} + 10^{-14,8}\right) + 10^{-17,8} + 2^{-2N-0,59} \left(\frac{f_{out}}{f_T^2}\right) \quad (10)$$

Розраховано коефіцієнти математичних моделей СГП фазових шумів для деяких інтегральних ЦОС фірми Analog Devices, (табл.1).

Таблиця 1 – Коефіцієнтів апроксимації рівнів фазового шуму

Мікросхеми ЦОС	N – кількість розрядів ЦАП	k_1	k_2	k_3	k_4
AD9851	10	8,2	6,5	15,9	13,6
AD9858	10	9,8	8,8	15,6	13,4
AD9911	10	9,0	8,3	17,8	14,8
AD9913	10	9,1	8,7	17,5	14,3

AD9852	12	9,3	8,8	16,2	14,0
AD9910	14	9,2	8,4	16,8	14,5
AD9912	14	9,2	7,2	17,2	15,3
AD9951	14	8,1	6,4	15,9	13,6
AD9956	14	8,3	8,9	16,5	13,5
Середнє значення		8,9	8,0	16,6	14,1
Середньоквадратичне значення		0,6	1,0	0,8	0,7

З використанням запропонованої моделі СГП фазових шумів і розрахованих коефіцієнтів моделі проведено дослідження шумових характеристик інтегральних цифрових обчислювальних синтезаторів і зроблено порівняння їх із експериментальними характеристиками (рис. 7).

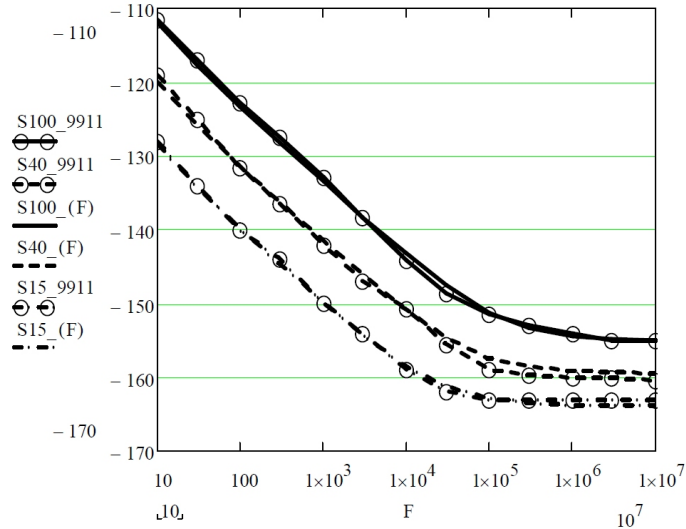


Рисунок 7 – Експериментальні (з колами) і теоретичні СГП фазового шуму інтегрального ЦОС на прикладі AD9911 для 15, 40 та 100 МГц.

Враховуючи середнє та середньоквадратичне значення коефіцієнтів $k_1 - k_4$ складемо узагальнену модель СГП фазових шумів ЦОС:

$$S(F) = \left(\frac{f_{out}}{f_T} \right)^2 \left(\frac{10^{-8,0 \pm 1,0}}{F^2} + \frac{10^{-8,9 \pm 0,6}}{F} + 10^{-14,1 \pm 0,7} \right) + 10^{-16,6 \pm 0,8} + 2^{-2N-0,59} \left(\frac{f_{out}}{f_T^2} \right). \quad (11)$$

Аналіз теоретичних та експериментальних залежностей показав, що максимальне відхилення СГП фазових шумів від експериментальних складає на частоті 10 МГц 0,5 дБ/Гц, а для AD9911 – 1 дБ/Гц.

Таким чином, застосування узагальненої математичної моделі спектральної густини потужності фазових шумів цифрового обчислювального синтезатора дозволяє для ряду мікросхем ЦОС отримати з достатньою точністю шумові характеристики.

ВИСНОВКИ

У статті проведено аналіз джерел шумів у цифрових обчислювальних синтезаторах частоти, розроблено математичні моделі спектральної густини потужності фазових шумів ЦОС для дослідження шумових характеристик формувачів сигналів. Досліджено складові фазового шуму вихідних сигналів цифрового обчислювального синтезатора, проаналізовано відомі математичні моделі СГП фазових шумів функціональних блоків цифрових обчислювальних синтезаторів; розроблено узагальнену математичну модель СГП фазових шумів ЦОС; досліджено за допомогою розробленої математичної моделі шумові характеристики ЦОС і порівняно їх з експериментальними характеристиками ЦОС. Максимальне відхилення СГП фазових шумів від експериментальних складає на частоті 10 МГц 0,5 дБ/Гц, а для AD9911 – 1 дБ/Гц.

ЛІТЕРАТУРА

1. Макаренко В. Компоненты для построения беспроводных устройств связи. Часть 7. Синтезаторы частоты прямого цифрового синтеза / В. Макаренко // Электронные компоненты и системы. – 2010. – №1. – С.34-46
2. Ромашова Л.В. Разработка и исследование математических моделей шумовых характеристик цифровых вычислительных синтезаторов: автореф. дис. на здобуття наукового ступеня канд. техн. наук: спец. 05.12.17 – “Радіотехнічні і телевізійні системи”/ Л.В. Ромашова. – Владимир – 2012. – 20 с.
3. Полікарівських О.І. Реалізація прямого цифрового синтезатора частоти із фазовим ядром на основі суматора у базисі Галуа / О.І. Полікарівських // Інформаційні технології. – 2013. – Том.4. – С.142–146