УДК 621.391

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ МОДУЛЯЦИИ/ДЕМОДУЛЯЦИИ КВАДРАТУРНЫХ АМ СИГНАЛОВ ДЛЯ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ КАНАЛОВ

В.Л. БАНКЕТ, А.Д. ПЕРСИН

Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова

DIFFERENTIAL METHODS OF QAM MODULATION/DEMODULATION FOR QUASISTATIONARY CHANNELS

V.L.BANKET, A.D. PERSIN

Odessa national academy of telecommunications n.a. O.S. Popov

Аннотация. *В статье разработан новый метод дифференциальной передачи (модуляции/демодуляции) сигналов квадратурной амплитудной модуляции, обеспечивающий помехоустойчивую передачу информации в каналах с медленными замираниями. Имитационное моделирование подтвердило работоспособность предложенных алгоритмов.*

Abstract. *In article the new method of differential transmitting (modulation &demodulation) of quadrature amplitude modulation signals, providing the noise immunity transmitting of information in channels with slow fading has developed. Simulation has confirmed working capacity of the offered algorithms.*

ВВЕДЕНИЕ

Современный этап развития телекоммуникационных систем характеризуется широким использованием технологий беспроводной радиосвязи. Особенностью каналов таких систем является наличие замираний, обусловленных многопутевым распространением радиосигнала. Развитие методов передачи информации по каналам с замираниями прошло ряд этапов [1]. Пионером исследований и применения дифференциальных методов в каналах с замираниями следует считать Н.Т. Петровича, предложившего способ «относительной фазовой модуляции» для каналов с замираниями [2,3,4]. В последующем идея Н. Петровича была развита школой А.М. Заездного в форме «дифференциальной фазовой модуляции» [5], по мотивам которой авторы данной статьи разработали структуры и исследовали характеристики так называемых «активных фильтров» (АФ) для оптимального некогерентного приема сигналов дифференциальной ФМ [6], которые обеспечивают высокие показатели помехоустойчивости и частотной избирательности при простоте реализации. Последующий анализ показал, что в цитируемых работах Ю. Окунева и Н. Петровича [2,3,4,5] основное внимание уделено исследованию дифференциальных методов передачи сигналов фазовой модуляции и *не рассмотрены вопросы* передачи многопозиционных сигналов квадратурной АМ, которые в последнее время широко используются в структуре сигналов ортогонального частотного мультиплексирования OFDM [7]. *Задача настоящей работы* – восполнить этот пробел в теории дифференциальных методов передачи для каналов с замираниями. В статье теоретические результаты подкрепляются моделированием процессов в пакете объектно-ориентированного графического программирования HPVEE. С целью сокращения объема работы в тексте опущены громоздкие тригонометрические и алгебраические преобразования и даны окончательные результаты.

1 КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЙ КАНАЛ

Отличительной особенностью всех работ по методам передачи в системах беспроводного доступа являлось предположение о “*квазистационарности*” радиоканала. Используемая модель радиоканала базировалась на предположении о том, что в канале имеют место замирания, параметры которых изменяются во времени *медленно* (так называемые “медленные” замирания). Такая модель оказывалась адекватной ситуациям замираний в каналах фиксированной радиосвязи с многолучевым распространением радиоволн, когда *передатчики и приемники неподвижны*. В рамках квазистационарной модели появились термины: “интервал когерентности замираний” (*fading coherence time*) и “канал с кусочно-постоянным федингом” (*piecewise-constant fading channel*), характеризующие каналы с переменными параметрами, свойства которых остаются неизменными во времени на некотором, достаточно протяженном интервале. Отметим, что родоначальник дифференциальных методов Н.Т. Петрович отмечал в своей монографии [2] квазистационарность в виде некоего *"квадрата стационарности"* с площадью, равной произведению интервалов стационарности во времени и по частоте. В дальнейшем удобно использовать комплексное представление сигналов: сигналу-функции времени соответствует вектор, представленный комплексным числом:

$$s_i(t) = S_i \cos(w_0 t + f_i) \to \vec{s}_i = S_i e^{jf_i} . \tag{1}$$

При действии на входе канала сигнала ***s(t)*** уравнение канала с аддитивной помехой ***w(t)*** имеет вид

$$r(t) = h(t)s(t) + w(t) . \tag{2}$$

Здесь ***h(t)***–передаточная функция канала. Для модели канала с медленными общими замираниями комплексное выражение передаточной функции будет

$$h(t) = h_k(t)e^{jf_k(t)} . \tag{3}$$

На протяжении интервала когерентности $t_{ког}$ модуль передаточной функции и вносимый фазовый сдвиг остаются постоянными:

$$h_k(t) = h_k = const,\ f_k(t) = f_k = const . \tag{4}$$

Сигнал квадратурной амплитудной модуляции (КАМ, QAM – quadrature amplitude modulation) формируется в виде суммы двух *ортогональных* (*синфазной* и *квадратурной)* составляющих

$$S_{QAM} = S_I(t, a_n) + S_Q(t, b_n) . \tag{5}$$

С учетом вносимых каналом искажений принимаемые сигналы будут

$$S_I(t, a_n) = S_0 h_k a_n \cos(w_c t + j_c + j_k),\ S_Q(t, b_n) = S_0 h_k b_n \sin(w_c t + j_c + j_k) . \tag{6}$$

Здесь w_c и j_c – частота и начальная фаза сигнала, (a_n, b_n) – модулирующие амплитуду S_0 символы, которые определяются как результаты *дифференциального кодирования* передаваемых информационных символов (u_n, v_n):

Для синфазного канала

$$a_n = a_{n-1} + m_a u_n \tag{7a}$$

и для квадратурного канала

$$b_n = b_{n-1} + m_b v_n . \tag{7b}$$

Здесь m_a, m_b–коэффициенты АМ по каналам "*a*" и "*b*", соответственно.

Из этих выражений следуют *правила дифференциального декодирования*

$$u_n = \frac{1}{m_a}(a_n - a_{n-1}) ; \tag{8a}$$

$$v_n = \frac{1}{m_b}(b_n - b_{n-1}) . \tag{8b}$$

Отметим, что правила дифференциального кодирования/декодирования (7), (8) по форме подобны правилам, используемым при дифференциальной фазовой модуляции [5]. Вопрос дифференциальной КАМ (Д-КАМ) рассматривается далее.

2 АЛГОРИТМ РАБОТЫ НЕКОГЕРЕНТНОГО МОДЕМА СИГНАЛОВ QAM

По аналогии с идеями построения активных фильтров Ю. Окунева [5,6] рассмотрим алгоритм работы некогерентного демодулятора сигналов QAM. Передаваемые сигналы (5), (6) и сигналы разностей удобно рассматривать во вспомогательной системе ортогональных колебаний

$$S_{0,x}(t) = S_{0,x} \cos(w_0 t + j_0) ; \tag{9}$$

$$S_{0,y}(t) = S_{0,y} \sin(w_0 t + j_0) .$$

В демодуляторе вычислим скалярные произведения сигналов (5), (6) с ортогональными колебаниями (9), опуская промежуточные преобразования:

$$X_n = \frac{1}{T}\int_0^T S_I(t,a_n)S_{0,x}(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T [S_0 h_k a_n \cos(w_c t + j_c + j_k)]S_{0,x}\cos(w_0 t + j_0)dt =$$

$$= \{S_0 S_{0,x} h_k a_n \frac{\sin[(w_c+w_0)T]\cos(j_c+j_0+j_k)}{2T(w_c+w_0)}\} + S_0 S_{0,x} h_k a_n \frac{\sin[(w_c-w_0)T]\cos(j_c-j_0+j_k)}{2T(w_c-w_0)}; \quad (10)$$

$$X_{n-1} = \frac{1}{T}\int_0^T S_I(t,a_{n-1})S_{0,x}(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T [S_0 h_k a_{n-1}\cos(w_c t + j_c + j_k)]S_{0,x}\cos(w_0 t + j_0)dt =$$

$$= \{S_0 S_{0,x} h_k a_{n-1} \frac{\sin[(w_c+w_0)T]\cos(j_c+j_0+j_k)}{2T(w_c+w_0)}\} + S_0 S_{0,x} h_k a_{n-1} \frac{\sin[(w_c-w_0)T]\cos(j_c-j_0+j_k)}{2T(w_c-w_0)}; \quad (11)$$

$$Y_n = \frac{1}{T}\int_0^T S_I(t,b_n,)S_{0,y}(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T S_0 h_k b_n \cos(w_c t + f_c + j_k)S_{0,y}\sin(w_0 t + j_o)dt =$$

$$= \{S_0 h_k S_{0,y} b_n \{[\frac{[\cos(w_c+w_0)T]\cos(j_c+j_0+j_k)}{2T(w_c+w_0)}]\} + S_0 h_k S_{0,y} b_n \frac{[\sin(w_c-w_0)T]\cos(j_c-j_0+j_k)}{2T(w_c-w_0)}; \quad (12)$$

$$Y_{n-1} = \frac{1}{T}\int_0^T S_I(t,b_{n-1})S_{0,y}(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T S_0 h_k b_{n-1}\cos(w_c t + f_c + j_k)S_{0,y}\sin(w_0 t + j_o)dt =$$

$$= \{S_0 h_k S_{0,y} b_{n-1} \{[\frac{[\cos(w_c+w_0)T]\cos(j_c+j_0+j_k)}{2T(w_c+w_0)}]\} + S_0 h_k S_{0,y} b_{n-1} \frac{[\sin(w_c-w_0)T]\cos(j_c-j_0+j_k)}{2T(w_c-w_0)}. \quad (13)$$

Следуя идеологии дифференциальной модуляции, описанной в монографии [5] полагаем, что по каналу последовательно передаются сигналы: в текущий момент времени t_n:

$$S_{QAM}(t,a_n,b_n) = S_I(t,a_n) + S_Q(t,b_n), \quad (14)$$

где синфазная и, соответственно, квадратурная составляющие равны

$$S_I(t,a_n) = S_0 a_n \cos(w_c t + j_c), \; S_Q(t,b_n) = S_0 b_n \sin(w_c t + j_c),$$

и в предыдущий момент времени t_{n-1}:

$$S_{QAM}(t,a_{n-1},b_{n-1}) = S_I(t,a_{n-1}) + S_Q(t,b_{n-1}), \quad (15)$$

где $S_I(t,a_{n-1}) = S_0 a_{n-1}\cos(w_c t + j_c)$, $S_Q(t,b_{n-1}) = S_0 b_{n-1}\sin(w_c t + j_c)$.

Для выделения передаваемых информационных символов на приемной стороне образуем первую разность[5]

$$\Delta_n^1 S_{QAM} = [S_{QAM}(t,a_n,b_n) - S_{QAM}(t,a_{n-1},b_{n-1})] = [S_I(t,a_n) + S_Q(t,b_n) -$$

$$-S_I(t,a_{n-1}) - S_Q(t,b_{n-1})] = [\Delta_n^1 S_I(t,a) + \Delta_n^1 S_Q(t,b)], \quad (16)$$

которая есть сумма первых разностей квадратурных АМ сигналов в составе QAM:

$$[\Delta_n^1 S_I(t,a) = [S_I(t,a_n) - S_I(t,a_{n-1})], \; [\Delta_n^1 S_Q(t,b) = [S_Q(t,b_n) - S_Q(t,b_{n-1})]. \quad (17)$$

Далее удобно пользоваться векторным представлением сигналов первых разностей:

– сигнал разности $\Delta S_{QAM}(t,a,b)$ будет представлен вектором $\Delta\check{S}_{QAM}$ и далее
– сигнал разности $\Delta S_I(t,a)$ будет представлен вектором $\Delta\check{S}_I$,
– сигнал разности $\Delta S_Q(t)$ будет представлен вектором $\Delta\check{S}_Q$.

Векторы $\Delta\check{S}_I$ и $\Delta\check{S}_Q$ взаимно ортогональны и в сумме образуют результирующий вектор разности

$$\Delta\check{S}_{QAM} = \Delta\check{S}_I + \Delta\check{S}_Q. \tag{18}$$

Геометрические соотношения при вычислении разностей в процессе некогерентной демодуляции QAM сигналов представлены на рис. 1. Координаты начал и концов этих векторов представлены значениями проекций[(10)…(13)].

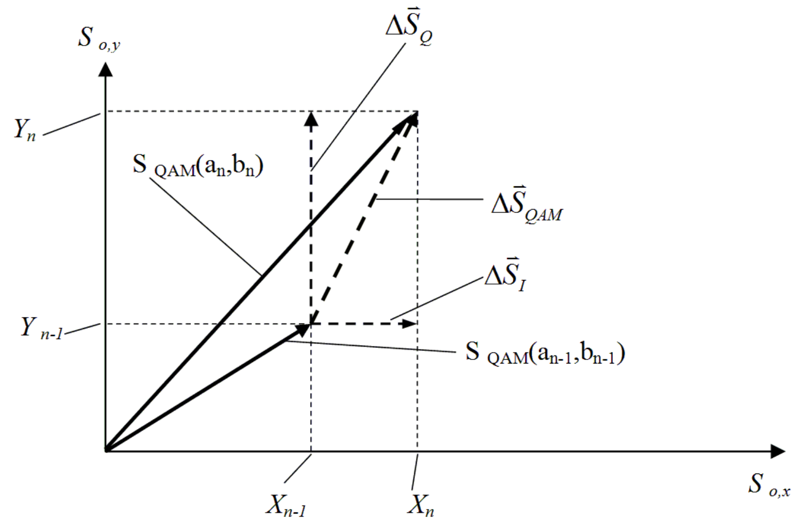

Рисунок 1 – Геометрия вычисления разностей сигналов

На рисунке векторы сигналов разностей (18) показаны пунктирами. Передаваемые информационные символы содержатся в разности параметров ортогональных АМ сигналов $\Delta\check{S}_I$ и $\Delta\check{S}_Q$. Координаты начал и концов этих векторов определяются в соответствии с рис.1.

В результатах вычислений [(10)…(13)] содержатся члены различной величины. В частности, в выражениях(10), (11), которые определяют результаты обработки X_n и X_{n-1} имеются дроби вида

$$C_{(a)} = \frac{\sin[(w_c - w_0)T]\cos(j_c - j_0 + j_k)}{2T(w_c - w_0)}, \tag{19}$$

а в выражениях(12), (13), которые определяют результаты обработки Y_n и Y_{n-1}, также имеются подобные дроби вида

$$C_{(b)} = \frac{[\sin(w_c - w_0)T]\cos(j_c - j_0 + j_k)}{2T(w_c - w_0)}. \tag{20}$$

Далее полагаем выполнение условия [$(w_c + w_0)T >> 1$], при котором на интервале длительности посылки T содержится большое количество периодов колебаний удвоенной частоты сигнала w_c. При выполнении этого условия дроби в фигурных стрелках в выражениях (10)…(13) оказываются значительно меньшими остальных результатов вычислений. Отбрасывая на этом основании в(10)…(13) дроби в фигурных скобках, с учетом ранее введенных обозначений (19), (20) получаем результаты обработки

$$X_n = C_{(a)} S_0 h_k S_{0,x} a_n ,\ X_{n-1} = C_{(a)} S_0 h_k S_{0,x} a_{n-1} ; \tag{21a}$$

$$Y_n = C_{(b)} S_0 h_k S_{0,y} b_n ,\ Y_{n-1} = C_{(b)} S_0 h_k S_{0,y} b_{n-1} . \tag{21б}$$

Далее полагаем единичными амплитуды сигналов $S_0 = S_{0,x} = S_{0,y} = 1$, это позволяет выразить значения передаваемых символов через скалярные произведения сигналов

$$X_n = C_{(a)} h_k a_n ,\ X_{n-1} = C_{(a)} h_k a_{n-1} ; \tag{22a}$$

$$Y_n = C_{(b)} h_k b_n ,\ Y_{n-1} = C_{(b)} h_k b_{n-1} . \tag{22б}$$

Далее, вычисляя модулирующие символы в ортогональных каналах КАМ сигнала получаем

$$a_n = \frac{1}{C_{(a)} h_k} X_n ,\ a_{n-1} = \frac{1}{C_{(a)} h_k} X_{n-1} ; \tag{23a}$$

$$b_n = \frac{1}{C_{(a)} h_k} Y_n ,\ b_{n-1} = \frac{1}{C_{(b)} h_k} Y_{n-1} . \tag{23б}$$

В соответствии с правилами демодуляции (8) сформулируем алгоритмы выделения информационных символов по квадратурным каналам:

$$u_n = \frac{1}{m_a}(a_n - a_{n-1}) = \frac{1}{m_a h_k C_{(a)}}(X_n - X_{n-1}) ; \tag{24a}$$

$$v_n = \frac{1}{m_b}(b_n - b_{n-1}) = \frac{1}{m_b h_k C_{(b)}}(Y_n - Y_{n-1}) . \tag{24б}$$

Как видим, правила дифференциального кодирования (7) и связанные с ними правила дифференциального декодирования (8) *не обеспечивают инвариантность метода* к искажениям, вносимым каналом, поскольку оценки информационных символов в (24*a*) и (24*б*) зависят от модуля передаточной функции канала h_k и от вносимого фазового сдвига j_k (который входит в коэффициенты (19), (20)). В этой ситуации можно предложить иной алгоритм дифференциальной модуляции/ демодуляции.

3 АЛГОРИТМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ АМПЛИТУДНОЙ МОДУЛЯЦИИ/ДЕМОДУЛЯЦИИ

Рассмотрим алгоритмы формирования модулирующих символов АМ сигналов (6). Пусть модулирующие символы определяются *правилами дифференциальной модуляции*

$$a_n = a_{n-1}(1 + m_a u_n) ,\ b_n = b_{n-1}(1 + m_b v_n) , \tag{25}$$

тогда вытекающие из них *алгоритмы демодуляции*

$$u_n = \frac{1}{m_a}\left(\frac{a_n}{a_{n-1}} - 1\right) ,\ v_n = \frac{1}{m_b}\left(\frac{b_n}{b_{n-1}} - 1\right) . \tag{26}$$

Эти алгоритмы *обеспечивают инвариантность к искажениям в канале*. Подставляя значения модулирующих символов из (24*a*), (24*b*) и производя сокращения, получаем окончательно:

$$u_n = \frac{1}{m_a}\left(\frac{X_n}{X_{n-1}} - 1\right) ,\ v_n = \frac{1}{m_b}\left(\frac{Y_n}{Y_{n-1}} - 1\right) . \tag{27}$$

Можно утверждать, что алгоритмы (26) и (27) обеспечивают инвариантность не только к амплитудным h_k и фазовым искажениям сигнала j_k в канале, но также инвариантность к расхождению частот $\Delta w = w_c - w_0$, поскольку в алгоритмах демодуляции (27) эти параметры отсутствуют (сокращаются при выполнении деления в (27)).

Работоспособность алгоритмов(26), (27) проверена моделированием (Программа "Тест модема Д-КАМ" (рис.2). При расхождении частоты сигнала (5кГц) и частоты местного опорного генератора (5,1 кГц) обеспечивается уверенное выделение информационных символов в ортогональных каналах "*a*" и "*b*". Точки на кривых Sn(Ch(*a*), Ch(*b*), Un(Cn(*a*), Cn(*b*)) соответствуют передаче значений многоуровневых сигналов и информационных символов в квадратурных каналах "*a*" и "*b*" сигнала КАМ.

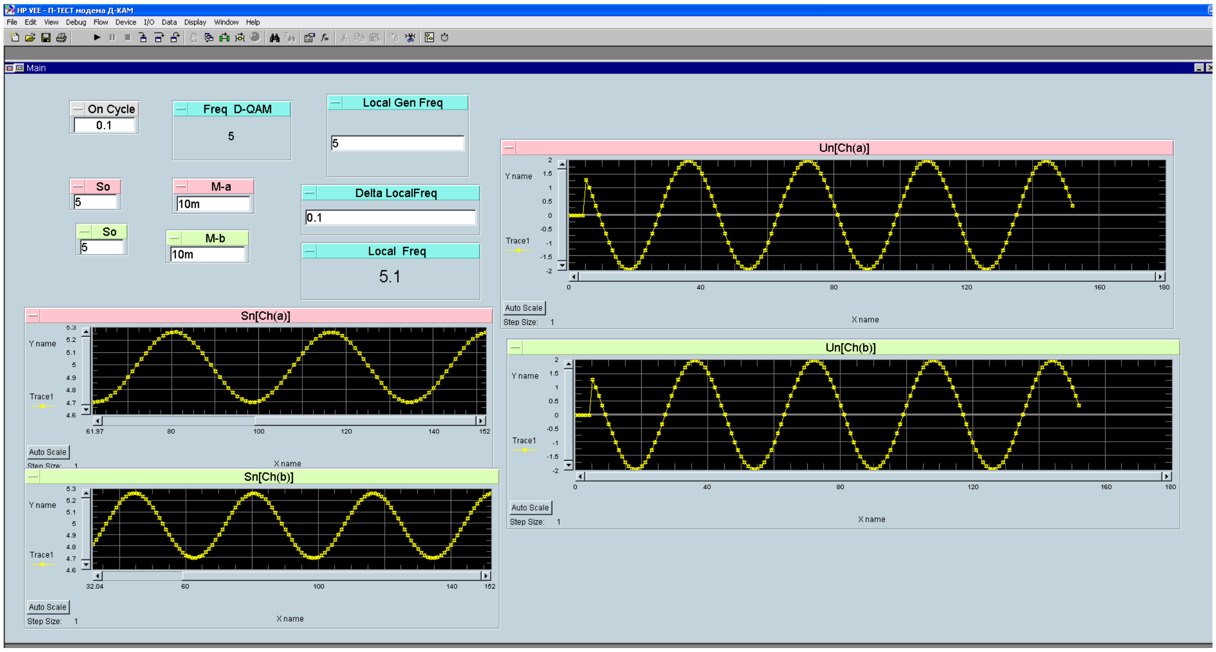

Рисунок 2 – Рабочая панель программы “П-Тест модема Д-КАМ”

4 ЧАСТОТНО-СЕЛЕКТИВНЫЕ СВОЙСТВА АКТИВНОГО ФИЛЬТРА СИГНАЛА Д-КАМ

Как и в случае активных фильтров, наличие интеграторов в ветвях обработки принимаемого сигнала обеспечивает частотную селективность демодулятора, определяющим здесь является наличие в результатах обработки(10), (13), множителя вида $\frac{\sin \Delta wT}{\Delta wT}$, который обращается в нуль при расстройках, удовлетворяющих условию

$$\Delta w = k\frac{p}{T} \ \ (k - целое) \tag{28}$$

Это положение проверено моделированием. При фиксированной частоте локального опорного генератора w_0 на демодулятор в режиме сканирования подавался Д-КАМ сигнал с частотой $(w_c + \Delta w)$,при этом с выходов каналов обработки определялась норма вектора разности $\Delta\check{S}_{QAM}$ $N = [(X_n - X_{n-1})^2 + (Y_n - Y_{n-1})^2]^{\frac{1}{2}}$. Величина нормы позволяет учесть влияние селективных свойств интеграторов в ортогональных каналах демодулятора. На рис.3 приведена рабочая панель программы “АЧХ демодулятора КАМ”.

Частота максимума АЧХ определяется частотой местного генератора (Local Freq Gen = 5 kHz), а на частотах соседних QAM сигналов, удовлетворяющих условию(28) имеются провалы АЧХ до нуля. АЧХ некогерентного демодулятора QAM в области, близкой к максимуму приведена на рис.4. По ширине частотной области в районе частоты местного(Local) генератора (5 кГц) можно судить о требованиях к точности установки этой частоты(в рассматриваемом примере расхождение частоты сигнала КАМ и частоты “настройки” активного фильтра не превышает(300–400) Гц)).

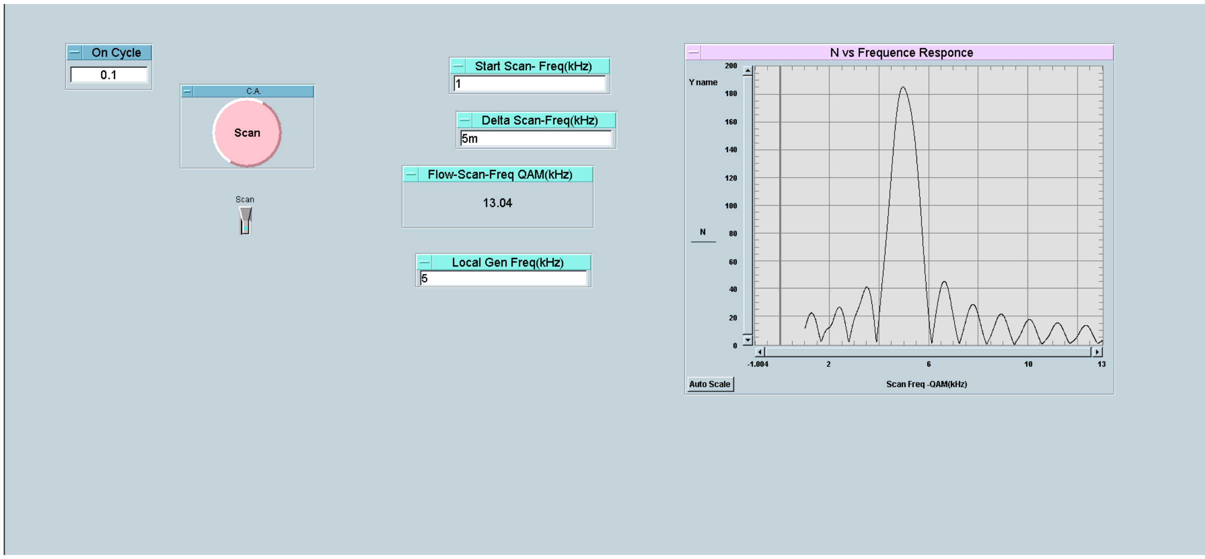

Рисунок 3 – Рабочая панель программы “АЧХ демодулятора КАМ”

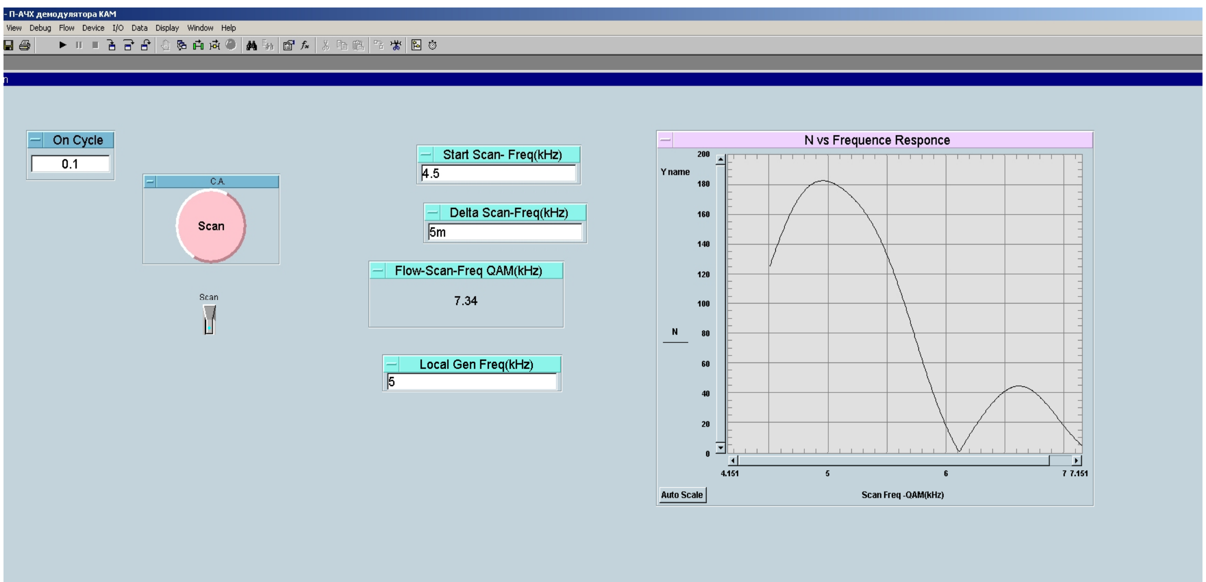

Рисунок 4 – АЧХ некогерентного демодулятора в области частот, близкой к максимуму

5 ОРТОГОНАЛЬНОСТЬ СИГНАЛОВ QAM

Согласно [7] в структуру многочастотного сигнала OFDM должны входить ортогональные составляющие, разнесенные на определенные частотные интервалы (“интервалы ортогональности”). Проверим ортогональность сигналов QAM. Вычислим коэффициент корреляции на интервале$(0\ldots T)$ сигнала (5) и подобного сигнала, расстроенного на интервал частот Δw

$$S_{QAM}(t,a_n,b_n,\Delta w)=S_I(t,a_n,\Delta w)+S_Q(t,b_n,\Delta w)\,, \tag{29}$$

где

$$S_I(t,a_n,\Delta w)=S_0 a_n\cos[(w_c+\Delta w)t+j_c)]\,; \tag{30}$$

$$S_Q(t,b_n,\Delta w)=S_0 b_n\sin[(w_c+\Delta w)t+j_c)\,.$$

Искомый коэффициент корреляции будет

$$R(\Delta w,T)=\frac{1}{T}\int_0^T S_{QAM}(t,a_n,b_n)S_{QAM}(t,a_n,b_n,\Delta w)dt\,. \tag{31}$$

После подстановки в это выражение слагаемых из (9), (10) и последующей подстановки в них сигналов из (5) и (6) коэффициент корреляции определяется в результате простых вычислений

$$R(\Delta w,T)=\{\frac{S_0^2 a_n^2}{2}+2S_o^2 a_n b_n \sin\Delta wT+\frac{S_0^2 b_n^2}{2}\}\frac{\sin\Delta wT}{\Delta wT}\,. \qquad (32)$$

В этом выражении множитель $\frac{\sin\Delta wT}{\Delta wT}$ определяет частотные свойства коэффициента корреляции. В частности, при выполнении условия, подобного условию (28), коэффициент корреляции обращается в ноль. Иными словами, сигналы QAM(формула (5) *ортогональны* при расстройках по частоте(28). Условие ортогональности (28) и зависимость (32) проверялись моделированием с использованием возможностей системы программирования HPVEE. Сигнал QAM со ступенчато изменяемой частотой $S_{QAM}(t,a_n,b_n,\Delta w)$, определяемый формулой (30) подавался на коррелятор, в котором в соответствии с формулой (31) вычислялся коэффициент корреляции с подобным сигналом(с фиксированной частотой Freq Fix). На рис. 5 представлена рабочая панель программы "П-Проверка ортогональности QAM". Нули на частотах, определяемых условием(28) четко просматриваются.

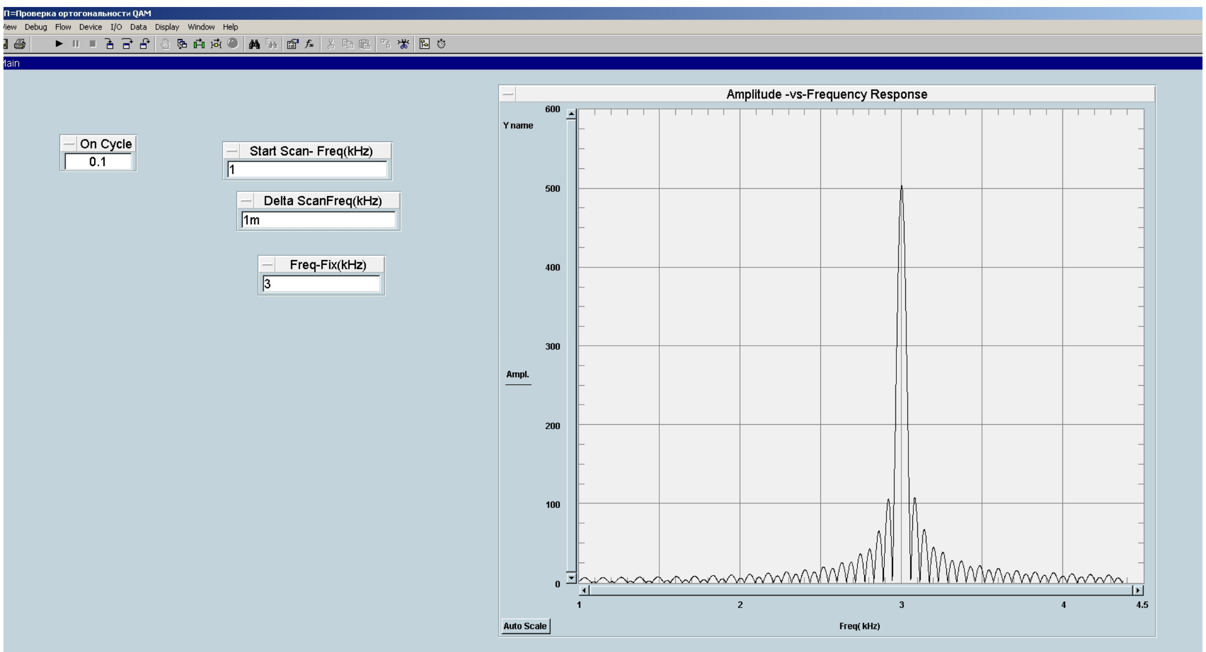

Рисунок 5 – Рабочая панель программы "П-Проверка ортогональности QAM"

Таким образом, теоретически и моделированием доказана ортогональность сигналов QAM. Это открывает возможность их использования в структуре сигналов OFDM.

ВЫВОДЫ

1. В работе предложены простые в реализации алгоритмы дифференциальной модуляции(25) и связанные с ними алгоритмы дифференциальной демодуляции (26)для сигналов квадратурной АМ. Проведённое имитационное моделирование подтвердило работоспособность новых алгоритмов.

2. Новые алгоритмы модуляции/демодуляции (25) и (26) обеспечивают инвариантность не только к амплитудным h_k и фазовым искажениям сигнала j_k в канале, но также инвариантность к расхождению частот $\Delta w = w_c - w_0$.

3. На основе теоретических исследований и моделирования доказана ортогональность сигналов Д-КАМ. Это открывает возможность их использования в структуре сигналов OFDM.

4. В последующем целесообразно выполнение исследований помехоустойчивости демодуляции дифференциально модулированных КАМ сигналов при действии аддитивных флуктуационных помех.

ЛИТЕРАТУРА

1. Банкет В.Л. Сигнально-кодовые конструкции в телекоммуникационных системах / Банкет В.Л. – О.: Феникс, 2009.– 180 с.

2. Петрович Н.Т. Относительные методы передачи информации, / Петрович Н.Т. – М.: Книга-М, 2003. –108 с.

3. Петрович Н. Т. Новые способы осуществления фазовой телеграфии. / Петрович Н.Т. – Радиотехника, 1957 – № 10.– С.7–9.

4. Петрович Н.Т. Способ проводной и радиосвязи фазо-манипулированными колебаниями. / Петрович Н.Т. – А. с. 105692, приоритет от 22.02.1954.

5. Окунев Ю.Б. Теория фазоразностной модуляции / Окунев Ю.Б. – М: Связь, 1979. – 216 с.

6. Банкет В.Л. Структуры и характеристики активных фильтров для оптимальной некогерентной демодуляции сигналов дифференциальной ФМ / В.Л. Банкет, А.Д. Персин //Цифрові технології 2013 №13, – С. 47–60

7. Балашов В.А. Системы передачи ортогональными гармоническими сигналами / В.А. Балашов, П.П. Воробиенко, Л.М. Ляховецкий – М.: Эко-Трендз, 2012.– 228 с.