

УДК 621.396:551.553

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

КОРБАН В.Х., ДЕГТЯРЕВА Л.Н., КОРБАН Д.В.

Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова

POLARIZING PROPERTIES OF METEOROLOGICAL OBJECTS

KORBAN V.KH., DEGTJARJEVA L.N., KORBAN D.V.

Odessa national academy of telecommunications n.a. A.S. Popov

Аннотация. В статье проведен алгоритм расчета поляризационных параметров электромагнитной волны, отраженной от различных типов метеообразований.

Abstract. In article the algorithm of calculation of polarizing parameters of the electromagnetic wave reflected from various types of meteo formations is carried out.

ВВЕДЕНИЕ

Поляризация сигналов в метеорологической радиолокации определяется поляризационным состоянием облучающей волны и отражательной способностью частиц облаков и осадков (гидрометеоров).

При облучении метеобъекта электромагнитной волной заданной поляризации, отраженные от него сигналы будут иметь различную поляризацию (кроме изотропной цели). В соответствии с этим метеобъекты, имеющие разную геометрическую структуру и электрофизические параметры, будут в общем случае отражать электромагнитные волны различной поляризации. Обработка эхо-сигналов с учетом их поляризации приводит к энергетическому выигрышу и повышению возможностей распознавания опасных явлений погоды, связанных с кучево-дождевыми облаками. Процесс поляризационной селекции облаков и осадков осуществляется путем преобразования поляризации облучающей волны при ее рассеивании метеобъектом и выделения приемной антенной метеорадиолокатора определенной части отраженных сигналов. Отсюда следует очевидная целесообразность выбора поляризации облучающей волны с учетом поляризационных свойств частиц облаков и осадков и приема эхо-сигналов в соответствии с их поляризацией [1, 2].

Использование соответствующих методов поляризационной селекции эхо-сигналов и их поляризационной структуры позволяет увеличить дальность обнаружения облаков и осадков, а также решить задачу распознавания по “поляризационному портрету” форм облаков, создавших этот портрет, и опасных явлений погоды (грозы, шквалы, ливни и т.д.).

СОСТОЯНИЕ ИЗУЧЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ

В настоящее время особый интерес для радиометеорологов и разработчиков радиолокационной аппаратуры метеорологического назначения представляют поляризационные свойства метеорологических объектов, с которыми связаны чрезвычайные ситуации природного характера. Самой простой и удобной моделью частиц облаков и осадков, как метеорологических объектов, с помощью которой можно описывать энергетические и поляризационные характеристики рассеянного излучения, является модель эллипсоида вращения. Различие эффективной поверхности рассеяния частиц на ортогональных поляризациях зависит от фактора формы и их диэлектрических свойств.

Процедура расчета характеристик рассеяния частицами произвольной формы достаточно трудоемка и в литературе имеется лишь небольшое количество работ, где содержатся результаты численных расчетов, удобных для использования [1, 3, 4]. Различие в форме, фазовом состоянии, ориентации в плоскости и пространстве частиц облаков и осадков позволяет использовать при их радиолокационном обнаружении и распознавании методы поляризационной селекции. Основой для анализа и синтеза поляризационных методов является описание поляризационных свойств частиц гидрометеоров с помощью матрицы коэффициентов, характеризующих изменение поляризационных параметров излучаемой электромагнитной волны в результате рассеяния ее частицами облаков и осадков. В зависимости от способа задания поляризации волны на излучение, поляризационная матрица может состоять из четырех, девяти или шестнадцати коэффициентов. На практике измерение девяти элементов ковариационной матрицы рассеяния метеобъектов представляет собой сложную задачу, по-

этому ограничиваются оценкой лишь некоторых из них, таких как дифференциальной отражаемостью, линейным деполаризационным отношением, коэффициентом взаимной корреляции и дифференциальной фазой [5, 6, 7, 8, 9]. Причем измерения проводились в линейном, круговом и эллиптическом базисе. Однако подавляющее большинство поляризационных исследований метеорологических объектов проводились в линейном, либо в круговом базисе, а экспериментальных доказательств эффективного практического использования наблюдений облаков и осадков в эллиптическом поляризационном базисе к настоящему времени нет.

Отражательные характеристики гидрометеоров на эллиптических поляризациях практически не изучены, несмотря на наличие в Германии радиолокатора Poldirad [1, 9]. Имеются лишь некоторые эпизодические работы [10], где производится теоретическая оценка элементов матрицы Мюллера по измерениям мощности отраженного сигнала на десяти различных поляризациях, в том числе и эллиптических. В результате проведенного анализа можно сделать вывод о том, что отсутствует полный поляризационный анализ рассеивающих свойств различных типов метеорологических объектов, без которого практическая реализация поляризации электромагнитной волны, как информационного параметра невозможна. Поэтому целью настоящей статьи является обоснование полного поляризационного анализа рассеивающих свойств частиц облаков и осадков. Базируясь на основных результатах, полученных в рассмотренных работах, авторы статьи сделали попытку изложить основные аспекты поляризационной селекции облаков и осадков, как пространственно-распределенных метеорологических целей. При этом центральное место отводится энергетическим параметрам Стокса и матрице рассеяния Стокса (Мюллера) [11, 12].

Проведение полного поляризационного анализа электромагнитной волны, отраженной от частиц облаков и осадков будем осуществлять в следующей последовательности:

1 Исследование интенсивностей ортогональных компонент эхо-сигналов облаков и осадков с учетом протекающих в них динамических процессов при их облучении электромагнитными волнами различных поляризаций.

2 Анализ энергетических поляризационных параметров Стокса электромагнитной волны, отраженной от облаков и осадков.

3 Исследование поляризационных характеристик облаков и осадков.

Аппроксимируем частицы облаков и осадков эллипсоидом вращения с диэлектрической проницаемостью ϵ и осью вращения a и $b = c$. Введем фактор формы ρ эллипсоида $\rho = \frac{b}{a}$, тогда при $\rho < 1$ – эллипсоид вытянутый, при $\rho > 1$ – сплюснутый, а для $\rho = 1$ $a = b = c$ эллипсоид превращается в сферу. Ориентацию эллипсоидальной частицы относительно системы координат XYZ будем определять направляющими косинусами $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ углов, созданных осью вращения эллипсоида с осями X, Y, Z .

x	y	z
α_1	α_2	α_3

Причем: $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1$.

Рассмотрим облучение эллипсоидальных частиц электромагнитной волной линейной и круговой поляризации. Пусть в начальный момент времени $t = 0$ в точке $z = 0$ вектор E напряженности электрического поля монохроматической линейно поляризованной электромагнитной волны, излучаемой антенной МРЛ имеет вид: $E_x = \cos \beta \cdot e^{j\omega t}$, $E_y = \sin \beta \cdot e^{j\omega t}$, $E_z = 0$ и составляет с горизонтальной осью OX угол β . Длину вектора E обозначим через A , т.е.

$$|E| = A \quad (1)$$

Определим дипольные моменты P_x, P_y, P_z эллипсоидальной частицы вдоль соответствующих координатных осей Ox, Oy, Oz :

$$\begin{aligned} P_x &= A e^{j\omega t} (g - g') \alpha_1 \alpha_2 \sin \beta + \alpha_1 \cos \beta + g' A e^{j\omega t} \cos \beta; \\ P_y &= A e^{j\omega t} (g - g') \alpha_2 \alpha_2 \sin \beta + \alpha_1 \cos \beta + g' A e^{j\omega t} \sin \beta; \\ P_z &= A e^{j\omega t} (g - g') \alpha_3 \alpha_2 \sin \beta + \alpha_1 \cos \beta, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$g = \frac{abc}{3} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{1 + \varepsilon - 1 n}; \quad g' = \frac{abc}{3} \cdot \frac{\varepsilon - 1}{1 + \varepsilon - 1 n'};$$

$$n = n_a = \frac{abc}{2} \int_0^\infty \frac{ds}{s + a^2 R s}, \quad n' = n_b = n_c = \frac{abc}{2} \int_0^\infty \frac{ds}{s + b^2 R s};$$

R_s – определяется из условия

$$R s = \sqrt{s + a^2 \quad s + b^2 \quad s + c^2};$$

n_i – коэффициент формы эллипсоида, определяемый следующим образом.

Выразим n и n' через фактор формы ρ для вытянутого и сплюснутого эллипсоида:

– для вытянутого эллипсоида $\rho < 1$

$$n = n_a = \frac{\rho^2}{2\sqrt{1-\rho^2}^3} \left(\ln \frac{1+\sqrt{1-\rho^2}}{1-\sqrt{1-\rho^2}} - 2\sqrt{1-\rho^2} \right) \quad (3)$$

– для сплюснутого эллипсоида $\rho > 1$

$$n' = n_a = \frac{\rho^2}{\sqrt{1-\rho^2}^3} \left(\sqrt{\rho^2 - 1} - \arctg \sqrt{\rho^2 - 1} \right) \quad (4)$$

В частности, можно показать, что из n и n' выходит

$$\lim_{\rho \rightarrow 1} n = \lim_{\rho \rightarrow 1} n_a = \frac{1}{3} \quad \text{т.е. } n_{\text{сф}} = \frac{1}{3}. \quad (5)$$

Кроме того, $n_a = n_b = n_c = 1$, т.е. $n_a + 2n_b = 1$, $2n_b = 1 - n_a$,

$$n' = n_b = n_c = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} n_a.$$

Для сферы $g = g' = g_{\text{сф}} = a^3 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}$ и дипольные моменты имеют вид:

$$P_{x\text{сф}} = g_{\text{сф}} A e^{j\omega t} \cos \beta;$$

$$P_{y\text{сф}} = g_{\text{сф}} A e^{j\omega t} \sin \beta;$$

$$P_z = 0, \quad |P_{\text{сф}}| = g_{\text{сф}} A, \quad P_{\text{сф}}^2 = g_{\text{сф}}^2 A^2; \quad (6)$$

т.е. рассеянная энергия от сферической капли будет поляризована в той же плоскости, что и излученная. Интенсивность компонент рассеянной энергии эллипсоидальной частицы, выраженной в долях рассеяния равновеликой по объему сферы и находящейся в той же точке, что и эллипсоидальная частица, выражается следующим образом:

$$I_x = \frac{P_x^2}{P_{\text{сф}}^2} = \frac{\left[g - g' \alpha_1 \alpha_2 \sin \beta + \alpha_1 \cos \beta + g' \cos \beta \right]^2 A^2}{g_{\text{сф}}^2 A^2} =$$

$$= \left[\left(\frac{g}{g_{\text{сф}}} - \frac{g'}{g_{\text{сф}}} \right) \alpha_1 \alpha_2 \sin \beta + \alpha_1 \cos \beta + \frac{g'}{g_{\text{сф}}} \cos \beta \right]^2;$$

$$I_y = \frac{P_y^2}{P_{\text{сф}}^2} = \frac{\left[g - g' \alpha_2 \alpha_2 \sin \beta + \alpha_1 \cos \beta + g' \sin \beta \right]^2 A^2}{g_{\text{сф}}^2 A^2} =$$

$$= \left[\left(\frac{g}{g_{\text{сф}}} - \frac{g'}{g_{\text{сф}}} \right) \alpha_2 \alpha_2 \sin \beta + \alpha_1 \cos \beta + \frac{g'}{g_{\text{сф}}} \sin \beta \right]^2. \quad (7)$$

Пусть антенна МРЛ излучает электромагнитную волну круговой поляризации, компоненты которой имеют вид:

$$E_x = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\omega t}, \quad E_y = j \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\omega t}$$

Тогда компоненты дипольного момента, наводимого в частице, определяются следующим образом

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\omega t} \left[g - g' \alpha_1^2 + g' + j g - g' \alpha_1 \alpha_2 \right]; \\ P_y &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\omega t} \left[g - g' \alpha_2^2 + j g' + j g - g' \alpha_1 \alpha_2 \right]; \\ P_z &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{j\omega t} \left[g - g' \alpha_3 \alpha_1 + j \alpha_2 \right], \end{aligned} \quad (8)$$

а интенсивности ортогональных компонент электромагнитной волны, отраженной от эллипсоидальных частиц облаков и осадков, запишутся в виде:

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{1}{2} \left\{ \left[\left(\frac{g}{g_{\text{сф}}} - \frac{g'}{g_{\text{сф}}} \right) \alpha_1^2 + \frac{g'}{g_{\text{сф}}} \right]^2 + \alpha_1^2 \alpha_2^2 \left(\frac{g}{g_{\text{сф}}} - \frac{g'}{g_{\text{сф}}} \right)^2 \right\}; \\ I_y &= \frac{1}{2} \left\{ \left[\left(\frac{g}{g_{\text{сф}}} - \frac{g'}{g_{\text{сф}}} \right) \alpha_2^2 + \frac{g'}{g_{\text{сф}}} \right]^2 + \alpha_1^2 \alpha_2^2 \left(\frac{g}{g_{\text{сф}}} - \frac{g'}{g_{\text{сф}}} \right)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Величина относительной энергии, рассеянная эллипсоидальной частицей, будет функцией величины $\frac{g}{g_{\text{сф}}}$, $\frac{g'}{g_{\text{сф}}}$, α_1 , α_2 , β . Угол β задаётся плоскостью поляризации, α_1 и α_2 – положением частицы в пространстве. Величины $\frac{g}{g_{\text{сф}}}$ и $\frac{g'}{g_{\text{сф}}}$ – являются в свою очередь функцией диэлектрической

проницаемости ε и фактора формы частицы ρ .

Введем обозначения:

$$\frac{g}{g_{\text{сф}}} = G, \quad \frac{g'}{g_{\text{сф}}} = G_1 \quad (10)$$

тогда выражения для интенсивностей ортогональных компонент отраженной волны при излучении волны линейной и круговой поляризации определяются соответственно:

$$\begin{aligned} I_x &= \left[G - G_1 \alpha_1^2 \cos \beta + \alpha_1 \alpha_2 \sin \beta + G_1 \cos \beta \right]^2; \\ I_y &= \left[G - G_1 \alpha_1 \alpha_2 \cos \beta + \alpha_2^2 \sin \beta + G_1 \sin \beta \right]^2; \end{aligned} \quad (11)$$

и

$$\begin{aligned} I_x &= \frac{1}{2} \left[G - G_1 \alpha_1^2 + G_1 \right]^2 + \alpha_1^2 \alpha_2^2 G - G_1^2; \\ I_y &= \frac{1}{2} \left[G - G_1 \alpha_2^2 + G_1 \right]^2 + \alpha_1^2 \alpha_2^2 G - G_1^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Используем полученные выражения (11) и (12) для нахождения энергетических поляризационных параметров Стокса электромагнитной волны, отраженной от различных типов метеообразований.

Энергетические поляризационные параметры Стокса I, Q, U, V , представляют собой набор четырех действительных величин, с помощью которых могут быть описаны разные возможные состояния поляризации плоской электромагнитной волны. Каждый из этих параметров имеет размерность интенсивностей. Параметрическое задание электромагнитной волны может быть как на излучение, так и на прием. При практическом использовании параметров Стокса необходимо применять линейные усилители промежуточной частоты, позволяющие измерять разность фаз между ортогональными компонентами отраженной от частиц облаков и осадков электромагнитной волны. Четыре параметра Стокса, в которые входят интенсивности ортогональных компонент и разность фаз между ними, определяются через декартовые компоненты поперечного электрического поля [12]

$$\begin{aligned} I &= I_y t + I_x t ; \\ Q &= I_y t - I_x t ; \\ U &= \sqrt{I_y t I_x t} \cos [\phi_y t - \phi_x t] ; \\ V &= \sqrt{I_y t I_x t} \sin [\phi_y t - \phi_x t] . \end{aligned} \quad (13)$$

Из (13) видно, что параметр I представляет собой полную интенсивность волны, и следовательно, всегда положительный, а параметр Q равен разнице интенсивностей ортогональных компонент и может быть или положительным, или отрицательным, или равняться нулю в зависимости от соотношения между линейными x - и y - компонентами. Параметры U и V отображают корреляционную связь между x - и y - компонентами. С другой стороны, параметр U отображает преимущество в волне компоненты линейно поляризованной или в направлении $+\frac{\pi}{4}$, или в направлении $-\frac{\pi}{4}$, так как разница интенсивностей компонент волны, поляризованных вдоль биссектрис $+\frac{\pi}{4}$ и $-\frac{\pi}{4}$ определяется соотношением:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \langle E_x + E_y \quad E_x + E_y^* \rangle - \frac{1}{2} \langle E_x - E_y \quad E_x - E_y^* \rangle = \\ &= 2 \langle E_x t \quad E_y t \cos [\phi_y t - \phi_x t] \rangle = U \end{aligned} \quad (14)$$

Если параметр U положительный (отрицательный), то волна имеет преимущественно линейную поляризацию в направлении $+\frac{\pi}{4}$ ($-\frac{\pi}{4}$). При равенстве нулю в волне не преобладает ни одна из этих поляризаций. Соответственно параметр V отображает преимущество в волне или право-, или левоциркулярно поляризованной компоненты. Параметр V положительный (отрицательный), или равен нулю, если преобладает правая (левая) циркулярная поляризация, или при их равенстве, т.е.

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \langle E_x - j E_y \quad E_x - j E_y^* \rangle - \frac{1}{2} \langle E_x + j E_y \quad E_x + j E_y^* \rangle = \\ &= 2 \langle E_x t \quad E_y t \sin [\phi_y t - \phi_x t] \rangle = V . \end{aligned} \quad (15)$$

Техническая реализация измерения параметров Стокса может быть выполнена или путем создания поляризатора, пропускающего соответственно x -, y -, $+\frac{\pi}{4}$ и $-\frac{\pi}{4}$ линейные поляризации, а также лево- и правоциркулярно поляризованные компоненты волны, т.е.

$$\begin{aligned} I &= I_y + I_x, \quad Q = I_y - I_x, \quad U = \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) - \left(1 - \frac{\pi}{4}\right); \\ V &= I_{\text{пр}} - I_{\text{лв}} \end{aligned} \quad (16)$$

или путём создания устройства, которое будет суммировать ортогональные компоненты волны, отнимать их и перемножать с учетом синуса и косинуса разницы фаз между компонентами на промежуточной частоте.

Получим расчетные формулы параметров Стокса для разных типов метеообразований (ливневые осадки, слоистые и кучевые облака).

1 Ливневые осадки. Интенсивности ортогональных компонент отраженной волны можно выразить следующим образом:

– для линейных поляризаций излучаемой волны

$$I_x = G_1^2 \cos^2 \beta, \quad I_y = G^2 \sin^2 \beta; \quad (17)$$

– для круговой поляризации

$$I_x = \frac{1}{2} G_1^2, \quad I_y = \frac{1}{2} G^2. \quad (18)$$

При определении разницы фаз между ортогональными компонентами будем исходить из комплексной матрицы рассеяния метеоцели \dot{A} :

$$\dot{A} = \begin{bmatrix} \alpha_1^2 \left(\dot{g} - \dot{g}' \right) + g' & \alpha_1 \alpha_2 \left(\dot{g} - \dot{g}' \right) \\ \alpha_1 \alpha_2 \left(\dot{g} - \dot{g}' \right) & \alpha_2^2 \left(\dot{g} - \dot{g}' \right) + g' \end{bmatrix} \quad (19)$$

Здесь и дальше точкой над буквой обозначаются комплексные величины:

$$\dot{g} = \frac{abc}{3} \cdot \frac{\dot{\varepsilon} - 1}{1 + (\dot{\varepsilon} - 1)n}, \quad \dot{g}' = \frac{abc}{3} \cdot \frac{\dot{\varepsilon} - 1}{1 + (\dot{\varepsilon} - 1)n'}; \quad (20)$$

$$n = n_c, \quad n' = n_a - n_b, \quad 1 = n + 2n, \quad \dot{\varepsilon} = \varepsilon_1 - j\varepsilon_2. \quad (21)$$

Обозначим через \dot{L} следующее выражение:

$$\dot{L} = \frac{abc}{3} \cdot \frac{\dot{\varepsilon} - 1}{1 + (\dot{\varepsilon} - 1)n + n' + (\dot{\varepsilon} - 1)^2 nn'};$$

$$\dot{g} - \dot{g}' = \dot{L} (\dot{\varepsilon} - 1) n' - n.$$

$$\alpha_i^2 \left(\dot{g} - \dot{g}' \right) + g' = \dot{L} \left\{ (\dot{\varepsilon} - 1) \left[\alpha_i^2 n' - n + n \right] + 1 \right\}, \quad i = 1, 2. \quad (22)$$

тогда

$$\dot{A} = \dot{L} \begin{bmatrix} (\dot{\varepsilon} - 1) \left[\alpha_1^2 n' - n + n \right] + 1 & \alpha_1 \alpha_2 (\dot{\varepsilon} - 1) n' - n \\ \alpha_1 \alpha_2 (\dot{\varepsilon} - 1) n' - n & (\dot{\varepsilon} - 1) \left[\alpha_2^2 n' - n + n \right] + 1 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Запишем вектор Джонса излучаемой электромагнитной волны в виде:

$$E = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}, \quad (24)$$

где

$$E_x = |E_x| e^{j\omega t}, \quad E_y = |E_y| e^{j\omega t}.$$

После умножения A на E получим:

$$\dot{A}E = \dot{L} \begin{bmatrix} \left\{ \left(\dot{\varepsilon}_1 - 1 \right) \left[\alpha_1^2 \quad n' - n \quad + n \right] + 1 \right\} E_x + \alpha_1 \alpha_2 \left(\dot{\varepsilon}_1 - 1 \right) n' - n E_y \\ \left\{ \alpha_1 \alpha_2 \left(\dot{\varepsilon}_1 - 1 \right) n' - n \right\} E_x + \left\{ \left(\dot{\varepsilon}_1 - 1 \right) \left[\alpha_2^2 \quad n' - n \quad + n \right] + 1 \right\} E_y \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Вектор Джонса для электромагнитной волны линейной вертикальной поляризации имеет вид:

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

тогда произведение вектора Джонса и матрицы рассеяния выглядит следующим образом:

$$\dot{A}E = \dot{L} \begin{bmatrix} \alpha_1 \alpha_2 \left(\dot{\varepsilon}_1 - 1 \right) n' - n & -j \varepsilon_2 \alpha_1 \alpha_2 n' - n \\ 1 + \left(\dot{\varepsilon}_1 - 1 \right) \left[\alpha_2^2 \quad n' - n \quad + n \right] & -j \varepsilon_2 \left[\alpha_2^2 \quad n' - n \quad + n \right] \end{bmatrix}, \quad (27)$$

Для удобства дальнейших преобразований, произведение матриц представим в виде:

$$\dot{A}E = \dot{L} \begin{bmatrix} d_1 - j d_2 \\ d_3 - j d_4 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} d_1 &= \cos \beta \left[1 + \varepsilon_1 - 1 \left[\alpha_1^2 \quad n' - n \quad + n \right] + \sin \beta \varepsilon_1 - 1 \quad n' - n \quad \alpha_1 \alpha_2 \right], \\ d_2 &= \varepsilon_2 \cos \beta \left[\alpha_1^2 \quad n' - n \quad + n \right] + \sin \beta \quad n' - n \quad \alpha_1 \alpha_2, \\ d_3 &= \sin \beta \left[1 + \varepsilon_1 - 1 \left[\alpha_2^2 \quad n' - n \quad + n \right] + \cos \beta \varepsilon_1 - 1 \quad n' - n \quad \alpha_1 \alpha_2 \right], \\ d_4 &= \varepsilon_2 \cos \beta \quad n' - n \quad \alpha_1 \alpha_2 + \sin \beta \left[\alpha_2^2 \quad n' - n \quad + n \right] \end{aligned} \quad (29)$$

где β – угол наклона вектора поля относительно осей системы координат антенны.

Для круговой поляризации излучаемой волны соответственно:

$$\begin{aligned} d_1 &= 1 + \varepsilon_1 - 1 \left[\alpha_1^2 \quad n' - n \quad + n \right] + \varepsilon_2 \quad n' - n \quad \alpha_1 \alpha_2; \\ d_2 &= \varepsilon_2 \left[\alpha_1^2 \quad n' - n \quad + n \right] - \alpha_1 \alpha_2 \quad n' - n \quad \varepsilon_1 - 1; \\ d_3 &= \varepsilon_2 \left[\alpha_2^2 \quad n' - n \quad + n \right] + \alpha_1 \alpha_2 \quad n' - n \quad \varepsilon_1 - 1; \\ d_4 &= \varepsilon_2 \quad n' - n \quad \alpha_1 \alpha_2 - 1 - \varepsilon_1 - 1 \left[\alpha_2^2 \quad n' - n \quad + n \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

С учетом (29) и (30) синус и косинус разницы фаз между ортогональными компонентами отраженной волны определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \sin \phi_y - \phi_x &= \sin \phi_y \cos \phi_x - \cos \phi_y \sin \phi_x = \frac{d_2 d_3 - d_1 d_4}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2} \cdot \sqrt{d_3^2 + d_4^2}}, \\ \cos \phi_y - \phi_x &= \cos \phi_y \cos \phi_x - \sin \phi_y \sin \phi_x = \frac{d_1 d_3 + d_2 d_4}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2} \cdot \sqrt{d_3^2 + d_4^2}}. \end{aligned} \quad (31)$$

Используя полученные формулы для интенсивностей ортогональных компонент и разницы фаз между ними для электромагнитной волны, отраженной от ливневых осадков выведем расчетные формулы для параметров Стокса. Вектор Стокса отраженной волны имеет вид:

$$S_{отр} = I_{отр}, Q_{отр}, U_{отр}, V_{отр}, \quad (32)$$

где

$$\begin{aligned} I_{отр} &= P_y^2 + P_x^2, \quad Q_{отр} = P_y^2 - P_x^2, \\ U_{отр} &= 2 P_x P_y \cos \phi_y - \phi_x, \quad V_{отр} = 2 P_x P_y \sin \phi_y - \phi_x. \end{aligned} \quad (33)$$

Здесь P_x, P_y – составляющие дипольного момента частицы,

P_x^2, P_y^2 – интенсивности эхо-сигналов,

$\phi_y - \phi_x$ – разница фаз между ортогональными компонентами эхо-сигнала.

Так как $P_x^2 = I_x \cdot P_{сф}^2, P_y^2 = I_y \cdot P_{сф}^2$, тогда получим следующее равенство:

$$\begin{bmatrix} I_{отр} \\ Q_{отр} \\ U_{отр} \\ V_{отр} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x + I_y \\ I_y - I_x \\ 2 \sqrt{I_x I_y} \cos \phi_y - \phi_x \\ 2 \sqrt{I_x I_y} \sin \phi_y - \phi_x \end{bmatrix} \cdot |P_{сф}^2| \quad (34)$$

или

$$\begin{bmatrix} I_{отр} \\ Q_{отр} \\ U_{отр} \\ V_{отр} \end{bmatrix} = |P_{сф}^2| \cdot \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (35)$$

где S_0, S_1, S_2, S_3 – параметры Стокса эхо-сигнала, имеющие размерность относительной интенсивности.

При облучении ливневых осадков электромагнитной волной линейной вертикальной поляризации, для которой $\beta = 90^\circ$, параметры Стокса отраженной волны определяются такими выражениями:

$$S'_0 = I_y + I_x = G^2, \quad S'_1 = I_y - I_x = G^2, \quad S'_2 = S'_3 = 0,$$

где

$$G = \frac{g}{g_{сф}} = \frac{\varepsilon + 2}{3[1 + \varepsilon - 1 n]} \quad (36)$$

Облучая ливневые осадки волной линейной горизонтальной поляризации, для которой $\beta = 0^\circ$, параметры Стокса отраженной волны будут иметь вид:

$$S''_0 = I_y + I_x = G_1^2, \quad S''_1 = -G_1^2, \quad S''_2 = S''_3 = 0, \quad (37)$$

где

$$G = \frac{g}{g_{сф}} = \frac{\varepsilon + 2}{3[1 + \varepsilon - 1 n']}. \quad (38)$$

А при облучении ливневых осадков линейно поляризованной волной с наклоном вектора $\beta = 45^\circ$, параметры Стокса отраженной волны можно записать в виде:

$$\begin{aligned} S'''_0 &= \frac{1}{2} G^2 + G_1^2, \quad S'''_1 = \frac{1}{2} G^2 - G_1^2; \\ S'''_2 &= \frac{G G_1 d_1 d_3 + d_2 d_4}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2} \cdot \sqrt{d_3^2 + d_4^2}}, \quad S'''_3 = \frac{G G_1 d_2 d_3 - d_1 d_4}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2} \cdot \sqrt{d_3^2 + d_4^2}}, \end{aligned} \quad (38)$$

где

$$\begin{aligned} d_1 &= 1 + \varepsilon_1 - 1 \left[n + n' - n \alpha_1^2 + \alpha_1 \alpha_2 \right], \\ d_2 &= \varepsilon_2 \left[n + n' - n \alpha_1^2 + \alpha_1 \alpha_2 \right], \\ d_3 &= 1 + \varepsilon_1 - 1 \left[n + n' - n \alpha_2^2 + \alpha_1 \alpha_2 \right], \\ d_4 &= \varepsilon_2 \left[n + n' - n \alpha_2^2 + \alpha_1 \alpha_2 \right] \end{aligned}$$

Так как $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 0$, тогда

$$\begin{aligned} d_1 &= 1 + \varepsilon_1 - 1 n; \\ d_2 &= n \varepsilon_2; \\ d_3 &= 1 + \varepsilon_1 - 1 n'; \\ d_4 &= n' \varepsilon_2. \end{aligned} \tag{39}$$

После подстановки (39) в (38) получим:

$$\begin{aligned} S_2''' &= \frac{GG_1 \left[nn' \varepsilon_2^2 + \varepsilon_1 - 1 \right] + n + n' \varepsilon - 1 + 1}{\sqrt{\left[1 + n \varepsilon_1 - 1 \right]^2 + n^2 \varepsilon_2^2} \cdot \sqrt{\left[1 + n' \varepsilon_1 - 1 \right]^2 + n'^2 \varepsilon_2^2}}; \\ S_3''' &= \frac{GG_1 \varepsilon_2 n - n'}{\sqrt{\left[1 + n \varepsilon_1 - 1 \right]^2 + n^2 \varepsilon_2^2} \cdot \sqrt{\left[1 + n' \varepsilon_1 - 1 \right]^2 + n'^2 \varepsilon_2^2}}. \end{aligned} \tag{40}$$

Облучение ливневых осадков электромагнитной волной круговой поляризации расчетные формулы для параметров Стокса эхо-сигналов имеют вид:

$$\begin{aligned} S_0''' &= \frac{1}{2} G^2 + G_1^2, \quad S_1''' = \frac{1}{2} G^2 - G_1^2; \\ S_2''' &= \frac{GG_1 d_1 d_3 + d_2 d_4}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2} \cdot \sqrt{d_3^2 + d_4^2}}, \quad S_3''' = \frac{GG_1 d_2 d_3 - d_1 d_4}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2} \cdot \sqrt{d_3^2 + d_4^2}}, \end{aligned} \tag{41}$$

где

$$\begin{aligned} d_1 &= 1 + \varepsilon_1 - 1 n; \\ d_2 &= n \varepsilon_2; \\ d_3 &= n' \varepsilon_2; \\ d_4 &= -1 + \varepsilon_1 - 1 n'. \end{aligned} \tag{42}$$

После подстановки (42) в (41) получим:

$$\begin{aligned} S_2''' &= \frac{GG_1 \varepsilon_2 n' - n}{\sqrt{\left[1 + n \varepsilon_1 - 1 \right]^2 + n^2 \varepsilon_2^2} \cdot \sqrt{\left[1 + n' \varepsilon_1 - 1 \right]^2 + n'^2 \varepsilon_2^2}}; \\ S_3''' &= \frac{GG_1 \left[nn' \varepsilon_2^2 + \varepsilon_1 - 1 \right] + n + n' \varepsilon - 1 + 1}{\sqrt{\left[1 + n \varepsilon_1 - 1 \right]^2 + n^2 \varepsilon_2^2} \cdot \sqrt{\left[1 + n' \varepsilon_1 - 1 \right]^2 + n'^2 \varepsilon_2^2}}. \end{aligned} \tag{43}$$

2 Слоистые облака. Средние направляющие косинусы ориентации частиц слоистых облаков рассчитаны по формулам:

$$\alpha_1^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos^2 \phi_x d\phi_x = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{1 + \cos^2 \phi_x}{2} d\phi_x = \frac{1}{2};$$

$$\begin{aligned} \alpha_2^2 &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos^2 \phi_y d\phi_y = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{1 + \cos^2 \phi_y}{2} d\phi_y = \frac{1}{2}; \\ \alpha_1^2 \alpha_2^2 &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos^2 \phi_x \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \phi_x \right) d\phi_x = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \sin^2 2\phi_x d\phi_x = \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \frac{1 - \cos 4\phi_x}{2} d\phi_x = \frac{1}{8}; \\ \alpha_{1(2)}^4 &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos^4 \phi d\phi = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(\frac{1 + \cos 2\phi}{2} \right)^2 d\phi = \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi 1 + 2\cos 2\phi + 1 + \cos 4\phi d\phi = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{3\pi}{2} = \frac{3}{8}. \end{aligned} \quad (44)$$

При облучении слоистых облаков волной линейной вертикальной поляризации разность фаз между ортогональными компонентами эхо-сигналов определяется следующим образом:

$$d_1 = 0, \quad d_2 = 0, \quad d_3 = 1 + \frac{1}{2} \varepsilon_1 - 1 \quad n' + n, \quad (45)$$

т.е. значения синуса и косинуса разности фаз не определены. Для волны линейной горизонтальной поляризации имеем:

$$d_1 = 1 + \frac{1}{2} \varepsilon_1 - 1 \quad n' + n, \quad d_2 = \frac{1}{2} \varepsilon_2 \quad n' + n, \quad d_3 = d_4 = 0, \quad (46)$$

а для линейно поляризованной волны с наклоном вектора поля в 45°

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{1 + \varepsilon_1 - 1 \quad n' + n}{2}, \quad d_2 = \frac{1}{2} \varepsilon_2 \quad n' + n; \\ d_3 &= \frac{1 + \varepsilon_1 - 1 \quad n' + n}{2}, \quad d_4 = \frac{1}{2} \varepsilon_2 \quad n' + n, \end{aligned} \quad (47)$$

тогда

$$\begin{aligned} \cos \phi_y - \phi_x &= \frac{d_1 d_3 + d_2 d_4}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2} \cdot \sqrt{d_3^2 + d_4^2}} = \frac{d_1^2 + d_2^2}{d_1^2 + d_1^2} = 1; \\ \sin \phi_y - \phi_x &= \frac{d_2 d_3 + d_1 d_4}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2} \cdot \sqrt{d_3^2 + d_4^2}} = \frac{d_1 d_2 - d_1 d_2}{d_1^2 + d_1^2} = 0, \end{aligned} \quad (48)$$

следовательно, $\phi_y - \phi_x = 0$.

При облучении слоистых облаков волной круговой поляризации

$$\begin{aligned} d_1 &= 1 + \frac{1}{2} \varepsilon_1 - 1 \quad n' + n, \quad d_2 = \frac{1}{2} \varepsilon_2 \quad n' + n; \\ d_3 &= \frac{1}{2} \varepsilon_2 \quad n' + n, \quad d_4 = - \left[1 + \frac{1}{2} \varepsilon_1 - 1 \quad n' + n \right] = -d_1; \\ \cos \phi_y - \phi_x &= \frac{d_1 d_2 - d_1 d_2}{d_1^2 + d_2^2} = 0; \\ \sin \phi_y - \phi_x &= \frac{d_1^2 + d_2^2}{d_1^2 + d_2^2} = 1. \end{aligned} \quad (49)$$

Следовательно, $\phi_y - \phi_x = 90^\circ$. Соответственно интенсивности будут иметь вид:

– для линейно поляризованной волны

$$\sin \phi_y - \phi_x = \frac{d_1^2 + d_2^2}{d_1^2 + d_2^2} = 1;$$

$$I_y = \frac{1}{8} \left[G - G_1^2 + 2 \sin^2 \beta G + G_1^2 \right]; \quad (50)$$

– для волны круговой поляризации

$$I_x = I_y = \frac{1}{4} G^2 + G_1^2. \quad (51)$$

Тогда вектор Стокса эхо-сигналов слоистых облаков для каждой из указанных поляризаций излучаемой волны будет иметь вид:

$$S_{\text{отр}} = |P_{\text{сф}}|^2 \cdot S_0, S_1, S_2, S_3, \quad (52)$$

где параметры Стокса для каждого вида поляризации рассчитываются следующим образом:

– линейная вертикальна поляризация 90°

$$\begin{aligned} S'_0 &= I_x + I_y = \frac{1}{2} G^2 + G_1^2; \\ S'_1 &= I_y - I_x = \frac{1}{4} G + G_1^2; \\ S'_2 &= 0, S'_3 = 0; \end{aligned} \quad (53)$$

– линейная горизонтальная поляризация 0°

$$\begin{aligned} S''_0 &= I_x + I_y = \frac{1}{2} G^2 + G_1^2; \\ S''_1 &= I_y - I_x = \frac{1}{4} G + G_1^2; \\ S''_2 &= 0, S''_3 = 0; \end{aligned} \quad (54)$$

– линейная с наклоном вектора поля в 45°

$$\begin{aligned} S'''_0 &= 2I_x = \frac{1}{2} G^2 + G_1^2, S'''_1 = 0; \\ S'''_2 &= 2\sqrt{I_x I_y} \cos \phi_y - \phi_x = \frac{1}{2} G^2 + G_1^2; \\ S'''_3 &= 0; \end{aligned} \quad (55)$$

– круговая поляризация

$$\begin{aligned} S''''_0 &= \frac{1}{2} G^2 + G_1^2, S''''_1 = 0, S''''_2 = 0; \\ S''''_3 &= \frac{1}{2} G^2 + G_1^2. \end{aligned} \quad (56)$$

При вертикально установленной антенне поляризация отраженной волны от слоистых облаков не меняется.

3 Кучевые облака. В кучевых облаках вследствие влияния турбулентных воздушных потоков частицы будут хаотически располагаться в пространстве, за исключением зон выпадения града и грозных разрядов. Средние значения направляющих косинусов имеют величины

$$\alpha_1^2 = \alpha_2^2 = \frac{1}{3}, \alpha_1^4 = \alpha_2^4 = \frac{1}{5}, \alpha_1^2 \alpha_2^2 = \frac{1}{15}.$$

С учетом средних значений направляющих косинусов можно записать выражения для интенсивностей ортогональных компонент эхо-сигналов:

– для линейных поляризаций излучаемой волны

$$I_x = \frac{1}{15} \left[G - G_1^2 + \cos^2 \beta \cdot 2G^2 + 6GG_1 + 7G_1^2 \right];$$

$$I_y = \frac{1}{15} \left[G - G_1^2 + \sin^2 \beta \cdot 2G^2 + 6GG_1 + 7G_1^2 \right]; \quad (57)$$

– для круговой поляризации

$$I_x = I_y = \frac{1}{30} \cdot 4G^2 + 2GG_1 + 9G_1^2. \quad (58)$$

Дальше можно определить разницу фаз между ортогональными компонентами отраженной от кучевых облаков электромагнитной волны при их последовательном облучении:

– волной линейной вертикальной поляризации

$$d_1 = 0, \quad d_2 = 0, \quad d_3 = 1 + \frac{1}{3} \varepsilon_1 - 1 \cdot n' + 2n;$$

$$d_4 = \frac{1}{3} \varepsilon_1 \cdot n' + 2n;$$

$$\cos \phi_y - \phi_x = \frac{d_1 d_3 + d_2 d_4}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2} \cdot \sqrt{d_3^2 + d_4^2}} = 0;$$

$$\sin \phi_y - \phi_x = \frac{d_2 d_3 + d_1 d_4}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2} \cdot \sqrt{d_3^2 + d_4^2}} = 0; \quad (59)$$

– волной линейной горизонтальной поляризации

$$d_1 = 1 + \frac{1}{3} \varepsilon_1 - 1 \cdot n' + 2n, \quad d_2 = \frac{1}{3} \varepsilon_2 \cdot n' + 2n;$$

$$d_3 = d_4 = 0, \quad \cos \phi_y - \phi_x = 0, \quad \sin \phi_y - \phi_x = 0; \quad (60)$$

– линейно поляризованной волной с наклоном вектора в 45°

$$d_1 = \frac{1 + \varepsilon_1 - 1 \cdot n' + 2n}{3}, \quad d_2 = \frac{\varepsilon_2 \cdot n' + 2n}{3};$$

$$d_3 = \frac{1 + \varepsilon_1 - 1 \cdot n' + 2n}{3}, \quad d_4 = \frac{\varepsilon_2 \cdot n' + 2n}{3}; \quad (61)$$

так как $d_1 = d_3$, а $d_2 = d_4$, тогда разница фаз также равняется нулю.

Вектор Стокса отраженной электромагнитной волны от кучевых облаков с учетом вида поляризации облучающей волны определяется следующим образом:

– при линейной вертикальной поляризации

$$S'_0 = I_y + I_x = \frac{1}{15} \cdot 4G^2 + 2GG_1 + 9G_1^2;$$

$$S'_1 = I_y - I_x = \frac{1}{15} \cdot 2G + 6GG_1 + 7G_1^2;$$

$$S'_2 = S'_3 = 0; \quad (62)$$

– при линейной горизонтальной поляризации

$$S''_0 = I_y + I_x = \frac{1}{15} \cdot 4G^2 + 2GG_1 + 9G_1^2;$$

$$S''_1 = I_y - I_x = -\frac{1}{15} \cdot 2G + 6GG_1 + 7G_1^2;$$

$$S_2'' = S_3'' = 0 \quad (63)$$

– при линейной поляризации с наклоном вектора в 45°

$$S_0''' = \frac{1}{15} 4G^2 + 2GG_1 + 9G_1^2, S_1''' = 0;$$

$$S_2''' = -\frac{1}{15} 4G^2 + 2GG_1 + 9G_1^2, S_3''' = 0; \quad (64)$$

– при круговой поляризации

$$S_0''' = \frac{1}{15} 4G^2 + 2GG_1 + 9G_1^2, S_1''' = S_2''' = 0;$$

$$S_3''' = \frac{1}{15} 4G^2 + 2GG_1 + 9G_1^2; \quad (65)$$

Полученные формулы позволяют теоретически рассчитать поляризационные параметры электромагнитной волны, отраженной от различных метеообразований с учетом формы частиц, их ориентации в пространстве и фазового состояния. Поляризация облучаемой волны фиксирована и заранее известна. Значения параметров Стокса, рассчитанные для каждого типа метеообразований, являются информативными предикторами для их радиолокационного распознавания с помощью радиолокационного метеорологического поляриметра.

ВЫВОДЫ

1 Впервые получены формулы для теоретического расчета интенсивностей и поляризационных параметров Стокса электромагнитной волны, отраженной от ливневых осадков, слоистых и кучевых облаков.

2 Использование поляризационных параметров Стокса позволяет производить полный поляризационный анализ электромагнитной волны, отраженной от метеообъектов и получить полную информацию о возникновении и развитии опасных явлений погоды, вызывающих чрезвычайные ситуации.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Рыжков А.В. Метеорологические объекты и их радиолокационные характеристики / Рыжков А.В. // Изд. "Зарубежная радиоэлектроника". – 1993. – № 4. – С.6–28.
- 2 Шупяцкий А.Б. Радиолокационные измерения интенсивности и некоторых других характеристик осадков / Шупяцкий А.Б. – М.: Гидрометеоздат, 1960. – 118 с.
- 3 Oguchi T., Scattering Properties of Oblate Raindrops and Cross Polarization of Radio Waves Due to Rain, 2, Calculation at Microwave and Millimeter wave Region./ Oguchi T., Hozoya Y.// J.Radio Res. Labs., v.21, № 105, 1974. – P.191 – 259.
- 4 Uzunoglu N. The scattering of electromagnetic radiation by precipitation particles and propagation characteristics of terrestrial and space communication systems / Uzunoglu N., Evans B., Holt A. // – Prob. JEE. – 1977. – № 5
- 5 Михайлов Н.Ф. Радиометеорологические исследования над морем / Михайлов Н.Ф., Рыжков А.В., Щукин Г.Г. – Л.: Гидрометеоздат. – 1990. – С.10-20.
- 6 Seliga T., Differential reflectivity measurements at orthogonal polarization for measuring precipitation. / Seliga T., Bringi V //J. Applied Meteorol. – 1976. – V 15. – № 1. –pp. 69 – 76.
- 7 Illingworth A. Polarization radar estimates of raindrop size spectra and rainfall rates./ Illingworth A., Saylor I. // J. Atmos. Oceanic. Technol. – 1989. – № 6. – P.939-949.
- 8 Balakrishnan N. Use of polarization to characterize precipitation and discriminate large hail./ Balakrishnan N., Zrnic D.// J.Atmos.Sci. – 1990. – V 47. – № 10. – P.1525–1540.
- 9 Довиак Р. Допплеровские и метеорологические наблюдения / Довиак Р., Зрнич Р. – Л.: Гидрометеоздат. – 1988. – 511 с.
- 10 Schroth A. A C-band coherent polarimetric radar for propagation and cloud physics research./ Schroth A., Clouder M., Meischner P// – J. Atmos. Ocean. Technol. – 1988. – v 5, № 6. – P. 803 – 822
- 11 Богородский В.В. Поляризация рассеянного и собственного радиоизлучения земных покровов / Богородский В.В., Канарейкин Д.Б., Козлов А.И. – Л.: Гидрометеоздат. – 1981. – 279 с.
- 12 Канарейкин Д.Б., Поляризация радиолокационных сигналов / Канарейкин Д.Б., Павлов Н.Ф., Потехин В.А.//– М.: Сов. Радио. – 1966. – 440 с.