

УДК 621.391

**АНАЛИЗ АНАЛИТИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ  
ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ  
ДЛЯ ДАЛЬНЕЙШЕЙ ОЦЕНКИ ЭМС РЭС**

ЛАПИН В.А., ИКОННИКОВ С.Н.

ГП “Украинский научно-исследовательский институт радио и телевидения”

**ANALYTICAL EXPRESSION ANALYSIS OF THE ENERGY SPECTRUM OF PULSE  
SIGNALS FOR FURTHER EMC EVALUATION**

LAPIN V.A., IKONNIKOV S.N.

SE “Ukrainian Scientific Research Institute of Radio and Television”

***Аннотация** Рассмотрены аналитические выражения для спектров гладкоимпульсных сигналов, сигналов с линейно-частотной модуляцией, подробно описаны выражения для широкополосных сигналов: с фазовой кодовой манипуляцией и со скачкообразной перестройкой частоты. Выполнена постановка задачи относительно электромагнитной совместимости средств, использующих перечисленные виды сигналов, с другими радиоэлектронными средствами.*

***Abstract** Considered an analytic expression for the unmodulated-pulse signals, with linear-frequency modulation, in details showed expressions for the wideband signals: with phase shift keying code and frequency hopping. Problem statement is made with respect to electromagnetic compatibility means using such kinds of signals, with other radio-electronic means.*

**ВВЕДЕНИЕ**

При планировании размещения радиоэлектронных средств (РЭС) или распределении дополнительного спектра радиослужбам возникает необходимость определения условий электромагнитной совместимости (ЭМС) РЭС. Как правило, в процессе решения подобных задач используются Рекомендации Международного союза электросвязи (МСЭ), в которых представлены эмпирические выражения, основанные на большом числе испытаний. Тем не менее, существует альтернативный и более точный метод определения условий совместимости, который заключается в использовании аналитических выражений для спектров излучаемых сигналов, исследуемых РЭС.

Поэтому, используя аналитические выражения, можно будет получить относительное значение части энергии помехового сигнала, попадающей в полосу пропускания приемника независимо от того, какое это излучение – в занимаемой полосе частот, или внеполосное излучение и на основе ее сравнения с допустимым пороговым значением уровня помех на входе приемника рассчитать требуемое значение координационного расстояния между анализируемыми РЭС. Описанный принцип лёг в основу расчётов электромагнитной совместимости между средствами радиолокационной службы и других служб, работающих в диапазоне частот 15,4–15,7 ГГц, при подготовке вкладов от Администрации связи Украины на заседание Рабочей группы WP 5B Исследовательской комиссии 5 МСЭ [1–3].

Известно, что энергетический спектр излучений передатчика ( $S(f)$ ) при модуляции прямоугольными импульсами определяется выражением:

$$S(\omega) = \tau_u \left| \frac{\sin \frac{(\omega - \omega_0)\tau_u}{2}}{\frac{(\omega - \omega_0)\tau_u}{2}} \right|^2. \quad (1)$$

Выражение для спектра закона модуляции прямоугольного ЛЧМ радиоимпульса имеет вид [1]:

$$G_0 \omega = \sqrt{\frac{\tau_u}{2\Delta f_m}} \cdot e^{-j\frac{\tau_u}{4\pi\Delta f_m}\omega^2} \int_{x_1}^{x_2} e^{j\frac{\pi}{2}x^2} dx = \sqrt{\frac{\tau_u}{2\Delta f_m}} \cdot e^{-j\frac{\tau_u}{4\pi\Delta f_m}\omega^2} \cdot [C_{x_1} + C_{x_2}] + j[S_{x_1} + S_{x_2}], \quad (2)$$

где  $C \equiv \int_0^a \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx$ ;  $S \equiv \int_0^a \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx$  представляют собой косинус- и синус-интегралы Френеля, а  $x_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{2} \Delta f_m \tau_u} \left( 1 \pm \frac{\omega}{\pi \Delta f_m} \right)$ .

Наряду с сигналами с линейно-частотной модуляцией излучений (которые также относятся к классу широкополосных сигналов) в современной радиолокации достаточно широко представлен класс широкополосных, так называемых, шумоподобных сигналов (ШПС), обладающих целым спектром неоспоримых преимуществ перед гладкоимпульсными сигналами (высокая помехозащищенность, разрешающая способность, точность измерения параметров обнаруживаемых объектов, распознавания образов и т. д.). Поэтому знание энергетических характеристик такого класса сигналов может позволить существенно повысить точность прогнозирования потерь на трассе распространения сигналов в процессе оценки параметров совместимости средств радиолокационной службы со средствами других радиослужб.

### ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ

Фазоманипулированные сигналы (ФМ) представляют собой последовательность элементарных радиоимпульсов длительностью  $\tau_u$ , фазы которых изменяются по определенному закону, как правило, принимая два значения (0 или  $\pi$ ). При этом, если количество элементарных импульсов равно  $N$ , то ширина спектра такого ФМ сигнала примерно равна ширине спектра элементарного импульса [4]:

$$\Delta f_{\text{ФМ}} = \frac{1}{\tau_u} = \frac{N}{\tau_c}, \quad (3)$$

где  $\tau_c$  – длительность ФМ сигнала.

В этом случае база такого ФМ сигнала будет равна  $B = \Delta f_{\text{ФМ}} \cdot \tau_c = N$ .

Аналитическое выражение для такого класса ФМ сигналов можно представить в виде [4]:

$$U(t) = \sum_{n=1}^N a_n u_u [t - (n-1) \cdot \tau_u], \quad (4)$$

где  $a_n$  – амплитуда  $n$ -го единичного элементарного радиоимпульса;

$u_u(t)$  – единичная амплитуда элементарного прямоугольного импульса длительностью  $\tau_u$ .

Спектр комплексной огибающей ФМ сигнала имеет вид:

$$G(\omega) = S_u(\omega) \cdot \sum_{n=1}^N a_n \cdot e^{[-i(n-1) \cdot \omega \cdot \tau_u]}, \quad (5)$$

где  $S_u(\omega) = \tau_u \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega \cdot \tau_u}{2}\right)}{\left(\frac{\omega \cdot \tau_u}{2}\right)} \cdot e^{-i\left(\frac{\omega \cdot \tau_u}{2}\right)}$  – спектр огибающей элементарного прямоугольного импульса.

са.

Спектр комплексной огибающей ФМ сигнала для последующих расчетов при прогнозировании потерь на трассе распространения удобнее представлять в виде произведения  $G(\omega) = S_u(\omega) \cdot S_{kn}(\omega)$ , где значение  $S_{kn}(\omega) = \sum_{n=1}^N a_n \cdot e^{[-i(n-1) \cdot \omega \cdot \tau_u]}$  – спектр кодовой последовательности.

Поскольку для ФМ сигналов величины  $a_n$  представляют собой действительные значения, то амплитудный спектр кодовой последовательности  $|H(\omega)|$  является четной функцией частоты [5]:

$$|H(\omega)| = \sqrt{\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^N a_n \cdot a_k \cdot \cos(n-k)\omega \cdot \tau_u} \quad (6)$$

Выражение для энергетического спектра  $h(\omega)$  кодовой последовательности (квадрата модуля амплитудного спектра) описывается соответственно выражением:

$$h(\omega) = \frac{\tau_u}{2\pi} \int_{-\pi/\tau_u}^{\pi/\tau_u} |H(\omega)|^2 d\omega \quad (7)$$

При значении  $\omega = 0$  значение  $|H(0)| = \sum_{n=1}^N a_n$ , а значение  $h(0) = \sum_{n=1}^N a_n^2$ . При значении  $a_n = \pm 1$  значение  $h(0) = N$ .

Взаимная функция неопределенности (двухмерная корреляционная функция закона модуляции) ФМ сигнала может быть представлена в виде:

$$R_{jk}(\tau, \omega_d) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_{jn} \hat{a}_{km} R_0[\tau - n - m, \tau_u, \omega_d] \cdot e^{i(n-1)\omega_d \tau_u} \quad (8)$$

где:  $a_{jn}$  и  $\hat{a}_{km}$  символы кодовых и сопряженно кодовых последовательностей соответственно,  $\omega_d$  - доплеровский сдвиг частоты;  $\tau$  - задержка;

На рис. 1 показано графическое представление двумерной взаимной функции неопределенности произвольной кодовой последовательности.

$$R_0(\tau, \omega_d) = 1 - |\tau|/\tau_u \cdot \frac{\sin \frac{1 - |\tau|/\tau_u}{2} \cdot \left[ i \frac{\omega_d \tau_u + \tau}{2} \right]}{\frac{1 - |\tau|/\tau_u}{2}} \quad \text{при } |\tau| \leq \tau_u \text{ - функция неопределённости}$$

единичного прямоугольного импульса.

Для ФМ сигналов с двумя значениями фазы  $(-\pi, \pi)$   $\hat{a}_{km} = a_{jn}$ .

Между корреляционными функциями и спектрами кодовых последовательностей ФМ сигналов существует взаимосвязь:

$$R_{jk}(\mu\tau_u, \omega_d) = \frac{R_0(\omega_d)}{2\pi \cdot N/\tau_u} \int_{-\pi/\tau_u}^{\pi/\tau_u} H_j(\omega - \omega_d) \cdot \hat{H}_k(\omega) \cdot e^{i\mu\omega\tau_u} d\omega \quad (9)$$

Данное интегральное равенство (9) используется для нахождения автокорреляционных и взаимокорреляционных функций. Так, при значениях  $j=k$ , и  $\omega_d=0$  корреляционная функция (автокорреляционная функция) будет равна:

$$R(\mu) = \frac{1}{2\pi \cdot N/\tau_u} \int_{-\pi/\tau_u}^{\pi/\tau_u} h(\omega) \cdot e^{i\mu\omega\tau_u} d\omega \quad (10)$$

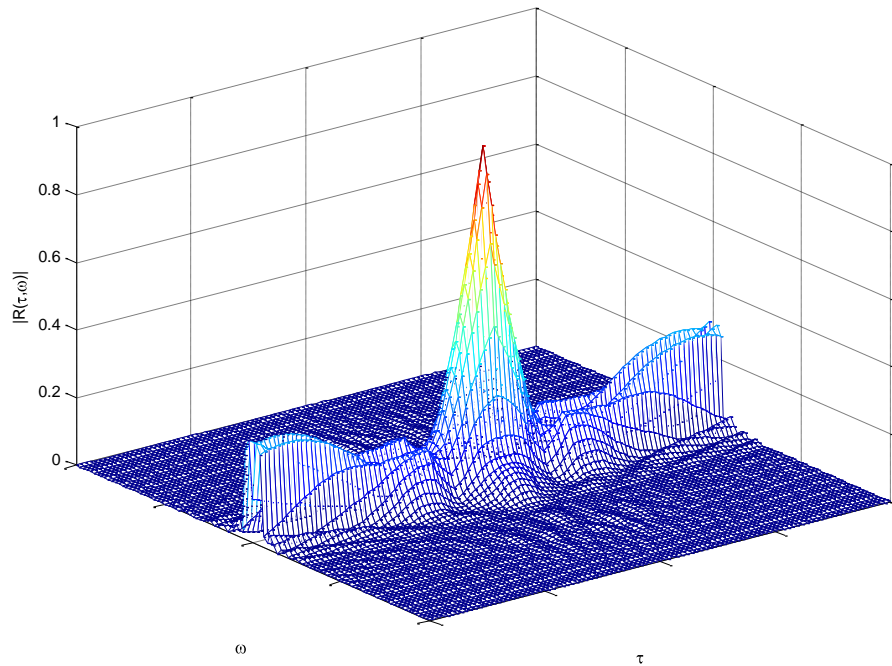


Рисунок 1 – Графическое представление двумерной взаимной функции неопределённости произвольной кодовой последовательности

### ДИСКРЕТНЫЕ ЧАСТОТНЫЕ СИГНАЛЫ

Дискретные частотные (ДЧ) сигналы представляют собой последовательность импульсов, несущие частоты которых изменяются по определенному заданному закону. Если, предположим, что число импульсов в ДЧ сигнале составляет значение  $M$  за длительность сигнала  $\tau_c$ , а длительность элементарного импульса  $\tau_u$  и ширина его спектра  $\Delta f_u = 1/\tau_u = M/\tau_c$ , то база такого сигнала будет равна:

$$B = \Delta f_c \cdot \tau_c = M \cdot \Delta f_u \cdot M \cdot \tau_u = M^2. \quad (11)$$

Именно это обстоятельство и обусловило применение таких сигналов в радиолокации.

В процессе анализа будем полагать, что все элементарные сигналы из совокупности ( $M$ ) элементов полного сигнала имеют одинаковую форму  $F t$  и номера элементов ( $\nu$ ) изменяются от 0 до  $M - 1$ . Положение  $\nu$ -го элемента по частоте определяется сдвигом  $\gamma_j \nu \Delta \omega$ , где  $\gamma_j \nu$  является символом частотной кодовой последовательности и при этом значение  $\gamma_j \nu$  при изменении  $\nu$  в пределах от 0 до  $M - 1$  изменяется в таких же пределах, но в определенном порядке. В этом случае комплексную огибающую дискретного частотного сигнала можно представить в виде [5]:

$$U_j t = \sum_{\nu=0}^{M-1} a_j \nu \cdot F t - \nu \cdot \tau_u \cdot e^{i \gamma_j \nu \Delta \omega t}, \quad (12)$$

где  $\Delta \omega$  – ширина спектра элементарного сигнала;  $\tau_u$  – длительность элементарного сигнала. Смещение соседних элементов по частоте равно  $\Delta \omega$ , а по оси времени соответственно  $\tau_u$ . В этом случае изменение аргумента у элементарного сигнала  $F t$  происходит линейно в соответствии с изменением номера элементарного сигнала  $\nu$ , а смещение по частоте происходит в соответствии с изменением символа частотной кодовой последовательности  $\gamma_j \nu$ .

В [5] отмечается частотно-временная дуальность частотных дискретных сигналов, которая означает, что если представить в виде  $V_j \gamma$  временную кодовую последовательность, то комплексную огибающую дискретного частотного сигнала можно записать в виде выражения:

$$U t = \sum_{v=0}^{M-1} a_j \gamma F [t - v_j \gamma \tau_u] \cdot e^{iy\Delta\omega\tau_u} \quad (13)$$

В этом выражении линейно изменяется смещение по частоте в пределах от  $\gamma = 0$  до значения  $M - 1$ , а изменение аргумента у элементарного сигнала  $F t$  происходит в соответствии с изменением временной кодовой последовательности  $V_j \gamma$ , символы которой изменяются в тех же пределах от 0 до  $M - 1$ , но в определенном заданном порядке.

Выражение для взаимной корреляционной функции для дискретного частотного сигнала с частотной кодированной последовательностью может быть описано с помощью выражения [5]:

$$R_{jk} \tau = \frac{1}{M} = \sum_{v=0}^{M-1} \sum_{\mu=0}^{M-1} a_j \nu \hat{a} \mu R_0 [\tau + \mu - \nu \tau_u], [\gamma_j \nu - \gamma_k \mu] \Delta\omega, \quad (14)$$

где  $R_0 \tau, \omega_d$  функция неопределённости элементарного сигнала  $F t$  (при этом полагаем, что  $\omega_d = 0$ ).

Соответственно выражение для взаимной корреляционной функции для дискретного частотного сигнала с временной кодированной последовательностью может быть описано с помощью выражения:

$$R_{jk} \tau = \frac{1}{M} = \sum_{\gamma=0}^{M-1} \sum_{\xi=0}^{M-1} a_j \gamma \hat{a} \xi R_F [\tau - \mu - \nu \tau_u], (\gamma - \xi) \Delta\omega \quad (15)$$

Учитывая, что спектр комплексной огибающей дискретного частотного сигнала представляет собой сумму спектров элементарных составляющих полного сигнала:

$$H \omega = \sum_{v=0}^{M-1} H_v \omega - [\gamma \nu - 1] \Delta\omega \cdot e^{[-i \nu - 1 \omega \tau_u]}, \quad (16)$$

то легко определить энергетический спектр дискретного частотного сигнала:

$$h \omega = \frac{\tau_u}{2\pi} \int_{-\pi/\tau_u}^{\pi/\tau_u} |H \omega|^2 d\omega. \quad (17)$$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, определив аналитические выражения для энергетического спектра широкополосных сигналов, излучаемых передающим устройством радиолокаторов, с учетом свойств антенн РЛС и РЭС, подверженных воздействию излучений со стороны РЛС, можно определить энергию помех на входе подавляемого приемного устройства в полосе его пропускания. А также эти выражения формируют представление о форме амплитудно-частотной характеристики приемника РЛС для расчета обратной совместимости.

Проанализированный комплекс аналитических выражений позволяет создать модель для определения защитных отношений для систем с импульсными сигналами излучения (помимо тех, что описаны в Рекомендациях МСЭ), которая будет базироваться на оценке вероятностей правильного обнаружения и ложной тревоги при воздействии помехи со стороны других средств радиосвязи в совмещенной и смежной полосах частот, и которая будет предметом дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Вклад от АС Украины на заседание Рабочей группы WP 5B Исследовательской комиссии 5 МСЕ: Предварительный проект новой рекомендации МСЕ-Р М. [RLS\_RAS]: “Совместимость между радиолокационными станциями радиолокационной службы, которые запланированы для использования в полосе 15,4-17,3 ГГц, и приемными станциями радиоастрономической службы, которые работают в смежной полосе частот 15,35-15,4 ГГц”, (Doc. 5B/550-E, July, 2010-R07-WP5B-C-0550! MSW-E docx).
- 2 Вклад от АС Украины на заседание Рабочей группы WP 5B Исследовательской комиссии 5 МСЕ: Предварительный проект новой рекомендации МСЕ-Р М. [RLS\_FSS]: “Совместимость между радиолокационными станциями радиолокационной службы, которые запланированы для использования в полосе 15,4-17,3 ГГц”, (Doc. 5B/551-E, July, 2010-R07-WP5B-C-0550! MSW-E docx).
- 3 Вклад от АС Украины на заседание Рабочей группы WP 5B Исследовательской комиссии 5 МСЕ: Предварительный проект новой рекомендации МСЕ-Р М. [RLS\_ARNS]: “Совместимость между радиолокационными станциями радиолокационной службы, которые запланированы для использования в полосе 15,4-17,3 ГГц, и средствами воздушной радионавигационной службы, которые работают в совмещенной полосе частот 15,4-15,7 ГГц”, (Doc. 5B/552-E, July, 2010-R07-WP5B-C-0550! MSW-E docx).
- 4 Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Варакин Л. Е.. – М.: Радио и связь, 1985, - 384 с.
- 5 Гантмахер В. Е. Шумоподобные сигналы. Анализ, синтез, обработка. / Гантмахер В. Е., Быстров Н. Е., Чеботарев Д. В. – СПб.: Наука и техника. – 2005. – 400 с.