

УДК 621.391.95

РОЗВИТОК ТЕОРІЇ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ МЕТОДІВ МОДУЛЯЦІЇ ДЛЯ СУЧАСНИХ ЦИФРОВИХ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМ

БАНКЕТ В.Л., ТОТМІНА Ю.М.

Одеська національна академія зв'язку ім. О. С. Попова

DEVELOPMENT OF THE THEORY OF DIFFERENTIAL METHODS FOR MODULATION MODERN DIGITAL TELECOMMUNICATION SYSTEMS

BANKET V.L., TOTMINA J.N.

Odessa national academy of telecommunications n.a. O.S. Popov

Анотація. У статті на основі математичного апарату обчислення кінцевих різниць розроблена теорія диференціальних методів модуляції для сучасних систем передачі інформації по каналах з завмираннями. Докладно описані алгоритми модуляції / демодуляції. Розроблено напрями подальших досліджень.

Summary. In paper on the basis of a mathematical apparatus of finite differences the theory of differential modulation methods for fading channels is developed. Explicitly algorithms of modulation/demodulation are described. Directions of the further researches are developed.

ВСТУП

Сучасний етап розвитку телекомунікаційних систем характеризується широким використанням технологій широкопasmового бездротового радіозв'язку. Особливістю каналів таких систем є наявність завмирань, обумовлених багатоплямним поширенням радіосигналу. Розвиток методів передачі інформації з каналів із завмираннями пройшло ряд етапів [1, п. 7.5]. Вочевидь і, здавалося б, простим методом передачі інформації з каналів із завмираннями сигналів може служити *метод рознесення*. При рознесенні організуються кілька *незалежних* шляхів розповсюдження сигналів, по яких передається та сама інформація. При такому підході прийом рознесених сигналів орієнтований на ефективне виділення інформації із сигналів, що надійшли різними шляхами. Першим апробованим способом рознесення було *просторове рознесення*, при якому сигнал, випромінюваний однією передавальною антеною, приймався на дві рознесені в просторі прийомні антени. Подальший розвиток методів просторового рознесення наступило з появою статті G. Foschini[3], у якій пропонувалося оточити середовище багатоплямного розповсюдження радіосигналів безліччю передавальних і прийомних антен і відповідним чином організувати передачу й обробку сигналів на прийомі. Ця ідея була швидко прийнята, багатьом дослідникам довелося відмовитися від старих консервативних поглядів на математичну модель каналу радіозв'язку. З'явився новий термін *MIMO (Multiple Input, Multiple Output-Множинний вхід, множинний вихід)*. Докладні огляди методів передачі інформації з *MIMO* каналів опубліковані в статтях [4,5,6]. Поява ідей технології *MIMO* і наявність на той час успіхів теорії й техніки згорткового кодування неминуче виводило дослідників на розробку ідей *просторово-тимчасового кодування (ПВК)*[7]. У системах ПВК ефективно сполучалося *просторове рознесення* (за рахунок просторового рознесення передавальних і прийомних антен) і *тимчасове рознесення* за рахунок раціональної побудови тимчасових послідовностей коригувальних кодів. Відмінною рисою всіх робіт з *MIMO* технологій є припущення про «квазістаціонарність» радіоканалу. Використовувана модель радіоканалу базувалася на припущенні про те, що в каналі мають місце *неселективні* (плоскі) завмирання, параметри яких змінюються в часі повільно (т.зв. «повільні плоскі» завмирання). Така модель виявлялася адекватною ситуаціям завмирань у каналах фіксованого радіозв'язку збагатопроблемним розповсюдженням радіохвиль, коли передавачі й приймачі нерухливі, але для мобільного зв'язку з рухливими абонентами модель була не придатна. У рамках квазістаціонарної моделі з'явилися терміни: «інтервал когерентності завмирань» (*fading coherence time*) і «канал з кусочно-постійним федингом» (*piecewise-constant fading channel*), що характеризують канали зі змінними параметрами, властивості яких залишаються незмінними в часі на деякому, досить протяжному інтервалі. Такий підхід породив «базовий» формат передачі інформації у всіх варіантах *MIMO* технологій, докладно описаний у роботі [7]: пакетний спосіб передачі інформації з тестовим «навчальним» (*training*) синх-

рословом на початку пакета, функції якого зводилися до забезпечення на прийомі оцінки параметрів каналу протягом інтервалу когерентності для наступної обробки прийнятого сигналу. Недоліки цього варіанта (складність реалізації, витрати пропускну здатності на передачу синхрослів, роз'єднання зв'язку при втраті синхросигналу) викликали до життя ідеї відмови від застосування навчальних сигналів і переходу до т.зв. *диференціальних методів передачі*. У російськомовній літературі про це було заявлено в статті [7]. Відзначалося, що при диференціальній передачі по каналу з повільними завмираннями кожний символ, що передує даному символу, може служити цьому символу в якості *навчального* (опорного) символу. Така конструктивна ідея вперше була висловлена Н.Т.Петровичем у статті [8] і реалізована в авторському посвідченні у вигляді *відносної фазової модуляції* (ОФМ) [9]. Метод ВФМ зайняв гідне місце в радіотехніці й у західній літературі йменується як диференціальна фазова модуляція (*differentialphasemodulation*). Ю.Б.Окунев розвинув ідею Н.Т. Петровича в монографії [10], посилення на яку можна знайти в західних публікаціях по диференціальних методах для *MIMO* технологій [12,13]. Розробка ідей диференціальної модуляції в закордонній літературі відбувалася по двох напрямках:

1. Диференціальне кодування каналу із внутрішніми «суперортогональними» блоковими кодами [12];

2. Диференціальне кодування каналу із внутрішніми «унітарними» сигналами [13]. Характерно, що в цих статтях розробка диференціальних методів передачі для квазістаціонарних *MIMO* каналів ведеться евристично, «за аналогією» з диференціальною фазовою модуляцією. Тут доречно відзначити, що в доповіді на науковій конференції Н. Петрович повідомляв, що до ідеї ВФМ він прийшов інтуїтивно. Це спонукало одного з авторів даної статті розробити й опублікувати строго математичне обґрунтування (синтез) методу відносного кодування (див. [11, розд. П.6.2]). Не заперечуючи важливості ролі інтуїції, аналогій і евристичних методів в успіхах наукових досліджень, автори даної статті вважають за необхідне виконати строго математичне обґрунтування диференціальних методів модуляції для сучасних систем з *MIMO* каналами, тим більше що попередній аналіз показав, що такий підхід до цієї проблеми дозволяє розкрити *додаткові можливості* диференціальних методів, про які нічого не говориться в згаданих вище закордонних статтях [12,13]. Аналіз цих робіт показав, що структура «унітарних» сигналів з роботи [13] найбільше підходить для формування стрункої теорії диференціальної модуляції. Із цієї причини в справжній статті увага приділена саме цьому напрямку розробки теорії диференціальної модуляції. Виклад ведеться на основі адекватного даному завданню математичного апарата визначення кінцевих різниць [14], основні визначення й властивості якого дані нижче в розд. 1. Таким чином, *завдання справжньої роботи* складається в розробці теоретичних основ диференціальних методів модуляції для систем з *MIMO* каналами, а також у формулюванні на цій основі напрямків подальших досліджень.

1. ОБЧИСЛЕННЯ КІНЦЕВИХ РІЗНИЦЬ. ВИЗНАЧЕННЯ Й ВЛАСТИВОСТІ

Визначення кінцевих різниць і теорія різницевої рівнянь становлять важливі розділи сучасної математики [14]. Розглянемо послідовність відліків безперервної функції часу $s(t)$:

$$s(t_1), s(t_2), \dots, s(t_{n-1}), s(t_n) \quad (1)$$

Кінцева різниця першого порядку визначається співвідношенням

$$\Delta^1_n s = s(t_n) - s(t_{n-1}) \quad (2)$$

Тут верхній індекс знака різниці Δ вказує номер порядку кінцевої різниці, нижній індекс – номер різниці, відповідає її положенню в часі. Між основними положеннями диференціального визначення й базових положень теорії кінцевих різниць існує багато прямих аналогій. Зокрема, за аналогією з існуванням похідних високих порядків можна визначити кінцеві різниці порядку K на основі рекурентного співвідношення

$$\Delta^K_n s = \Delta^{K-1}_n s - \Delta^{K-1}_{n-1} s. \quad (3)$$

Різниці більше високих порядків можуть бути виражені через відліки сигналу (1)

$$\begin{aligned} \Delta^2_n s &= s(t_n) - 2s(t_{n-1}) + s(t_{n-2}), \\ \Delta^3_n s &= s(t_n) - 3s(t_{n-1}) + 3s(t_{n-2}) \text{ і т.д.} \end{aligned} \quad (4)$$

Дискретно-різницевим перетворенням (ДРП) сигналу $s(t)$ називають таку операцію, при якій послідовності відліків сигналу (1) ставиться в однозначну відповідність послідовність кінцевих різ-

ниць високого порядку $\Delta_n^K s$, визначених за правилом(3). Відзначимо дві фундаментальних властивості дискретно-різницевого перетворень:

1. Властивість лінійності ДРП

$$\Delta^K(s_1+s_2)=\Delta^K(s_1)+\Delta^K(s_2); \quad (5)$$

2. Властивість інваріантності ДРП

$\Delta^K(\zeta)=0$, якщо дорівнює нуль похідна сигналу K -го порядку

$$d^K z(t)/dt^K = 0. \quad (6)$$

Ця властивість дозволяє сформулювати умова інваріантності ДРП до деяких впливів, що заважають. Нехай є адитивна суміш корисного сигналу $s(t)$ і впливу, що заважає $\zeta(t)$ $x(t)=s(t)+\zeta(t)$. Якщо цей вплив такий, що виконується умова $d^K z(t)/dt^K = 0$, то, відповідно до властивостей 1 і 2, одержуємо

$$\Delta^K(x)=\Delta^K(s+\zeta)+\Delta^K(s)+\Delta^K(\zeta)=\Delta^K(s)=\text{invar } \zeta. \quad (7)$$

Цей запис означає, що різниця K -го порядку сигналу s є інваріантом перетворення, що складає в додаванні до цього сигналу впливу, що заважає ζ , що задовольняє умові (6).

Таким чином, можна сформулювати основну ідею, що лежить в основі всіх диференціальних методів модуляції:

За допомогою дискретно-різницевого перетворення суміші сигналу й перешкоди можна звільнитися від впливу певних впливів, що заважають, або, принаймні, послабити їхній вплив. При цьому, дискретно-різницевого перетворенню піддається як сигнал, так і перешкода. Інформаційно змістовними є кінцеві різниці сигналу.

2. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ПЕРЕДАЧА ДАНИХ ПО КАНАЛУ З НЕОДНОЗНАЧНІСТЮ

Застосуємо властивість інваріантності ДРП до рішення найпростішого завдання передачі даних по дискретному каналу з перешкодою у вигляді неоднозначності символів. Модель такого каналу показана на рис.1.

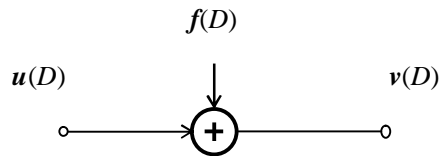


Рисунок 1 – Модель каналу з завадою неоднозначності

Всі послідовності сигналів у цій схемі представлені у вигляді рядів по ступенях оператора затримки D (символи-коефіцієнти рядів вибираються з кільця класів відрахувань цілих чисел по модулі M_0):

$$u(D)=u_0D^0+u_1D+u_2D^2+\dots+u_iD^i+\dots=\sum_{k=0}^{\infty} u_k D^k \dots\text{— послідовність переданих символів;}$$

$v(D)$ - послідовність прийнятих символів;

$f(D)$ - послідовність символів неоднозначності; \oplus – суматор по модулі M_0 .

Задача неоднозначності – деяка числова послідовність, що додається до переданої послідовності символів (рис.1)

$$f(D)=f_0D^0+f_1D+f_2D^2+\dots+f_iD^i=\sum_{k=0}^{\infty} f_k D^k.$$

Покладемо, що $f(D)$ є послідовність постійних чисел f :

$$f(D)=fD^0+fD+fD^2+\dots+fD^i=\sum_{k=0}^{\infty} fD^k. \quad (8)$$

Можна показати, що ряд (8) можна представити компактно так $f(D) = \frac{f}{1-D}$.

Тоді результат дії такої завади неоднозначності буде

$$v(D) = u(D) + f(D). \quad (9)$$

Використовуємо відзначене вище (див.(6), (7)) властивість інваріантності ДРП до впливу, що заважає. У цьому випадку – це незмінна на всьому інтервалі розгляду адитивна завада неоднозначності $f(D)$. Для обчислення кінцевих різниць послідовності $v(D)$ необхідно використовувати запізнілу послідовність $Dv(D)$. Тоді, відповідно до визначення кінцевої різниці першого порядку (2) для будь-якої послідовності $v(D)$ справедлива рівність

$$\Delta^1 v(D) = v(D) - Dv(D) = v(D)(1-D). \quad (10)$$

Іншими словами, у цьому прикладі множення на

$$K_{\text{дд}} = (1-D) \quad (11)$$

є оператор диференціального декодера (ДД) обчислення першої різниці послідовності $v(D)$. Застосовуючи це правило до (9) і використовуючи властивість лінійності ДРП одержуємо

$$\Delta^1 v(D) = \Delta^1 u(D) + \Delta^1 f(D) = \Delta^1 u(D). \quad (12)$$

Як і слід було сподіватися, у результаті обчислення ДРП завада неоднозначності відсутня (різниця $\Delta^1 f(D) = 0$). Однак, передана послідовність $u(D)$ представлена різницею першого порядку $\Delta^1 u(D)$, що, за аналогією з рівністю (10), дорівнює $\Delta^1 u(D) = u(D)(1-D)$. Для витягування переданої послідовності з першої різниці необхідно скористатися рівністю

$$u(D) = \frac{\Delta^1 u(D)}{1-D}. \quad (13)$$

Видно, що для відновлення переданої інформації необхідно на передавальній стороні передану послідовність попередньо обробити оператором $K_{\text{дк}}$, що задовольняє умові $K_{\text{дк}}K_{\text{дд}} = 1$. Звідси одержуємо оператор і відповідну йому структуру перетворення переданої послідовності

$$K_{\text{дк}} = \frac{1}{1-D}. \quad (14)$$

Структура перетворення на передачі (диференціального кодування (ДК)) впливає з рівностей:

$$v(D) = u(D)K_{\text{дк}}(D) = u(D) \frac{1}{1-D}, \quad v(D) = u(D) \frac{1}{1-D}, \quad v(D) = u(D) + D v(D).$$

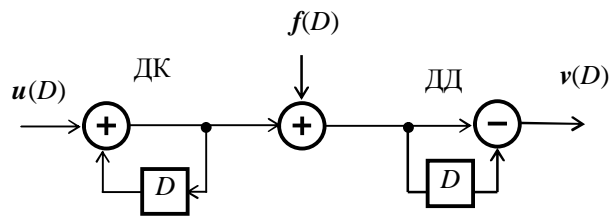


Рисунок 2 – Диференційне кодування та декодування в каналі з завадою неоднозначності

Структури диференціального кодера (ДК) і диференціального декодера (ДД), що відповідають формулам (14) і (11), відповідно, показані на рис.2. Слід зазначити особливість проходження завади неоднозначності через диференціальний декодер: *перший символ пакету завади неоднозначності не пригнічується*. Це впливає із простого запису

$$f(D)K_{\text{дд}}(D) = f(D)(1-D) = fD^0.$$

Зазначена властивість є загальним для всіх варіантів диференціальних методів.

Представлена в цьому розділі модель при $M_0=2$ повністю відповідає ідеології двійкового відносного кодування, запропонованої Н.Т. Петровичем [8,9].

3. МОДЕЛЬ СИСТЕМИ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ З ТЕХНОЛОГІЇ MIMO

Основна ідея технології MIMO ілюструється на рис.3. Передавальна частина системи містить M передавачів ($T_1..T_M$) з передавальними антенами, тоді як прийомна частина містить N приймачів і прийомних антен ($R_1..R_N$). Вважається, що замирання породжуються середовищем, що розсіює, розповсюдження радіосигналу H .

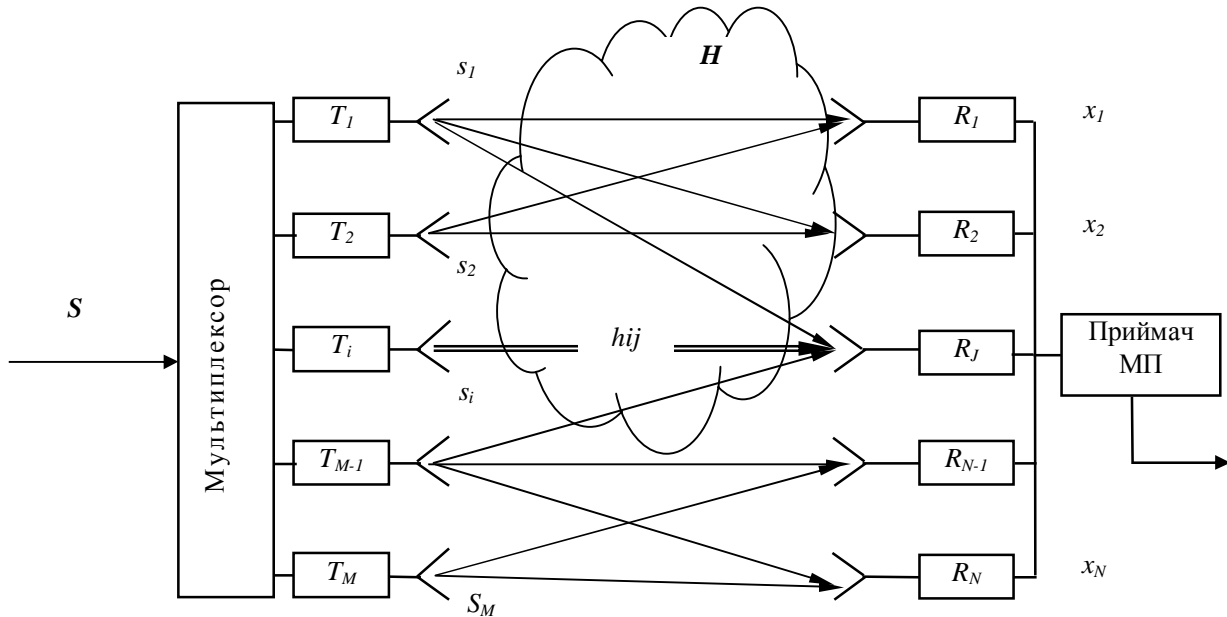


Рисунок3—Загальна структура системиMIMO

На рисунку стрілками показано, що сигнал кожного з передавачів T_i може досягати входу кожного із приймачів ($R_1..R_N$), перетерплюючи замирання. Робота системи забезпечується мультиплексором на передачі, демультиплексором на прийомі й приймачем максимальної правдоподібності на прийомній стороні. Таким чином, вводиться *просторова надмірність*, завдяки якій вдається «пронизати» турбулентне середовище розповсюдження радіосигналу й *уникнути впливу замирань* при відповідній обробці прийнятої сукупності сигналів. Говорять, що така структура забезпечує передачу «від об'єму до об'єму» (*fromvolumetovolume*). Це визначення, дійсно, підкреслює принципова відмінність такої об'ємно-багатомірної просторової моделі каналу від звичної одномірної моделі, витягнутої в одну лінію між передавачем і приймачем. На передавальній стороні мультиплексор організує передачу сигналів таким чином, щоб через кожну з M антен передавалися блоки, що містять T переданих послідовно в часі сигналів. Для компактного запису всіх процесів зручно сигнали-функції часу виду $S(t)=S_0\cos(\omega_0t+\varphi)$ представляти комплексним числом $s(t)=S_0e^{j\varphi}$. Використовуємо наступне позначення сигналів $s_i(t)$, де:

t – номер моменту часу (зазначений у дужках, $0 < t < T$. Параметр T – довжина блоків сигналів, переданих через кожну з M антен); i – номер антени на передавальній стороні ($1 < i < M$). Сформульована вище умова послідовної передачі можна виконати при такій розбивці потоку переданих сигналів:

$$s = [s_1(1), s_2(1), s_3(1), \dots, s_i(t), \dots, s_M(1)] [s_1(2), s_2(2), s_3(2), \dots, s_i(t), \dots, s_M(2)] \dots \rightarrow \\ \rightarrow \dots [s_1(3), s_2(3), s_3(3), \dots, s_i(t), \dots, s_M(3)] \dots \rightarrow \dots [s_1(T), s_2(T), s_3(T), \dots, s_i(T), \dots, s_M(T)].$$

Тоді сигнали, передані по MIMO каналу можна представити у вигляді матриці розміру $(T \times M)$ (Символи матриць відзначені жирним прописним шрифтом)

$$\mathbf{S}_{(TxM)} = \begin{pmatrix} s_1(1) & s_2(1) & \dots & s_i(1) & \dots & s_M(1) \\ s_1(2) & s_2(2) & \dots & s_i(2) & \dots & s_M(2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_1(t) & s_2(t) & \dots & s_i(t) & \dots & s_M(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_1(T) & s_2(T) & \dots & s_i(T) & \dots & s_M(T) \end{pmatrix} \quad (15)$$

Матрицю-рядок переданих сигналів можна представити як

$$\mathbf{S}_{(1xM)} = [s_1, s_2, \dots, s_i, \dots, s_M] \quad (16)$$

Видно, що внаслідок роботи мультиплектора через кожен з M антен впливають блоки сигналів довжиною T символів. Компактний опис процесів у системах $MIMO(M \times N)$ зручно робити, використовуючи матричний запис матриці коефіцієнтів передачі каналу

$$\mathbf{H}_{(M \times N)} = \begin{pmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \dots & h_{1,N} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{M-1,1} & \dots & h_{M-1,N-1} & h_{M-1,N} \\ h_{M,1} & h_{M,2} & h_{M,N-1} & h_{M,N} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

Представимо матрицю-рядок шуму на входах прийомних антен у вигляді вектора

$$\mathbf{W}_{(1 \times N)} = [w_1, w_2, \dots, w_j, \dots, w_N]$$

і матрицю-рядок прийнятого сигналу $\mathbf{X}_{(1 \times N)} = [x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_N]$.

Тоді основне матричне рівняння для системи $MIMO$, зображеної на рис. 3 можна представити так

$$\mathbf{X} = \mathbf{H}\mathbf{S} + \mathbf{W}. \quad (18)$$

Такі структури звичайно позначають як $MIMO(M \times N)$ (M – кількість передавальних антен, N – кількість прийомних антен). Тут можливо велика розмаїтість варіантів систем. У монографії [1] розглянуті наступні приватні варіанти структури $MIMO(2 \times 2)$:

1. Структура $MIMO(1 \times 2)$, іменована як $SIMO(SingleInput - MultipleOutput$ – один вхід – багатовихід). Це традиційна система радіозв'язку з одним передавачем і двома рознесеними в просторі антенами й приймачами.

2. Структура $SISO(1 \times 1)$, іменована як $SISO(SingleInput - SINGLEOutput$ – один вхід – один вихід). Цей варіант просторового рознесення не передбачає.

4. СТАТИСТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАНАЛУ $MIMO$

Матриця коефіцієнтів передачі каналу (16) є основною характеристикою каналу $MIMO$. Аналіз систем ПЧК у літературі [6] заснований на апріорному припущенні, що такий канал *квазістаціонарний*. Аналізу статистичних характеристик багатопробієвих каналів мобільного зв'язку присвячений спеціальний розділ монографії [2, розд. 15.2, мал.15.1], де затверджується, що зниження відношення сигнал/шум у службах стільникового й персонального зв'язку в діапазоні (1-2) ГГц, обумовлене замираннями, описується моделлю Релея. Тривалий час динамічні властивості («швидка» нестаціонарність) замирань для мобільних абонентів «гіпнотизували» дослідників систем ПЧК. Досить незабаром прийшло усвідомлення того, що є всі підстави для фіксованих служб каналу типу $MIMO$ вважати *квазістаціонарним*, у якому передавальна й приймальна сторони нерухливі й умови розповсюдження радіохвиль із часом залишаються приблизно постійними або не змінюються взагалі. Зокрема, у роботі [13] затверджується, що при швидкості мобільного абонента 60 миль/год. й з зв'язком на частоті 1,9 ГГц *інтервал когерентності каналу* становить 3мсек. У більшості публікацій закордонної преси з питань $MIMO$, що згадуються в огляді [6] передбачається, що в системах фіксованого зв'язку коефіцієнти передачі h_{ij} , що входять до складу матриці каналу (17) незмінні протягом, принаймні, декількох інтервалів тривалості сигналів. У той же час, ці коефіцієнти змінюються випадковим чином при зміні фіксованих диспозицій передавальних і прийомних антен. Передбачається також, що статистика цих

змін підкорюється Релеєвському або узагальненому Релеєвському розподілам. У переважній більшості робіт з методів ПВК у каналах *MIMO* неодмінною умовою теоретичного аналізу є *квазістаціонарність каналу* в наступній формі[6]:

- передавання інформації в структурі *MIMO* можна організувати кадрами (*frame*), які періодично передаються та мають спеціальну структуру;
- коефіцієнти передачі в матриці(17) змінюються при зміні місця розташування передавальних і прийомних антен;
- коефіцієнти передачі в матриці(17) залишаються незмінними на інтервалах декількох (звичайно двох) рядом розташованих символів. При цьому рекомендується структура, кадру має вигляд, показаний на рис.4. Така структура подібна широко використовуваній формі кадру в стандарті США системи стільникового зв'язку IS-136. Кадр складається з початкової навчальної (*training*) послідовності НП і періодично повторюваних блоків переданих даних, розділених пакетами пілот-сигналів ПС. Структура навчальної послідовності містить інформацію про номер передавальної антени (*i*) і допускає визначення на прийомі в антені з номером(*j*) коефіцієнтів передачі h_{ij} , які входять до складу матриці (17).

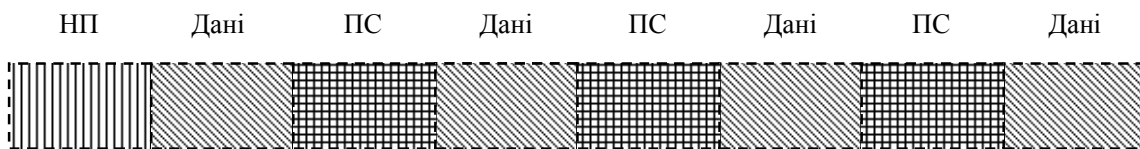


Рисунок 4 – Структура кадру системи ПЧК

Структура НП також забезпечує синхронізацію по кадрам. Включення пілот-сигналів ПС перед даними обумовлено необхідністю організації в демодуляторі когерентного прийому. Таким чином, весь простір між рядами передавальних і прийомних антен охоплено системою *тимчасового мультиплексування*, техніка якого давно добре освоєна в системах стільникового мобільного зв'язку з тимчасовим розподілом каналів *TDMA*. Цим, і пояснюється та обставина, що будь-яка теоретична робота зі згаданого вище великого списку публікацій [6] по тематиці *MIMO*, починається із *припущення про квазістаціонарність* такого каналу.

5. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ПЕРЕДАЧА ПО КАНАЛУ *SISO*

Перед розглядом диференціальних методів передачі в каналі *MIMO* корисно виконати такий аналіз для одного з *підканалів* на рисунку 3 (наприклад канал $(T_i \rightarrow R_j)$, що містить одну передавальну й одну приймальну антени). Для передачі дискретної інформації тут і далі будемо використовувати багатопозиційну фазову модуляцію ФМ-*L*, що забезпечує високу питому швидкість передачі інформації (*L-число* сигналів в ансамблі). Відповідно до визначення статті [13] сигнали багатопозиційної ФМ ставляться до категорії *унітарних сигналів*, що допускають *унітарне перетворення* [див.13, розд. 2.1.7, форм. (2.5-2.7)], тобто просторовий поворот ансамблю в сигнальному просторі навколо центру, без зміни взаємних відстаней між сигналами. Саме унітарні сигнали рекомендовані в [13] для диференціальної модуляції. Згадане вище подання сигналів у момент часу *t* у вигляді комплексного числа буде таким $s(t) = S_0 e^{j\varphi(t)}$, де S_0 – амплітуда сигналу,

$\varphi(t) = \frac{2\pi}{L} u(t)$ – поточне значення фази сигналу, що визначається поточним значенням інформаційного символу, що модулює $u(t)$. Далі, з метою скористатися основним рівнянням передачі (17), комплексними числами будемо виражати також:

- Поточне значення коефіцієнта передачі $h(t) = h e^{j\theta(t)}$, де *h*-модуль коефіцієнта передачі, $\theta(t)$ – поточне значення фазового зрушення, внесеного каналом;

- Поточне значення завади $w(t) = w e^{j\zeta(t)}$, де *w*-модуль завади, $\zeta(t)$ – поточне значення фази завади;

–Прийнятий сигнал з завадою $x(t)=xe^{j\psi(t)}$, де x –модуль прийнятого сигналу, $\psi(t)$ – поточне значення фази суми прийнятого сигналу з завадою. З урахуванням прийнятих позначень рівняння системи передачі по каналу *SISO* має вигляд

$$x(t)= s(t)h(t) +w(t) . \quad (19)$$

Слід зазначити, що комплексні числа, що входять у це рівняння є, по суті, матриці сигналу (16) і каналу (17) для випадку $N=M=1$. З урахуванням цього можна говорити, що рівняння (17) і (18) *подібні* властивості рівняння (19), встановлені в цьому розділі для розглянутого найпростішого випадку *SISO*, можуть бути перенесені на властивості рівняння (17), що описує більше загальний випадок *MIMO*. Надалі будемо думати, що в каналі діють квазістаціонарні завмирання, т.ч. часовий хід коефіцієнта завмирань $h(t)$ має вигляд безперервної, повільно мінливої функції часу. Швидкість зміни параметрів завмирань оцінюється в таких випадках *інтервалом когерентності завмирань* $\tau_{\text{ког}}$, що визначається наступним чином. У *квазістаціонарному* каналі швидкість зміни коефіцієнта завмирань така, що для всіх моментів часу в інтервалі $(-\infty < t < \infty)$ поточні значення коефіцієнта передачі залишаються незмінними.

$$\text{т.ч. } h(t) = h(t \pm \tau_{\text{ког}}) \text{ при } (-\infty < t < \infty) . \quad (20)$$

Звідси випливає *квазістаціонарність* тимчасового ходу *фазового зрушення*, внесеного каналом

$$\Theta(t) = \Theta(t \pm \tau_{\text{ког}}) \text{ при } (-\infty < t < \infty) . \quad (21)$$

Наступні викладення засновані на властивості *ізоморфізму* [11, розд. 2.1.6] безлічі комплексних чисел $x(t)=xe^{j\psi(t)}$ з операцією комплексного множення й породжуваного цією безліччю безлічі поточних фаз $\psi(t)$ з операцією звичайного арифметичного додавання. Іншими словами, усякому добутку $[x(t_1) x(t_2)]$ відповідає сума $[\psi(t_1)+\psi(t_2)]$, що символічно можна зобразити як відповідність:

$$[x(t_1) x(t_2)] \rightarrow [\psi(t_1) + \psi(t_2)] . \quad (22)$$

Використовуємо процедуру комплексного сполучення, позначувану знайомий (*) таким чином, що при $x(t)=xe^{j\psi(t)}$ комплексно сполучене буде $x^*(t)= xe^{-j\psi(t)}$. З урахуванням (22) *множенню комплексно сполучених відповідає різниця фаз*:

$$[x^*(t_1) x(t_2)] \rightarrow [\psi(t_2) - \psi(t_1)] \quad (23)$$

Властивості (22), (23) зручно використовувати для формулювання алгоритмів диференціальної передачі по каналу *SISO*. Умова квазістаціонарності каналу (21) спонукає застосувати розглянутий вище в розд. 2 підхід до реалізації диференціального методу. Відповідно до основного рівняння передачі (19) на прийомній стороні виконаємо дискретизацію отриманої суміші сигналу з перешкодою $x(t)= (t)h(t) +w(t)$. Крок дискретизації Δt вибираємо з умови

$$\Delta t < \tau_{\text{ког}} , \quad (24)$$

яке забезпечує можливість заглушення фазової завади каналу диференціальним методом. Сформуємо пару відліків $x(t_n)= s(t_n)h(t_n) +w(t_n)$ и $x(t_{n-1})= s(t_{n-1})h(t_{n-1}) +w(t_{n-1})$. Нехай адитивна завада відсутня ($w(t)=0$). Для обчислення першої різниці фаз визначимо добуток $[x^*(t_{n-1})x(t_n)]$, якому, у відповідності із властивістю(23), буде відповідати перша різниця фаз

$$\Delta^1_n \psi(t)=[\psi(t_n) - \psi(t_{n-1})]= [\varphi(t_n) + \Theta(t_n) - \varphi(t_{n-1}) - \Theta(t_{n-1})]=[\varphi(t_n) - \varphi(t_{n-1})]. \quad (25)$$

У цьому виразі врахована властивість (21) квазістаціонарність фазових зрушень, внесених каналом $[\Theta(t_n) - \Theta(t_{n-1})]=0$. Іншими словами, дискретно-різницеве перетворення (25) *заглушує фазові зрушення, внесені каналом*. Для завершення опису диференціального методу необхідне формулювання алгоритму кодування на передачі. З урахуванням обраного раніше методу фазової модуляції ($\varphi(t)= \frac{2\pi}{L} u(t)$) передане повідомлення може бути витягнуте з першої різниці в такий спосіб

$$u(t)= \frac{2\pi}{L} \Delta^1_n \psi(t)= \frac{2\pi}{L} [\varphi(t_n) - \varphi(t_{n-1})]. \quad (26)$$

Як було показано раніше в розд. 2, для витягування переданої інформації з різниці, повідомлення на передавальній стороні повинне бути попередньо оброблено спеціальним алгоритмом *диференціального кодування*, а алгоритми різницевого (диференціального) кодування й алгоритм різнице-

вого (диференціального) декодування повинні бути взаємно погоджені на зразок умови з розд. 2 ($K_{дк}K_{дл}=1$).

Структура диференціального кодера ДК на рис.2 представляє собою структуру *динамічного накопичувача-акумулятора* (до суматора надходить символ з поточною сумою). Визначимо поточну суму(по модулю L)

$$u_{(сум)}(t_{n-1})= \sum_{i=0}^{n-1} u(t_i), i \text{ далі для наступного моменту часу}$$

$$u_{(сум)}(t_n)= \sum_{i=0}^{n-1} u(t_i) + u(t_n).$$

Перша різниця цих поточних сум буде $\Delta^1_n u_{(сум)}(t)=[u_{(сум)}(t_n) - u_{(сум)}(t_{n-1})]=u(t_n)$, що й доводить *погодженість алгоритмів* диференціальної передачі для каналу *SISO*:

Для послідовності переданих інформаційних символів, обраних з алгебраїчного кільця $R(L)$ (з операцією додавання по модулі L)

$$u(t)= \sum_{i=0}^{n-1} u(t_i) \text{ сформулюємо алгоритми, що становлять сутність диференціального методу пе-}$$

редачі:

1. Передача здійснюється методом багатопозиційної фазової модуляції, що поточна фаза сигналу має вигляд

$$\varphi(t)= \frac{2\pi}{L} u_{(сум)}(t); \quad (26.1)$$

2. На передавальній стороні інформаційна послідовність піддається попередній обробці (*диференціальному кодуванню*) за правилом

$$u_{(сум)}(t)= \sum_{i=0}^{n-1} u(t_i); \quad (26.2)$$

3. У квазістаціонарному каналі з інтервалом когерентності завмирань $\Delta\tau_{\text{ког}}$ діє фазова завада, що обумовлена завмираннями. На вході прийомної антени діє адитивна флуктуаційна завада, так що рівняння передачі має вигляд

$$x(t)= s(t)h(t) + w(t); \quad (26.3)$$

4. На прийомній стороні для заглушення фазової завади застосовується дискретно-різницеве перетворення;

5. Прийнятий сигнал піддається дискретизації із кроком

$$\Delta t < \tau_{\text{ког}}; \quad (26.4)$$

6. Для визначення першої різниці фаз обчислюється добуток комплексно сполучених відліків сигналу

$$[x^*(t_{n-1}) x(t_n)]; \quad (26.5)$$

7. Алгоритм(26.5) може бути реалізований автокореляційним приймачем із затримкою сигналу, рівної Δt ;

8. Вихід автокореляційного приймача містить першу різницю фаз і дані про передане повідомлення

$$\Delta^1_n \psi(t)=[\psi(t_n)-\psi(t_{n-1})]= \frac{L}{2\pi} u(t_n). \quad (26.6)$$

6. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ПЕРЕДАЧА ПО КАНАЛУ *MIMO*

Викладене вище використовуємо для розробки алгоритмів диференціальної передачі по каналу *MIMO*. Алгоритми ((26.1)...(26...6)) можуть бути використані, якщо до матричного опису процесів у каналі *MIMO* застосовні властивості ізоморфізму (21). Далі думаємо, що тривалість блоку, формо-

ваного на передачі мультиплексором вибирається з умови $T=M$. Ця умова не накладає ніяких обмежень на функціонування системи передачі в цілому. Такий вибір довжини блоку T полегшує математичний аналіз процесів. Справді, при $T=M$ всі матриці, використовувані раніше в розд. 3, будуть мати формати, що допускають процедури матричних множень і додавань (формат матриць (число рядків х число стовпців)) зазначенийвнизу праворуч від значка матриці:

1. Матриця-рядок (вектор) переданих повідомлень

$$U_{(1 \times M)} = |u_1, u_2, \dots, u_1, \dots, u_M|, u_i(t) = \sum_{k=0}^{n-1} u_i(t_k); \quad (27.1)$$

2. Матриця переданих сигналів є $S(M \times M)$;
3. Матриця-рядок (вектор) переданих сигналів

$$S_{(1 \times M)} = |s_1, s_2, \dots, s_1, \dots, s_M|; \quad (27.2)$$

4. Матриця коефіцієнтів передачі каналу $H(M \times N)$;
5. Вектор шуму на входах прийомних антен

$$W_{(1 \times N)} = |w_1, w_2, \dots, w_j, \dots, w_N|; \quad (27.3)$$

6. Основне матричне рівняння для системи *MIMO*

$$X_{(1 \times N)} = S_{(1 \times M)} H_{(M \times N)} + W_{(1 \times N)} \quad (27.4)$$

7. Прийнятий сигнал піддається дискретизації із кроком

$$\Delta t < \tau_{\text{ког}}; \quad (27.5)$$

8. На прийомній стороні для заглушення фазової завади застосовується дискретно-різницеве перетворення;

9. Для визначення матриці першої різниці фаз обчислюється добуток комплексно сполучених матриць відліків сигналу

$$[X^*(t_{n-1})X(t_n)] = [S^*_{(1 \times M)}(t_{n-1})H^*_{(M \times N)}(t_{n-1}) + W^*_{(1 \times N)}(t_{n-1})] [S_{(1 \times M)}(t_n)H_{(M \times N)}(t_n) + W_{(1 \times N)}(t_n)],$$

яке складається із сигнальної компоненти

$$SH = \{ (S^*_{(1 \times M)}(t_{n-1})H^*_{(M \times N)}(t_{n-1})S_{(1 \times M)}(t_n)H_{(M \times N)}(t_n)) \} \quad (27.6)$$

і шумового компонента

$$SW = \{ (S^*_{(1 \times M)}(t_{n-1})H^*_{(M \times N)}(t_{n-1})W_{(1 \times N)}(t_n) + W^*_{(1 \times N)}(t_{n-1})S_{(1 \times M)}(t_n)H_{(M \times N)}(t_n)) \} \quad (27.7)$$

10. На основі властивості ізоморфізму виду (22) по сигнальній компоненті (27.6) визначається перша різниця матриць поточних фаз прийнятого сигналу

$$\Delta^1_n \Psi(t) = [\Psi(t_n) - \Psi(t_{n-1})] = [\varphi_{(\text{сум})}(t_n) - \varphi_{(\text{сум})}(t_{n-1})] = \frac{L}{2\pi} U(t_n) \quad (27.8)$$

11. Алгоритм (27.8) може бути реалізований матричним автокореляційним приймачем із затримкою сигналу, рівної Δt .

7. ПРО МОЖЛИВІСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ ЗОВНІШНЬОГО КОРИГУВАЛЬНОГО КОДУВАННЯ

З аналізу виходу матричного автокореляційного демодулятора (27.7) випливає, що шумовий компонент SW визначається двома доданками у вигляді добутків прийнятого сигналу й шуму, що діє на вході відповідної прийомної антени. Ефект *зростання дисперсії шуму вдвічі* на виході будь-якого автокореляційного демодулятора відомий давно. Звичайно це зв'язували з появою *додаткових енергетичних втрат* величиною 3 дБ. Така ж величина втрат відзначається в роботі [13]. Попереднім аналізом встановлено, що диференціальний метод передачі дозволяє у квазістаціонарному каналі понизити вплив фазових завад. Додатковим до цього *небажаним ефектом* є підвищення дисперсії шуму на виході автокорелятора. У багатьох англійських статтях [12,13] приблизно говориться про можливість застосування зовнішнього коригувального кодування в каналах *MIMO*, мета якого – підвищення завадостійкості за рахунок застосування спеціально підібраного коду й алгоритму декодування (звичайно – алгоритм Вітербі). У монографії [1] наведені конкретні приклади сигнально-кодових конструкцій із сигналами ФМ-8, знайдених прямим перебором кодів для каналів із завмираннями, що забез-

печують енергетичний вигравш зарахунок кодування (ЕВК) порядку (4-5)дБ. Становить інтерес встановити, якою мірою *завадостійке кодування можуть компенсувати виявлені втрати автокореляційної обробки*. З метою відповіді на це питання було проведено комп'ютерне моделювання. Програма моделювання розроблена в пакеті прикладних програм візуального об'єктно-орієнтованого програмування HPVVEE.

Випробуванням піддавався двійковий згортковий кодер, довжина фарбувального регістра (ДКР) якого встановлювалася в інтервалі $K=(3..7)$. На виході кодера встановлювався двійковий диференціальний кодер (див. рис.2). Т.ч.утворювався «новий» кодер у вигляді *послідовної з'єднання*згорткового й диференціального кодерів (ЗК-ДК). Передбачалося, що обробка кодових послідовностей нового ЗК-ДК буде здійснюватися диференціальним методом. Тому дистанційні властивості визначалися на виході диференціального декодера ДД, включеного на виході ЗК-ДК. Багаточлени, що породжують, згортковий код встановлювалися генератором випадкових чисел. Після встановлення багаточленів методом «тест-пакета», докладно описаним в [1, розд. 6.2] визначалася вільна відстань обраного коду ЗК-ДК. Випробування вироблялися циклічно. У результаті кожного циклу визначалася величина вільної відстані Хемінга d_H випадково обраного коду. Послідовність цих відстаней утворював масив, для якого обчислювалася середня відстань $d_{H,сеп}$. Відомо з теорії випадкових чисел, що при будь-якому розподілі випадкових чисел середнє є нижня оцінка найбільшого випадкового числа. Тому обмірювана величина середньої відстані $d_{H,сеп}$ може бути використана для порівняльних оцінок досліджуваних кодів. Далі по величині $d_{H,сеп}$ можна визначити середній енергетичний вигравш від застосування коду зі швидкістю $RG_{сеп}=10 \lg(Rd_{H,сеп})$ (дБ). Результати вимірів наведені в табл.1.

Таблиця 1– Результати випробувань кодів у каналі з диференціальним фарбуванням

ДКР K	3	4	5	6	7
$d_{H,сеп}$	3,9	5,4	7,7	9,2	10,3
$G_{сеп}$ (дБ)	2,9	4,3	5,8	6,6	7,2

Видно, що для досить довгих кодів($K>4$) енергетичний вигравш перевищує втрати 3дБ, обумовлені автокореляційним прийомом. Це підтверджує доцільність застосування зовнішніх згорткових кодів, принаймні, для випадку двійковихкодів. Питання про застосування зовнішніх недвійкових кодів вимагає проведення додаткових досліджень.

ВИСНОВОК

1. Математичний апарат обчислення кінцевих різниць виявляється ефективним засобом для дослідження й розробки методів диференціальної модуляції для передачі цифрової інформації з каналів із завмираннями сигналів.

2. У статті на основі апарата кінцевих різниць і матричних методів розроблені алгоритми модуляції/демодуляції сигналів багатопозиційної ФМ для *MIMO* каналів.

3. Отримані в роботі результати корисно доповнити дослідженнями в наступних напрямках.

3.1. Провести порівняльні дослідження можливостей практичної реалізації й оцінки завадостійкості диференціальних методів, що згадуються у вступі, передачі із внутрішніми «суперортогональними» і «інваріантними» сигналами.

3.2. Розробити засоби програмної й апаратної реалізації матричних автокореляторів.

3.3. Розробити методи й програмне забезпечення для переборного пошуку зовнішніх згорткових кодів для досліджених у цій роботі диференціальних методів модуляції/демодуляції.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Банкет В.Л. Сигнально-кодовые конструкции в телекоммуникационных системах. – Одесса: Феникс, 2009.–180 с.
2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е,испр.:Пер. англ.–М: Издательский дом «Вильямс»,2003.–1004 с.
3. G. Foschini. Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multielement antennas. *Bell Laboratories Technical Journal*, Vol.4.Autumn 1996. p. 41–59.

4. Банкет В.Л., Эль-Дакдуки А. С. Анализ методов разнесения в системах беспроводной связи // Труды УНИИРТ. – №3(27). – 2001. – С.15–22.
5. V.L.Banket, A.S. Dakdouki, N.K. Muckhaylov, A.A. Skopa. Downlink Processing Algorithms for Multi-Antenna Wireless Communications // IEEE Communications Magazine, January, 2005 – P.45 –48.
6. D. Gesbert, M. Shafi, D. Shiu, P. Smith, A. Naguib. From Theory to Practice: An Overview of MIMO Space-Time Coded Wireless Systems // IEEE Journal on selected areas in communications, Vol. SAC-21, No.3, April 2003, p.281–302.
7. Банкет В.Л., Незгазинская Н. В., Токарь М. С. Методы пространственно-временного кодирования для систем радиосвязи // Цифрові технології. – 2009. – № 6. – С. 5–16.
8. Петрович Н. Т. Новые способы осуществления фазовой телеграфии. Радиотехника, 1957, № 10. – С.7–9
9. Петрович Н. Т. Способ проводной и радиосвязи фазоманипулированными колебаниями. А. с. 105692, приоритет от 22.02.1954.
10. Окунев Ю.Б. Теория фазоразностной модуляции. М.: Связь. 1979. – 216 с.
11. Банкет В.Л. Дискретная математика в задачах теории цифровой связи: Учебн. пособие. – Одесса: ОНАС, 2008. – 118 с.
12. D.Wang, X.Xia. Super-Orthogonal Differential Trellis Coding and Decoding // IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol.23, No.9, 2003. p.1768 –1798.
13. B.M.Hohwald, W. Swedens. Differential Unitary Space-Time Modulation // IEEE Transactions on Communications, Vol.Com-48, No.12, December 2000, p.2041 –2053.
14. Гельфонд А.О. Исчисление конечных разностей. М.: Гостехиздат, 1952. – 156 с.