

УДК 621.391

**ВЕРХНИЕ ГРАНИЦЫ СВОБОДНОГО РАССТОЯНИЯ
НЕДВОИЧНЫХ КОДОВ В КАНАЛАХ С МНОГОПОЗИЦИОННОЙ ФМ**

БАНКЕТ В.Л., НЕЗГАЗИНСКАЯ Н.В.

Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова

**UPPER BOUNDS OF NONBINARY CODES FREE DISTANCE
IN CHANNELS WITH MULTILEVEL PHASE MODULATION**

BANKET V.L., NEZGAZINSKAJA N.V.

Odessa national academy of telecommunications n.a. O.S. Popov

***Аннотация.** В статье исследованы верхние границы свободного расстояния сигнально-кодовых конструкций с внутренними многопозиционными сигналами фазовой модуляции и внешними недвоичными блоковыми и сверточными кодами.*

***Summary.** In the article a free distance upper bounds of signal-to-code designs with internal multilevel phase modulation signals both external nonbinary block and convolutional codes are investigated.*

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сверточные коды (СК) широко применяются в современных цифровых телекоммуникационных системах для повышения помехоустойчивости передачи информации при действии различных помех [1-6]. В предыдущей статье авторов [1] разработан метод синтеза корректирующих кодов нового класса: рекурсивных сверточных кодов (РСК). Там же была отмечена перспективность переборного поиска РСК для сигнально-кодовых конструкций (СКК). Одним из вариантов сверточно-блоковых СКК является конструкция в составе внешнего недвоичного сверточного кода и внутреннего ансамбля многопозиционных сигналов фазовой модуляции ФМ-М, которая широко используется в системах пространственно-временного кодирования [5]. В теории кодирования изучение дистанционных свойств корректирующих кодов и СКК принято вести с использованием кодовых границ: верхних и нижних границ минимальных расстояний [3]. Наиболее важным параметром является верхняя граница (ВГ) минимального расстояния. Такой подход позволяет выявить и сравнить потенциальные возможности различных классов кодов (СКК) и, в ряде случаев, служит стимулом и основанием для поиска новых кодов. Однако, в монографии [3] приведены верхние границы только для двоичных кодов. Границы расстояний недвоичных кодов в составе СКК в литературе не исследовались. При известной верхней границе совершенство найденных кодов оценивают по степени приближения минимального расстояния к пределу, который определяется величиной ВГ. В этой связи *задача исследования ВГ СКК на базе РСК является актуальной* для выявления потенциальных свойств рекурсивных кодов по сравнению с нерекурсивными кодами (НСК). Для получения верхних границ в статье использована идея Плоткина [7], широко используемая в теории блоковых кодов (БК) [3]. Поскольку изучению свойств сверточных кодов способствует их блоковое (пакетное) представление, в статье подробно представлена техника вывода верхней границы Плоткина для недвоичных блоковых кодов. Для численных исследований характеристик ВГ РСК использованы программы, разработанные в пакете прикладных объектно-ориентированных программ *HPVEE* компании *Hewlett-Packard Co.*

1. СИГНАЛЬНО-КОДОВАЯ КОНСТРУКЦИЯ СК-ФМ-М

Применение недвоичных (M -позиционных) ансамблей в канале связи привлекает возможностью повышения удельной скорости передачи информации. На рис.1 показано геометрическое представление типичных ансамблей M -позиционных сигналов. Ансамбли двумерных сигналов представлены наборами сигнальных точек-на плоскости [5].

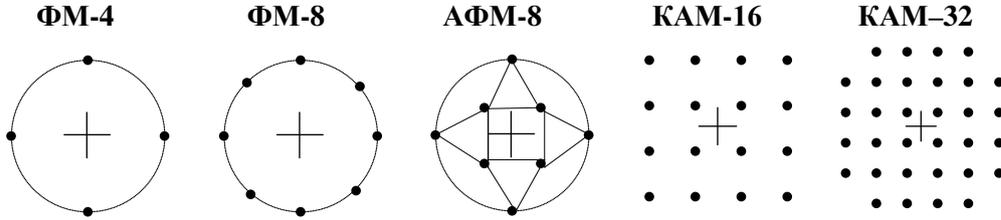


Рисунок 1 – Многопозиционные ансамбли двумерных сигналов

Ансамбли фазовой модуляции ФМ- M с числом сигнальных точек $M=4$ (ФМ-4) и $M=8$ (ФМ-8) являются типичными представителями ансамблей поверхностно-сферической укладки. Далее в статье использованы следующие обозначения: q – основание q -ичного линейного кода, $R=k/n$ – скорость кода, k – количество информационных символов в кодовом блоке длиной n , M – объем алфавита M -позиционного ансамбля, D_E – расстояние в метрике Евклида. На рис.2 показана структура СКК. Правило отображения кодовых символов v_i на сигналы ансамбля S_i определяется модуляционным кодом.

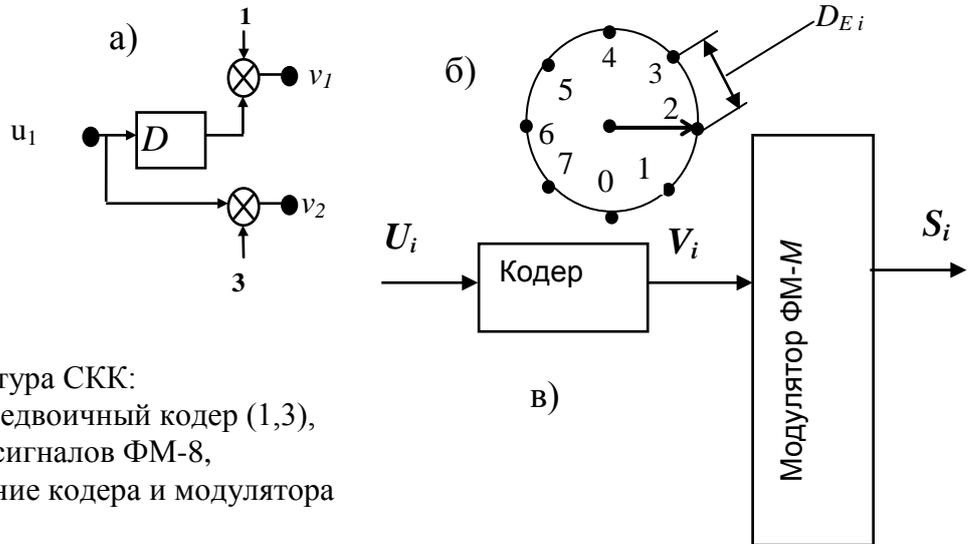


Рисунок 2 – Структура СКК:

- а) внешний недвоичный кодер (1,3),
- б) ансамбль сигналов ФМ-8,
- в) согласование кодера и модулятора

2. АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СКК

Для анализа свойств рассматриваемой СКК используем алгебраическое описание входящих в конструкцию сигналов и кодов. Рассмотрим мультипликативную циклическую группу с образующим элементом в виде унитарной матрицы [5]

$$\Theta = \begin{bmatrix} \cos(2\pi / M) & \sin(2\pi / M) \\ -\sin(2\pi / M) & \cos(2\pi / M) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где M – целое.

Мультипликативная Абелева циклическая группа порядка M содержит элементы в виде целых степеней матрицы (1)

$$G_S(M) = \{\Theta^0, \Theta^1, \Theta^2, \dots, \Theta^{M-1}\} \quad (2)$$

с операцией умножения матриц, где результат возведения матрицы (1) в целую степень k будет

$$\Theta^k = \begin{bmatrix} \cos(2\pi k / M) & \sin(2\pi k / M) \\ -\sin(2\pi k / M) & \cos(2\pi k / M) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Если $S_0 = (S_0, 0)$ – вектор сигнала в двумерном пространстве, то умножение этого вектора на унитарную матрицу (3) дает результат $S_0 \Theta = (S_0 \cos(2\pi/M), S_0 \sin(2\pi/M))$, т.е. модуль вектора S_0 остается неизменным, а угол по отношению к горизонтальной оси изменяется на величину $(2\pi/M)$. Можно сказать, что умножение исходного вектора на унитарную матрицу Θ приводит к пространственному повороту против часовой стрелки на угол $2\pi/M$, как показано на рис.3а. Циклическую группу матриц поворота (2) в теории связи часто используют для описания набора сигналов фазовой модуляции ФМ- M , отличающихся различными пространственными углами, кратными величине $2\pi/M$, где M – число позиций фаз сигналов.

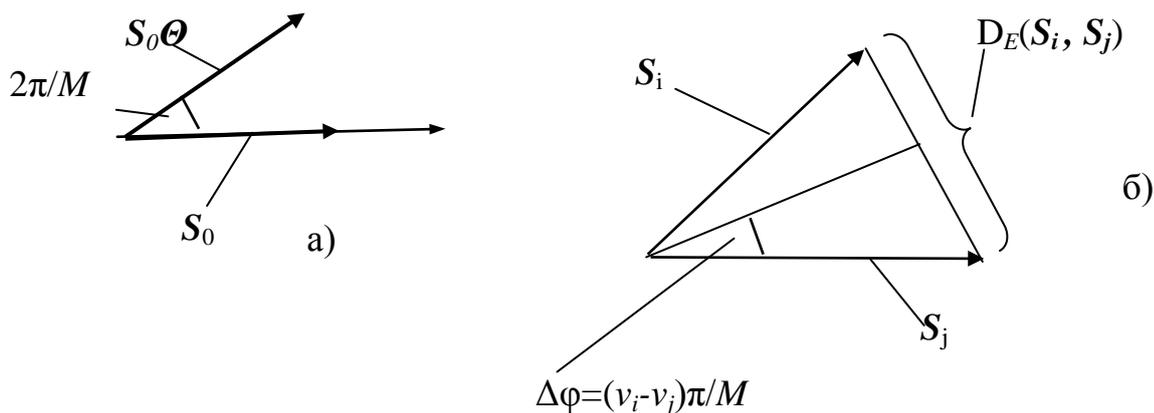


Рисунок 3 – Векторное представление сигналов ФМ- M :
а) действие матрицы поворота, б) вычисление расстояния

По соображениям наглядности и удобства сигналы (сигнальные точки) ансамбля ФМ- M обычно обозначают целыми числами – элементами кольца целых чисел по модулю M с алфавитом $\{0, 1, 2, \dots, (M-1)\}$, как показано на примере для ФМ-8 (рис.2б). Для построения СКК будем использовать в качестве внешних кодов линейные корректирующие коды (блоковые либо сверточные) над кольцом целых чисел по модулю $q=M$. В этом случае множество символов внешнего кода $V = \{v_0, v_1, \dots, v_k, \dots, v_{M-1}\}$ образует аддитивную циклическую группу G_V с операцией сложения по модулю M . В целом такая СКК (рис.2а) представляет собою *единое целое* и удобна для анализа благодаря тому, что сигналы и код описываются *единым математическим языком*. Модуляционный код такой СКК простой и состоит в точном соответствии индексов кодовых символов и индексов сигналов $v_i \rightarrow S_i$.

Пусть заданы символы на выходе кодера v_i и v_j и соответствующие им сигналы $S_i(t) = S_0 \cos(\omega_0 t + v_i 2\pi/M)$, $S_j(t) = S_0 \cos(\omega_0 t + v_j 2\pi/M)$, а также соответствующие им векторы сигналов S_i, S_j . В этом случае расстояние по Евклиду между векторами сигналов определяются выражением (см.рис.3б):

$$D_E(S_i, S_j) = 2S_0 \sin[(v_i - v_j)\pi/M]. \quad (4)$$

Как видим, расстояние определяется разностью кодовых символов. Это определяет свойство инвариантности модуляционного кода, которое использовано в последующих выкладках.

3. ИНВАРИАНТНОСТЬ МОДУЛЯЦИОННОГО КОДА КОНСТРУКЦИИ СК-ФМ-М

При анализе свойств СКК важную роль играет свойство инвариантности модуляционного кода [5]. Пусть последовательность символов V_i (рис.2в), поступающих на вход модулятора отображается по правилу модуляционного кода в последовательность сигналов $S_i(t)$ следующим образом:

$$V_i \rightarrow S_i(t). \quad (5)$$

Аналогично, рассмотрим другую цепочку отображений:

$$V_j \rightarrow S_j(t).$$

Оценим расстояние (в метрике Евклида) между последовательностями сигналов:

$$\{V_i \rightarrow S_i(t); V_j \rightarrow S_j(t)\} \rightarrow D_E(S_i, S_j). \quad (6)$$

Вновь определим цепочку отображений $V^* \rightarrow S^*(t)$, где V^* – произвольная последовательность внешнего кода, а также определим отображения

$$\{(V_i \oplus V^*) \rightarrow S_i^*(t); (V_j \oplus V^*) \rightarrow S_j^*(t)\} \rightarrow D_E(S_i^*, S_j^*), \quad (7)$$

где знак \oplus означает сложение в алгебре символов алфавита внешнего кода.

Отображение $V \rightarrow S(t)$ и соответствующий ему модуляционный код назовем *инвариантными*, если для любых $i \neq j$ и произвольной последовательности символов V^* в наборах отображений (6) и (7) выполняется равенство расстояний $D_E(S_i, S_j) = D_E(S_i^*, S_j^*)$.

Свойство инвариантности существенно облегчает теоретический анализ и экспериментальное исследование дистанционных свойств (и, в том числе, границ) СКК. Выберем в паре отображений (7) вспомогательную последовательность $V^* = V_j$.

Тогда подстановка этого равенства в отображении (7) дает

$$\{(V_i \oplus V_j) \rightarrow S_{ij}(t); (V_j \oplus V_j=0) \rightarrow S_0(t)\} \rightarrow D_E(S_{ij}, S_0) = W_E(S_{ij}). \quad (8)$$

Иными словами, расстояние между последовательностями сигналов $D_E(S_i, S_j) = D_E(S_i^*, S_j^*)$ в (7) оказывается равным «весу Евклида» $W_E(S_{ij})$, «смещенного» сигнала S_{ij} , т.е. равным расстоянию Евклида этого сигнала от полностью нулевого сигнала S_0 . Свойство инвариантности известно из теории линейных кодов, в которой вместо изучения структуры взаимных расстояний кодовых комбинаций (последовательностей) считается достаточным изучение «весовой» структуры этих комбинаций, причем, способ оценки расстояний («веса») может быть различным (по Хэммингу, по Евклиду и т.п.). Следует отметить, что по аналогии с линейными кодами инвариантные в определенном выше смысле СКК в западной литературе называют «суперлинейными» [5]. В рассматриваемых конструкциях с внешними q -ичными кодами над кольцом и внутренними M -позиционными сигналами свойство инвариантности обусловлено единой алгебраической структурой алфавитов сигнала и кода (кольцо классов вычетов целых

чисел по модулю $q=M$). Причем, если свойства инвариантности справедливы для элементов алфавита, то они, естественно, будут выполняться и для любых кодовых комбинаций (последовательностей), составленных из этих элементов.

4. ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА МИНИМАЛЬНОГО РАССТОЯНИЯ СКК С БЛОКОВЫМ ВНЕШНИМ НЕДВОИЧНЫМ КОДОМ

Рассмотрим блоковую конструкцию, слова (кодовые комбинации) которой представлены векторами вида $S=(S_1, S_2, \dots, S_n)$. При кодировании значения элементов этих слов зависят от содержимого информационных последовательностей U на входе кодера (рис.2в) а также от выбора порождающих многочленов внешнего кода. Полагаем, что информационные символы и коэффициенты порождающих многочленов выбираются случайным образом и независимо. Поэтому значения некоррелированных элементов векторов S будут также случайными. Каждый элемент S_i произвольного кодового слова S имеет «вес» Евклида, величина которого определяется формулой (4) при $v_j=0$: $D_E(S_i, 0)=2S_0 \sin[(v_i \pi/M)]$. В процессе кодирования каждый символ внешнего кода v_i принимает значения, выбираемые случайным образом из алфавита объема q ($0 \leq v_i \leq q-1$). Считая такой выбор равновероятным, определим средний квадрат «веса» символа на выходе модулятора СКК

$$\overline{W}_E^2(S_i) = \frac{1}{q} \sum_{i=0}^{q-1} [2S_0 \sin(v_i \pi / M)]^2. \quad (9)$$

В силу независимости выбора символов результирующий средний квадрат «веса» Евклида кодового слова внешнего блокового кода определяется простым суммированием средних «весов» слов по всем символам слова длиной n

$$\overline{W}_E^2(S) = \frac{n}{q} \sum_{i=0}^{q-1} [2S_0 \sin(v_i \pi / M)]^2. \quad (10)$$

Для получения верхней границы минимального расстояния воспользуемся идеей Плоткина [7]: минимальное расстояние блокового кода оценивается сверху величиной среднего расстояния, поскольку из теории случайных чисел известно, что при любом распределении вероятностей случайных чисел их среднее всегда больше минимального. Это позволяет сформулировать условия получения верхней границы минимального расстояния инвариантной конструкции БК-ФМ- M с внешними q -ичными блоковыми кодами и внутренними сигналами многопозиционной ФМ- M ($M=q$):

1. Для инвариантных конструкций минимальное взаимное расстояние между кодовыми словами равно минимальному «весу» любого слова из множества всех возможных кодовых слов. Причем, требование равенства (8) касается рассмотрения всех возможных пар кодовых слов $\{(V_i \oplus V_j) \rightarrow S_{ij}(t)\}$. При образовании среднего квадрата «веса» слова по формуле (10) перебираются все возможные комбинации кодовых слов;

2. Минимальный «вес» и, соответственно, минимальное расстояние оценивается сверху величиной среднего «веса», которая определена для всего множества кодовых слов конструкции БК-ФМ- M ;

3. Сказанное выше в пп.1 и 2 справедливо для любой метрики, которая используется для оценки дистанционных свойств СКК.

На основании изложенного приведем формулу для вычисления верхней границы квадрата минимального расстояния в метрике Евклида исследуемой конструкции БК-ФМ- M :

$$D_E^2(\text{мин}) \leq \overline{W}_E^2(S) = \frac{n}{q} \sum_{i=0}^{q-1} [2S_0 \sin(v_i \pi / M)]^2. \quad (11)$$

5. ПАКЕТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РАБОТЫ СВЕРТОЧНОГО КОДЕРА

Основные параметры и методы описания не рекурсивных СК даны в монографии [5]. Полное представление кодовых последовательностей на выходе кодера СК дает решетчатая диаграмма, которая является разверткой во времени диаграммы состояний кодера [5]. Пример решетчатой диаграммы недвоичного кодера ($q=4$) с единичной памятью ($K=1$), скоростью $R=1/2$ и порождающими многочленами $G=(1,3)$ показан на рис.4. Число состояний диаграммы S равно объему алфавита кода ($S=q=4$). Ветви диаграммы (v_1, v_2) маркированы следующим образом: символ v_1 совпадает с предыдущим состоянием кодера (см. рис.2а), символ v_2 равен произведению по модулю 4 текущего состояния кодера на коэффициент порождающего многочлена 3. Для недвоичных кодов структура диаграммы достаточно сложна и для наглядности на рис.4 показаны не все возможные переходы. Степень различия между путями на решетчатой диаграмме определяется несовпадающими участками путей на интервале между некоторыми состояниями. Для инвариантных кодов и СКК начальное и конечное состояния можно полагать полностью нулевыми. Тогда набор участков решетчатой диаграммы между нулевыми состояниями содержит исчерпывающую информацию о дистанционных свойствах СКК. В частности, минимальный вес отрезков путей на рис.4 между левым и правым крайними нулевыми состояниями определяет свободное расстояние этого кода.

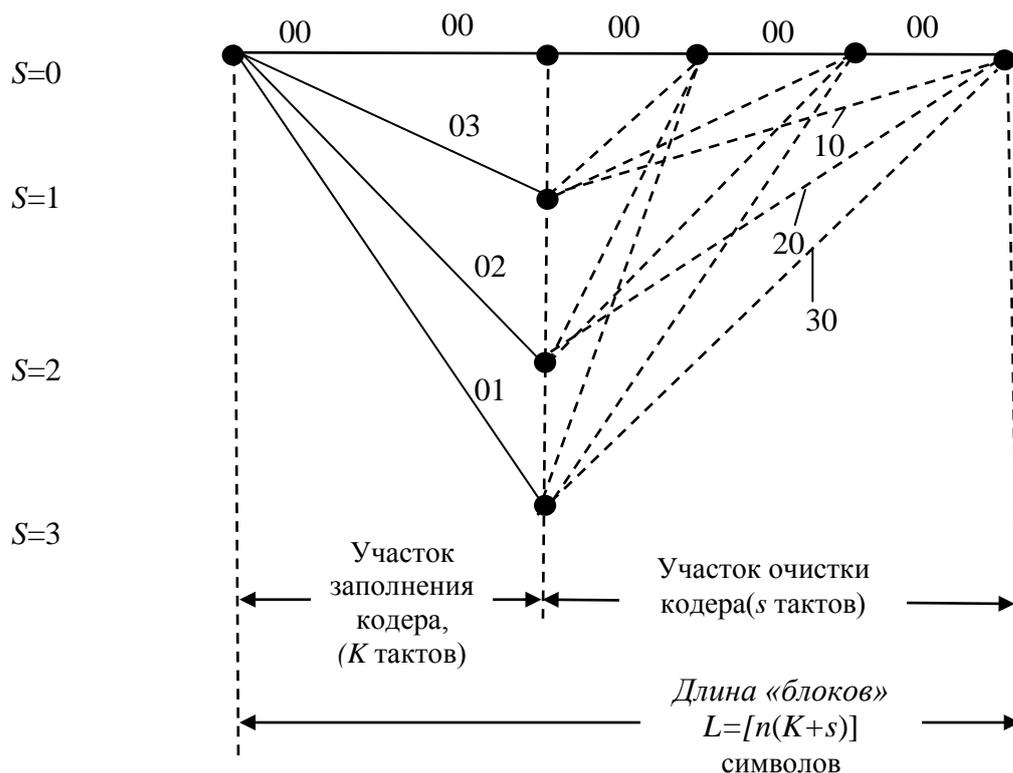


Рисунок 4—Упрощенная решетчатая диаграмма недвоичного СК(1,3)

Рисунок 4 иллюстрирует пакетное представление работы кодера СК и СКК, поскольку отрезки путей между любыми двумя произвольно выбранными несовпадающими нулевыми состояниями могут быть рассмотрены как комбинации блочного кода. Следует отметить, что, по мнению автора авторитетного руководства [3, Разд.7.2.1], сверточным

кодам часто придают блочную структуру за счет присоединения к концу входной последовательности кодируемых данных некоторого количества нулевых разрядов для «очистки» кодера. Подобную пакетную структуру придают также рекурсивным сверточным кодам, входящим в состав турбо кодов [5]. Как отмечалось в статье [1] пакетное представление лежит в основе метода экспериментального определения свободного расстояния (метода «тест-пакета», подробно описанного в монографии [5, Разд.6.2]). Тест-пакет состоит из случайного набора кодируемых символов, окруженного отрезками последовательностей из нулей. Начальная нулевая последовательность предшествует началу развития решетки. Заключительная последовательность из нулей обеспечивает «очистку» кодера, вводя его в полностью нулевое состояние. Минимальный вес реакции кодера на тест-пакет и есть свободное расстояние исследуемого кода.

6. ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА СВОБОДНОГО РАССТОЯНИЯ СКК С НЕРЕКУРСИВНЫМИ СВЕРТОЧНЫМИ КОДАМИ

Данные предыдущего раздела используем для вывода верхней границы свободного расстояния СКК СК-ФМ-М с внешним q -ичным не рекурсивным кодом. Рассмотрим работу кодера не рекурсивного СК со скоростью $R=1/n$ и длиной кодирующего регистра K . Процессы заполнения памяти кодера «тест-пакетом» показаны на рис. 5. Все этапы развития решетчатой диаграммы изображены на рис.4. На рис.5 также представлены эти этапы: рис.5а – Форма пакета на входе кодера выбрана в соответствии с изложенным выше методом «тест-пакета»: пакет содержит окруженный нулевыми символами отрезок случайной последовательности длиной K символов, подаваемый на вход кодера;

Рисунок 5б – Первоначально память кодера заполнена нулями. Показано начало «участка заполнения» регистра входными символами из K тактов (по стрелке, ветви этого участка показаны сплошными линиями). В конце этого участка кодер может оказаться в состоянии, когда память кодера полностью заполнена (рис.5в). Протяженность участка заполнения равна nK кодовых символов;

Рисунок 5г – Далее начинается участок «очистки кодера» (участок обнуления памяти, которая заполняется нулями «тест-пакета», вследствие чего s ненулевых символов пакета покидают кодер). На этом участке кодер генерирует отрезки путей, которые, являясь продолжениями путей участка заполнения, приближают состояния кодера к нулевому состоянию.

Фрагмент решетчатой диаграммы, соответствующий этим процессам показан на рис.4. Участки путей, приводящие состояния кодера в нулевые состояния, показаны пунктиром. В силу случайности символов входного пакета, количество символов s , покидающих память кодера, также является случайным. В общем случае величина s удовлетворяет неравенству: $0 \leq s \leq K$ (Случай $s=K$ соответствует ситуации, когда кодер «освобождается» полностью от символов пакета; равенство $s=0$ соответствует редкому случаю, когда содержимое «тест-пакета» оказалось нулевым).

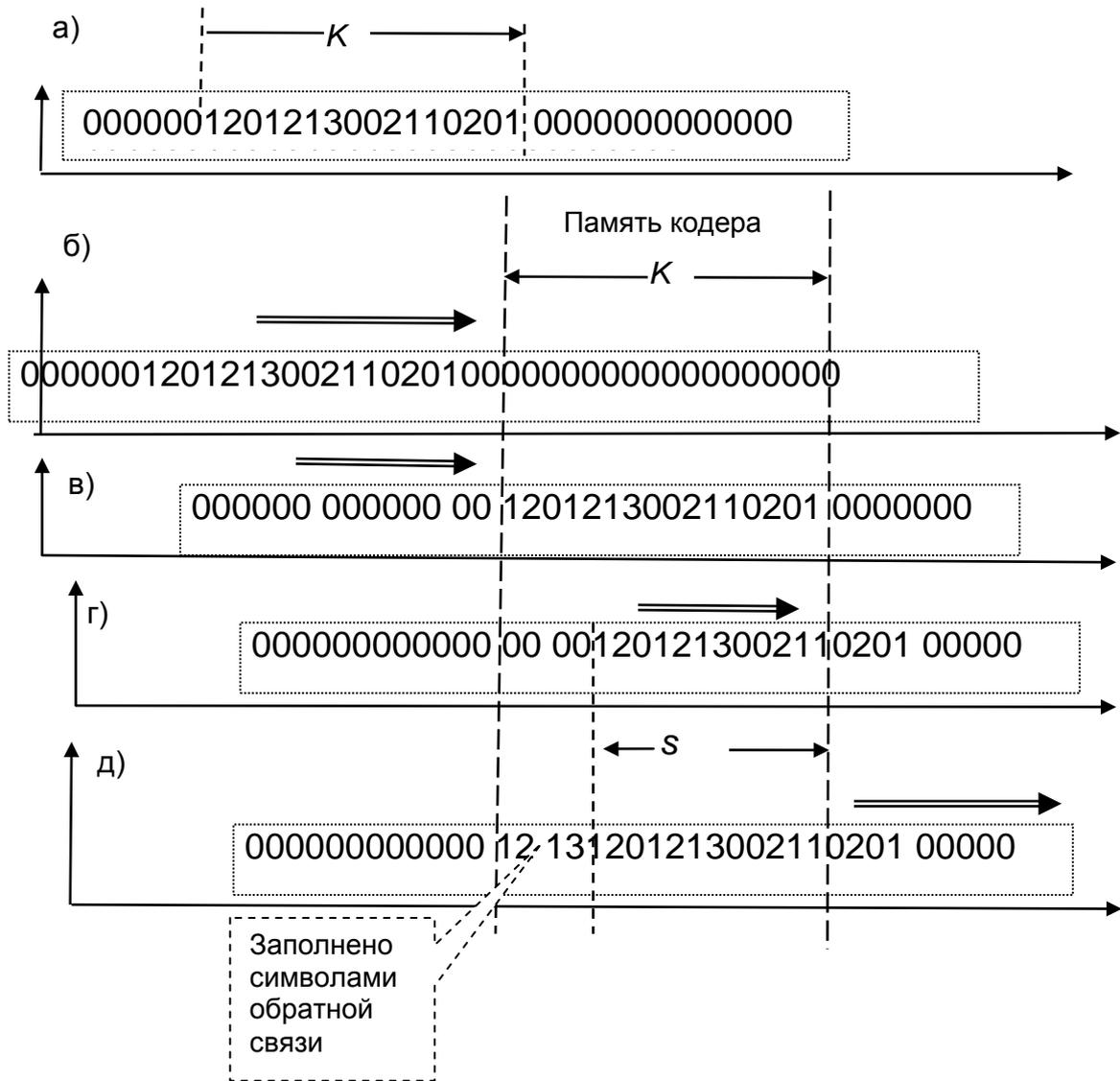


Рисунок 5 –Работа кодеров без обратной связи и с ОС

Таким образом, общая протяженность путей на выходе кодера между нулевыми состояниями, с учетом протяженности «участка заполнения» (K входных символов) и «участка очистки» (s входных символов) составляет $L=[n(K+s)]$ кодовых символов, где величина s является случайной. Как видно из рис.4, все последовательности символов на выходе кодера образуют множество отрезков путей между нулевыми состояниями кодера, т.е., фактически, они составляют блокочный код. Длина комбинации такого эквивалентного блокочного кода $L=[n(K+s)]$ будет случайной. Минимальный вес этих отрезков путей и есть свободное расстояние сверточного кода. Для определения среднего веса этого множества отрезков путей применим изложенную выше в разд.4. процедуру усреднения:

1. Длина случайных комбинаций эквивалентного блокочного кода равна $L=[n(K+s)]$. Поскольку, как было отмечено выше, случайная величина s принимает значения в интервале $(0...K)$ равновероятно, среднее значение комбинации эквивалентного блокочного кода будет:

$$\bar{L} = \frac{1}{K} \sum_{s=0}^K [n(K+s)] \quad (12)$$

2. Средняя величина «веса» по Евклиду символа СКК определена формулой (9). По аналогии с выражением (11) средний «вес» комбинации эквивалентного блокового кода определится как произведение среднего веса символа (9) на среднюю длину блока (12). Эта величина и есть верхняя оценка свободного расстояния СКК с внешним нерекурсивным кодом:

$$D_{E(НСК-ФМ-М)}^2 \leq \overline{W}_{E(НСК-ФМ-М)}^2 = \overline{L} \overline{W}_E^2 = \frac{1}{2qK} \sum_{s=0}^K [n(K+s)] \left\{ \sum_{i=0}^{q-1} [2S_0 \sin(v_i \pi / M)]^2 \right\}. \quad (13)$$

7. ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА СВОБОДНОГО РАССТОЯНИЯ СКК С РЕКУРСИВНЫМИ СВЕРТОЧНЫМИ КОДАМИ

В статье [1] определены следующие причины изменений дистанционных свойств РСК, обусловленные введением обратной связи:

1. Возрастание протяженности участка очистки памяти кодера за счет «проникновения» на вход регистра символов по цепи обратной связи. Этот процесс иллюстрирован на рис.5д.

Видно, что за счет подачи на вход регистра кодера символов по цепи обратной связи протяженность участка очистки памяти кодера может вырасти до величины $s_{\max} = K$. При этом длины комбинаций эквивалентного блокового возрастают до величины $L_{\max} = [n(K+s_{\max})] = [2nK]$. Применяя для этого случая формулу (13) получаем оценку верхней границы квадрата свободного расстояния СКК с внешними рекурсивными кодами:

$$D_{E(РСК-ФМ-М)}^2 \leq \overline{W}_{E(РСК-ФМ-М)}^2 = \overline{W}_E^2 L_{\max} = \frac{nK}{q} \sum_{i=0}^{q-1} [2S_0 \sin(v_i \pi / M)]^2 \quad (14)$$

2. Наличие «интерференции» в памяти кодера последовательности входных кодируемых символов с потоком символов, поступающим на вход кодера по цепи обратной связи.

поскольку оба потока символов являются случайными, произвести теоретический подсчет результата такой интерференции не представляется возможным. в этой ситуации целесообразно использовать результаты моделирования работы кодера так, как это было выполнено в предыдущей статье [1, разд.4,п.2]. для экспериментального определения среднего веса отклика кодера $\overline{W}_{E(\text{Эксп.РСК-ФМ-М})}^2$ на воздействие «тест-пакета» случайный пакет подавался на вход недвоичного рекурсивного кодера с предварительно установленными случайными значениями порождающих многочленов прямой и обратной связи. затем определялся средний вес $\overline{W}_{E(\text{Эксп.РСК-ФМ-М})}^2$ при достаточно большом количестве циклов измерений. в таких измерениях, фактически, одновременно учитывалось влияние на изменение дистанционных свойств рск двух упомянутых выше причин (рост протяженности участка очистки памяти кодера и «интерференция» в памяти кодера потока входных кодируемых символов с потоком символов из цепи обратной связи). результаты расчетов по формуле (13) нормированных значений верхних границ (для $s_0=0$) свободного расстояния скк с внешним не рекурсивным кодом приведены в таб.1и таб.2 для различных значений оснований кода $q=m$. там же для сравнения даны результаты экспериментальных исследований верхней границы для рск $\overline{W}_{E(\text{Эксп.РСК-ФМ-М})}^2$ и верхней границы для не рекурсивных кодов $\overline{W}_{E(\text{Эксп.НСК-ФМ-М})}^2$.

Таблица 1 – Нормированные верхние границы свободного расстояния
сигнально-кодовых конструкций СК-ФМ-4

| ДКР K | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--|-------|------|-------|-------|
| Экспериментальная ВГ(РСК) $\bar{W}_{E(Эксп.,РСК-ФМ-М)}^2$ | 12,16 | 15,3 | 17,23 | 23,16 |
| Экспериментальная ВГ(НСК) $\bar{W}_{E(Эксп.,РСК-ФМ-М)}^2$ | 8,5 | 13,4 | 15,98 | 19,4 |
| Теоретическая ВГ НСК(форм.(13)) $\bar{W}_{E(НСК-ФМ-М)}^2$ | 9,0 | 12,0 | 15,0 | 18,0 |

Таблица 2 – Нормированные верхние границы свободного расстояния
сигнально-кодовых конструкций СК-ФМ-16

| ДКР K | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--|------|-------|-------|-------|
| Экспериментальная ВГ(РСК) $\bar{W}_{E(Эксп.,РСК-ФМ-М)}^2$ | 18,9 | 19,83 | 21,53 | 26,01 |
| Экспериментальная ВГ(НСК) $\bar{W}_{E(Эксп.,РСК-ФМ-М)}^2$ | 8,5 | 13,4 | 16,98 | 19,4 |
| Теоретическая ВГ НСК(форм.(13)) $\bar{W}_{E(РСК-ФМ-М)}^2$ | 9,0 | 12,0 | 15,0 | 18,0 |

ВЫВОДЫ

1. В статье разработан метод определения верхних границ свободного расстояния в метрике Евклида инвариантных сигнально-кодовых конструкций с внутренним ансамблем многопозиционных ФМ сигналов и внешними недвоичными сверточными кодами.

2. Для нерекурсивных кодов экспериментальные значения верхних границ свободных расстояний достаточно близки к теоретическим значениям. Кроме того, с ростом длины кодирующего регистра ДКР дистанционные свойства НСК и РСК улучшаются (верхние границы возрастают). Это подтверждает известный из теории кодирования факт: дистанционные свойства кода улучшаются с ростом длины кода.

3. Сравнение верхних границ показывает, что по величине свободного расстояния сигнально-кодовые конструкции с внешними рекурсивными кодами имеют существенное

преимущества перед нерекурсивными кодами при равных длинах кодирующего регистра K (т.е. при сопоставимой сложности декодирования).

4. Отмеченное в п.2 подтверждает на целесообразность поиска порождающих многочленов рекурсивных недвоичных кодов для использования в качестве внешних кодов сигнально-кодowych конструкций с внутренними многопозиционными ФМ сигналами.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Банкет В.Л. Метод синтеза рекурсивных сверточных кодов / В.Л. Банкет, Н.В. Незгазинская // Цифрові технології. – 2009. – № 5. – С. 5-17.
2. Скляр Б. Цифровая связь: Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е, испр.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
3. Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки: У. Питерсон, Э. Уэлдон.: Пер. с англ.; Под ред. Добрушина Р.Л. и Самойленко С.И. – М.: Мир, 1976. – 380 с.
4. Банкет В.Л. Цифровые методы в спутниковой связи. Банкет В.Л., Дорофеев В.М. – М.: Радио и связь, 1988. – 240 с.
5. Банкет В.Л. Сигнально-кодowych конструкции в телекоммуникационных системах. - О.: Феникс, 2009. – 180 с.
6. Lin S. Error Control Coding: Fundamentals and Applications. Prentice Lin S., Costello D. – Hall Inc. N.Y. 1983 – 500 p.
7. P. Plotkin. Binary codes with specified minimum distance. IEEE Trans. on Inform. Theory Vol. IT-6, May, 1960. pp.445 - 450.