

## КОМПОЗИТНЫЕ КОДЫ БАРКЕРА

БАНКЕТ В.Л., ТОКАРЬ М.С.

## THE COMPOSITE BARKER'S CODES

BANKET V.L., TOKAR M.S.

**Аннотация.** В статье рассмотрена структура «композитных» кодов Баркера, которые предназначены для синхронизации во времени систем многостанционного доступа с кодовым разделением сигналов. Такие коды имеют лучшие автокорреляционные свойства, чем канонические коды Баркера.

**Abstract.** The letter deals with the structure of Barker's codes, which are for synchronization of CDMA systems destinating. The composite codes have more better autokorrelation properties then canonical Barker's codes.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Широкополосные радиосигналы широко используются в современных системах мобильной связи с кодовым делением абонентов (CDMA). При проектировании таких систем важным является решение следующих вопросов:

1. Выбор вида сигналов с требуемыми спектральными и корреляционными характеристиками;
2. Выбор метода синхронизации во времени генераторов псевдослучайных последовательностей (ПСП), используемых на передаче и приемной стороне (в мобильном терминале абонента).

В настоящее время применяются следующие устройства синхронизации генераторов ПСП на основе временного дискриминатора [4]. Недостатки схемы с дискриминатором следующие:

1. Сложность реализации;
2. Большое время вхождения в синхронизм;
3. Заметность абонентом длительных моментов срыва синхронизма в виде «щелчков» в речевом сигнале во время разговора.

Возможен альтернативный метод синхронизации, который обеспечивает малое время вхождения в синхронизм.

*Метод сводится к следующему:*

1. На передаче в начале каждого блока информационной последовательности (*чипа*), размещается специальный сигнал синхронизации (называемый в литературе, как «уникальное слово»);
2. На приемной стороне синхросигнал выделяется согласованным фильтром и запускает генератор псевдослучайной последовательности приемника, обеспечивая его синхронизацию во времени с передатчиком.

Такой метод синхронизации гарантирует малое время вхождения в синхронизм, сопоставимое с длиной уникального слова.

Реализация такого метода временной синхронизации требует решения *следующих задач:*

1. Выбор вида синхросигнала («уникального слова»), который должен иметь хорошие автокорреляционные свойства, обеспечивающие высокую вероятность его обнаружения на фоне помех;

2. Кроме этого, синхросигнал должен иметь малый уровень взаимной корреляции с информационным содержанием «чипа», что и определяет т.н. «уникальность» синхрослова и надежность синхронизации в реальных условиях.

Последовательности Баркера («коды Баркера») имеют хорошие автокорреляционные свойства и в силу этого часто применяются в системах временной синхронизации. В 1953г. Р. Баркер [1] опубликовал сведения об уникальных свойствах последовательностей разнополярных символов (именуемых в русскоязычных публикациях [2..5] кодами Баркера). Коды Баркера обладают уникальной формой автокорреляционной функции, что служит основанием для их применения в цифровых системах цикловой (кадровой) синхронизации [4].

Анализ показывает, что помехоустойчивость системы цикловой синхронизации определяется не только уникальными автокорреляционными свойствами кодов Баркера, но и возрастает с увеличением полной энергии синхросигналов, т.е., фактически, с увеличением длины последовательности Баркера. Поэтому для построения помехоустойчивых систем синхронизации необходимо использовать более длинные последовательности (коды) Баркера.

В настоящее время, известно ограниченное количество кодов Баркера весьма короткой длины  $m < 13$ . Подробные таблицы таких кодов можно найти в монографии [4, табл.10.1]. Там же, на стр.663 сообщаются не вполне точные сведения о попытках Линдера поиска последовательностей длиной до  $m=40$ , обладающих уникальными свойствами кодов Баркера.

Задача настоящей работы – предложить конструктивный способ построения длинных синхрослов с хорошими автокорреляционными свойствами, пригодных для систем цикловой синхронизации и избавляющий от необходимости переборного их поиска, а также провести проверку помехоустойчивости обнаружения синхросигналов в случайном потоке информационных символов.

## 1. КАНОНИЧЕСКИЕ КОДЫ БАРКЕРА

Основные свойства известных кодов Баркера, именуемых далее *каноническими*, сводятся к следующему[1,2]. Рассмотрим последовательность конечной длины

$$C(i) = (c_1, c_2, c_3, \dots, c_i, \dots, c_m),$$

в которой значения символов  $c_i$  выбираются из алфавита  $\{+1, -1\}$ ,  
а  $m$  есть длина последовательности.

Апериодическая функция автокорреляции (АКФ) такой последовательности определяется так:

$$R(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-k} c(i)c(i+k) \quad (1)$$

Анализ показывает, что АКФ канонических кодов равна:

$$\begin{aligned} R(k) &= m \quad \text{при } k=0; \\ R(k) &= 0 \quad \text{при } k > 1, (m-k) - \text{четное}; \\ R(k) &= + - (1/m) \quad \text{при } k > 1, (m-k) - \text{нечетное}. \end{aligned} \quad (2)$$

В табл.1 приведен фрагмент таблицы коротких кодов Баркера из книги [4]. Полярность символов отмечена знаками «+» и «-».

Форма сигнала Баркера  $C7$  при  $m=7$  показана на рис.1\*.

Таблица 1 – Короткие коды Баркера

Длина кода $m$	Обозначение кода	Последовательность символов
1	$C1$	+
2	$C2$	-+
3	$C3$	++-
4	$C4$	+++-
5	$C5$	++++-
7	$C7$	+ - + + - - -
13	$C13$	+++++ - - + + + - +

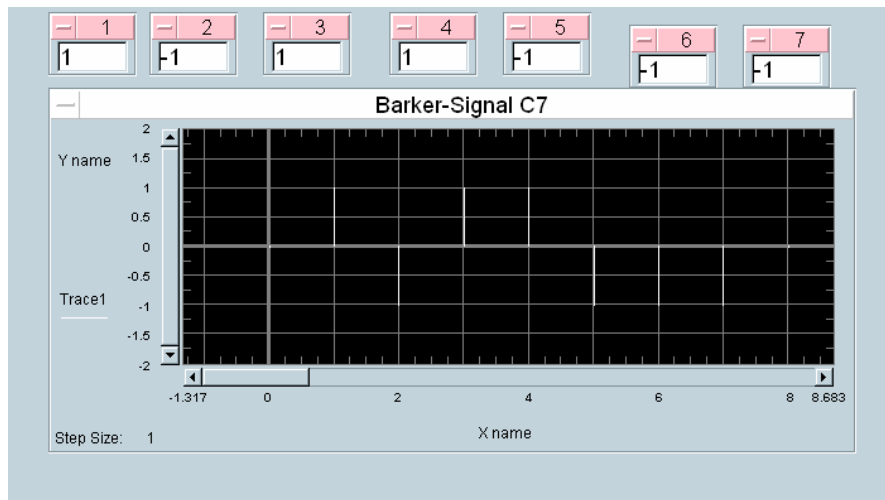


Рисунок 1– Временная диаграмма короткого сигнала Баркера  $C7$ . Вертикальные линии показывают уровни и местоположение элементарных сигналов  $c_i$ , значения которых представлены в нумерованных окнах.

Форма АКФ этого сигнала  $C7$  ( $m=7$ ) показана на рис.2.

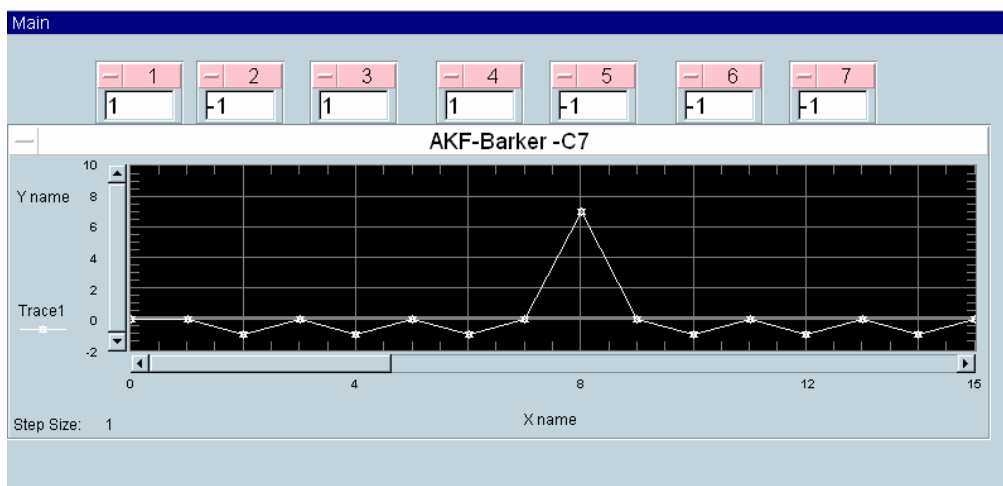


Рисунок 2 – Функция автокорреляции короткого сигнала Баркера  $C7$ . Точками отмечены значения АКФ.

\* Приводимые в этой статье временные диаграммы процессов и количественные результаты получены моделированием с использованием пакета прикладных программ *HP VEE*.

Наличие пика АКФ, среди близких к нулю значений боковых лепестков и определяет «уникальность» сигналов Баркера.

Выделение синхронизирующих сигналов Баркера из потока цифровых данных, производится с применением согласованных фильтров(СФ). Импульсная реакция СФ, согласованного с сигналом Баркера  $C(t)$  есть с точностью до постоянного множителя( $a$ ) зеркальное отображение формы сигнала:

$$g(t)=aC(t_0-t), \tag{3}$$

где :  $t_0$  – момент отсчета выхода СФ.

Максимум отклика фильтра, согласованного с сигналом  $C(t)$ , пропорционален полной энергии этого сигнала  $E_c$ , а отношение сигнал/шум, важное для определения вероятности обнаружения синхросигнала будет:

$$Q=(E_c / N_0). \tag{4}$$

Отсюда ясно, что для повышения помехоустойчивости обнаружения синхросигнала его энергию и, соответственно, длину  $m$  необходимо повышать.

## 2. КОМПЗИТНЫЕ КОДЫ БАРКЕРА

Композитные коды Баркера позволяют синтезировать длинные синхропоследовательности с хорошими автокорреляционными свойствами. Для синтеза используется пара коротких последовательностей Баркера (например, из табл.1). Выберем сначала произвольную последовательность  $C_m$  длины  $m$ , которую далее будем именовать «элементарной», и затем выберем произвольную последовательность  $C_M$  длины  $M$ , которую далее будем именовать «образующей».

*Композитный код есть код Баркера, построенный по правилам формирования образующей последовательности  $C_M$ , в которой элементами являются «элементарные» последовательности  $C_m$ .*

Сказанное иллюстрируем примером, в котором в качестве *элементарной* последовательности  $C_m$ , выбрана последовательность Баркера  $C7$  из табл.1, а в качестве образующей выбрана последовательность Баркера  $C2$  из табл.1, знаки символов которой определяют знаковые множители *элементарных* последовательностей  $C_m$ . Процесс формирования такого композитного кода представлен в табл.2. В таблице показана свертка  $C2 * C7$  знаковых последовательностей  $C2$  и  $C7$ , а также итоговая последовательность композитного кода  $C2/C7$ , в которой предусмотрены знаки ( $\emptyset \dots \emptyset$ ) защитных промежутков, исключающие взаимное перекрытие символов элементарных последовательностей.

Таблица 2– Формирование композитного кода  $C2/C7$

Образующий, элементарный и итоговый композитный коды	Формирование композитного кода	
	-	+
$C2$	-	+
$C7$	+ - + + - - -	+ - + + - - -
$C2 * C7$	- + - - + + +	+ - + + - - -
$C2/C7$	- + - - + + + $\emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset \emptyset$ + - + + - - -	

В последующем, по аналогии с этим примером, композитные коды будут обозначаться, как дробь  $CM/Cm$ . Таким образом, общая длина такой композитной последовательности равна произведению

$$M_k = Mm. \tag{5}$$

В этой формуле не учтены знаки защитных промежутков, количество которых можно свести к нулю точным формированием. На рис.3 представлена форма композитного синхросигнала  $C2/C7$ , соответствующего табл.2.

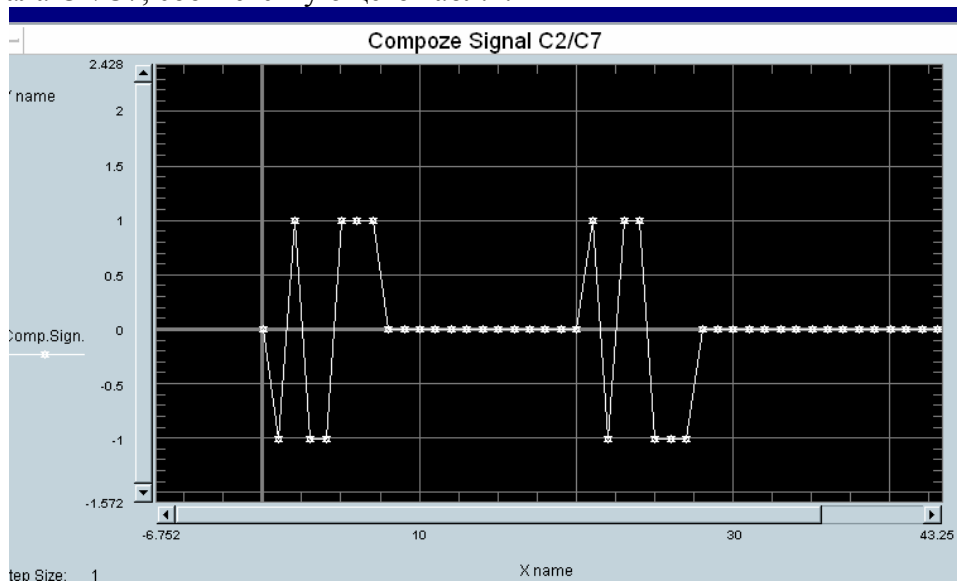


Рисунок 3 – Форма композитного синхросигнала  $C2/C7$

Автокорреляционная функция сигнала  $C2/C7$  имеет вид, показанный на рис.4. Видно, что максимум АКФ увеличился за счет накопления максимумов АКФ элементарного сигнала  $C7$ . Причем, значения положительных боковых лепестков не превышают величины  $1/m$ . В то же время, проявились отрицательные боковые выбросы, которые, как показывают измерения, не снижают возможности обнаружения такого сигнала по положительному выбросу АКФ.

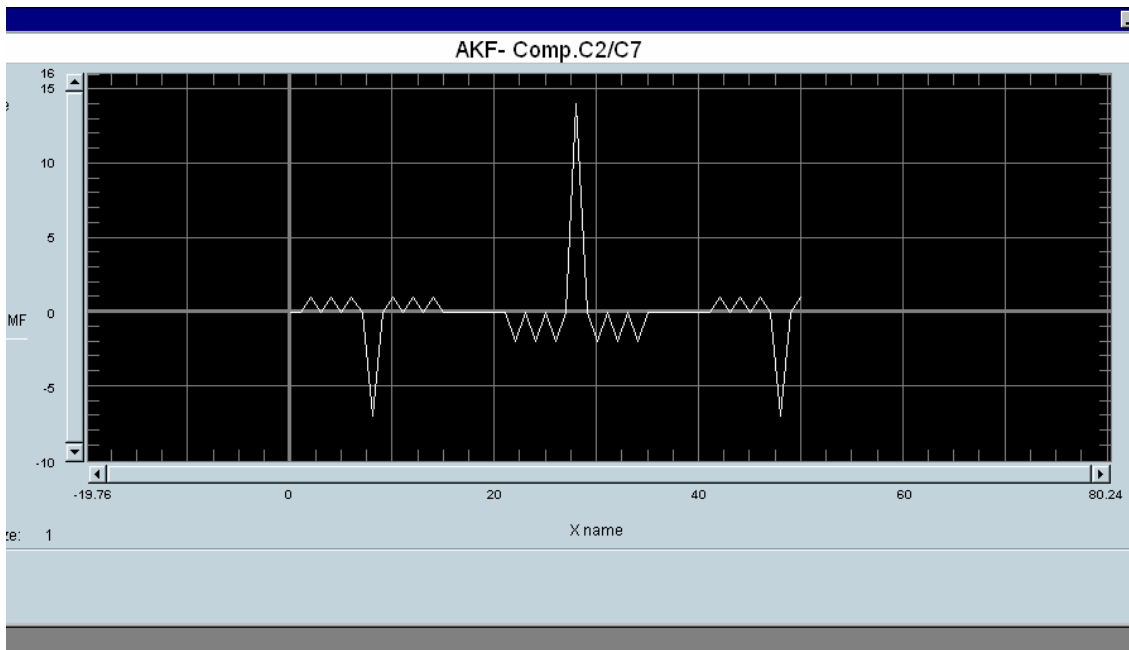


Рисунок 4 – Автокорреляционная функция композитного синхросигнала  $C2/C7$

## 3. ОПТИМИЗАЦІЯ ВЕЛИЧИНЫ ПОРОГА РЕГИСТРАЦИИ СИНХРОСИГНАЛА

В системах с кодовым разделением сигналов абонентов используется прямое расширение спектра сигнала путем наложения на передаваемый сигнал псевдослучайной последовательности (ПСП) [4]. При этом информация передается блоками (т.н. *чипами*). Общий вид структуры такого чипа показан на рис.5.

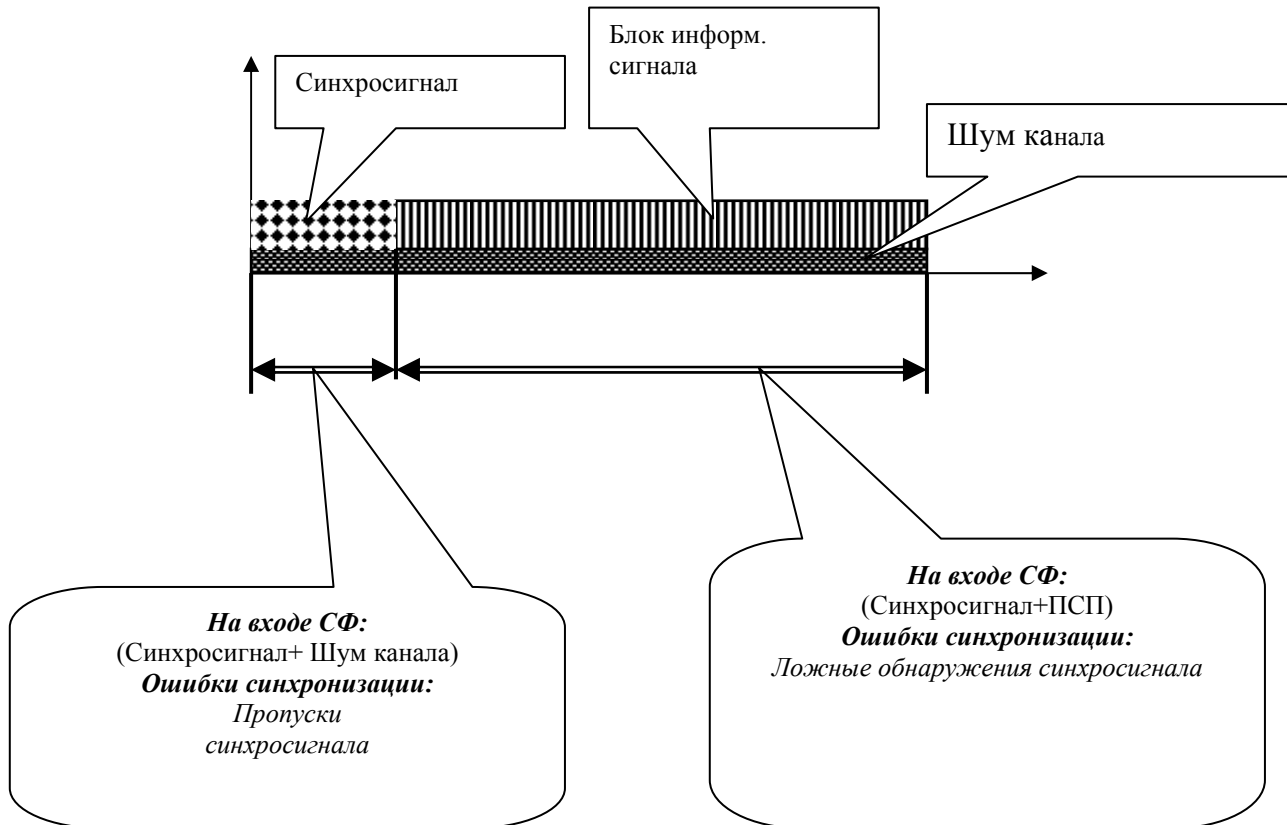


Рисунок 5 – Временная диаграмма приема блока (чипа) широкополосного сигнала вместе с сигналом синхронизации

Отмеченные в предыдущем разделе свойства композитных синхросигналов\* уместно использовать в системах блоковой (кадровой, цикловой) синхронизации, для обнаружения границ блоков информационных сигналов.

*Пороговый обнаружитель синхросигнала* состоит из фильтра, согласованного с синхросигналом. Выход фильтра подается на пороговое устройство с фиксированным порогом  $L$ . При подаче на вход СФ синхросигнала отклик на его выходе определяется формой АКФ синхросигнала (1). Превышение выбросом АКФ порога  $L$  регистрируется, как *временная отметка*, используемая для синхронизации по времени.

Качество работы таких систем определяются следующими показателями:

1. Вероятностью *ложного обнаружения* границы блока информационного сигнала.

*Ложное обнаружение синхросигнала* возникает всякий раз, когда отрезок информационной последовательности содержимого чипа на входе СФ принимает форму синхросигнала.

\* Предложенные синхросигналы можно условно называть «композитными кодами Баркера», поскольку в основе их формирования лежат уникальные свойства кодов Баркера.

2.Вероятностью *пропуска* границы блока  $P_{пр}$  за счет подавления синхросигнала случайным шумом, поступающим из канала.

*Пропуск синхросигнала* возникает всякий раз, когда случайный шум, поступающий из канала, принимает форму, *инверсную* форме синхросигнала, и, соответственно, снижает уровень отклика на выходе согласованного фильтра. При этом синхросигнал не регистрируется.

Эти параметры ( $P_{ло}$  и  $P_{пр}$ ) зависят от порогового уровня  $L$  обнаружителя синхросигнала, свойств синхросигнала, информационного сигнала и случайного шума. Эти параметры предстоит определить с целью сравнения свойств канонических и композитных кодов Баркера. Результаты исследований, выполненных с применением программ, разработанных в среде пакета прикладных программ **HP VEE**, приведены в следующих разделах.

#### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЛОЖНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИНХРОСИГНАЛА

На входы фильтров, согласованных с каноническим ( $Cm$ ) и композитным( $CM/Cm$ ) синхросигналами (соответственно), подавалась случайная последовательность равновероятных независимых символов  $\{+1,-1\}$ , имитирующая поток информационных символов содержания *чипа*. Вид процесса на выходе фильтра, согласованного с сигналом  $C7$  показан на рис.6.

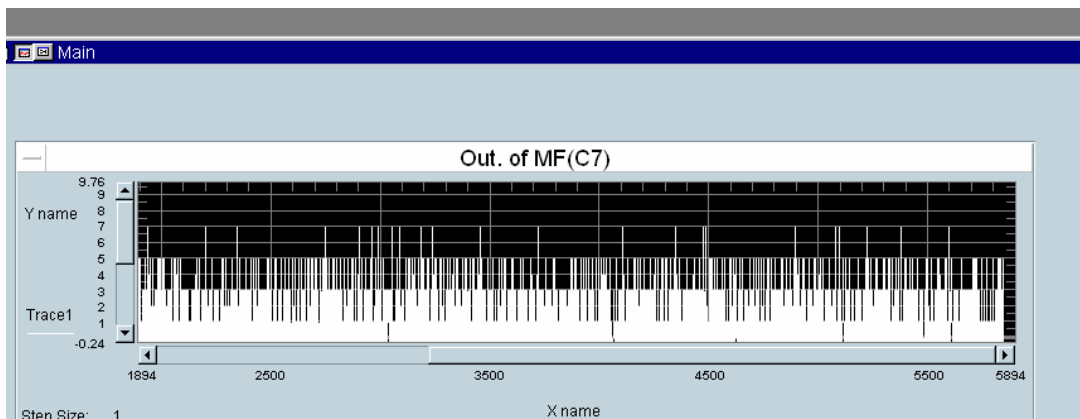


Рисунок 6 – Процесс на выходе фильтра, согласованного с сигналом  $C7$ .

Выбросы на выходе фильтра  $C7$  на рис.6, достигают уровня 7, что соответствует данным рис.2. Выброс уровня 7, появляется всякий раз, когда отрезок информационной последовательности на входе СФ совпадает с формой сигнала  $C7$ . Видно, что такие выбросы достаточно редки. Регистрировалось количество превышений предварительно установленного порога  $L$ , отмеченное на протяжении длительности теста  $N$ .

Величина  $N$  выбиралась равной  $10^5$  символов, что гарантировало точность определения вероятности ложных обнаружений. В этом случае вероятность ложных обнаружений определяется отношением:

$$P_{ло} = N_{ло} / N. \quad (6)$$

Результаты измерений приведены в табл.3.

Таблица 3 – Число ложных обнаружений синхросигналов  $N_{ло}$  (длина теста  $N=10^5$  символов)

Порог $L$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$C7$	-	-	-	-	785	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$C2/C7$	-	-	-	-	-	-	2680	676	634	97	81	8	3	0	0

Выбор больших значений порога  $L$ , превышающих максимум АКФ сигнала, недопустим, поскольку в этом случае будет пропущен синхросигнал. По данным табл.3, можно установить *предельно низкие значения* порога, гарантирующие приблизительно равные вероятности ложных обнаружения каждого из синхросигналов:

- Канонический сигнал C7:  $L=6, P_{\text{ло}}=4.10^{-5}$ ;
- Композитный сигнал C2/C7:  $L=13, P_{\text{ло}}=3.10^{-5}$ .

Использование длинных композитных кодов, дает значительно лучшие результаты, по сравнению с короткими кодами. Это подтверждается данными измерений, приведенными в табл.4.

Тип кода Баркера							
	C7	C2/C7	C2/C13	C3/C13	C4/C13	C5/C13	C7/C13
Длина кода $Mm$	7	14	26	39	42	65	91
Максимальный уровень выброса АКФ <sub>макс</sub>	7	14	26	39	42	65	91
Уровень выброса отклика СФ <sub>макс</sub> при действии на входе случайной последовательности	7	14	24	27	28	36	37

Таблица 4 – Сравнительные данные обработки согласованными фильтрами коротких (канонических) и длинных(композитных)синхросигналов Баркера

С повышением длины синхросигнала, уровень выбросов на выходе соответствующего СФ *не достигает* максимального значения выброса АКФ. Это наглядно иллюстрируется осциллограммой представленной на рис.7. Представлен длинный композитный синхросигнал C7/C13, для которого можно установить порог уверенной регистрации  $L_0=50 (L_0 < \text{АКФ}_{\text{макс}} = 91)$ . Видно, что выбросы процесса на выходе СФ никогда не достигают этого порога. Аналогичные ситуации имеют место при обнаружении других исследованных длинных композитных синхросигналов (C2/C13...C7/C13). Здесь, всегда, между максимальным уровнем выброса АКФ<sub>макс</sub> и уровнем выброса отклика СФ<sub>макс</sub>, имеется определенный *запас*  $\Delta = \text{АКФ}_{\text{макс}} - \text{СФ}_{\text{макс}}$ , что позволяет устанавливать порог уверенной регистрации синхросигнала в пределах этого интервала. При выполнении этого условия можно считать, что вероятность ложных обнаружений синхросигнала близка к нулю, что и подтверждает уникальность длинных композитных кодов.

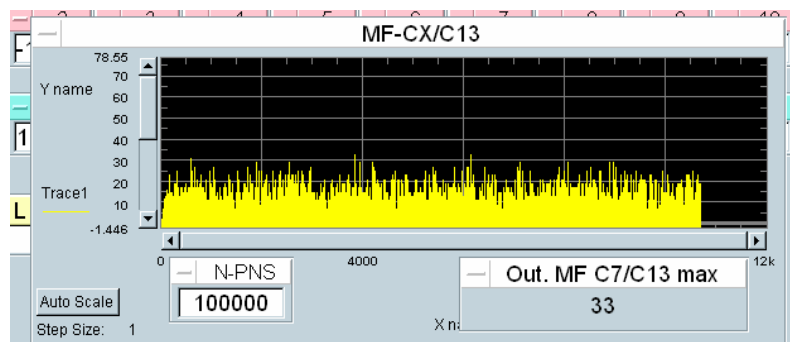


Рисунок 7– К иллюстрации процесса регистрации композитного синхросигнала C7/C13



5. СРАВНЕНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ СИНХРОСИГНАЛОВ

Для сравнения свойств помехоустойчивости канонического и композитного синхросигналов, необходимо совместное рассмотрение ошибок регистрации синхросигнала, обусловленных как ложными обнаружениями, так и пропусками синхросигнала. Будем считать, что каждая из этих ошибок ведет к ошибке правильного приема чипа (т.е. ошибки ложных обнаружений и пропусков синхросигнала равноценны). В таком случае критерием оптимизации порога регистрации является минимум суммарной вероятности ошибки регистрации

$$P_o = P_{ло} + P_{пс} . \tag{7}$$

Экспериментально в п. 4 установлено, что при установке порога регистрации синхросигнала в пределах этого интервала  $\Delta = АКФ_{\max} - СФ_{\max}$  вероятность ложных обнаружений синхросигнала близка к нулю ( $P_{ло} = 0$ ). В этих условиях помехоустойчивость приема синхросигналов в соответствии с формулой (7), определяется только вероятностью пропуска синхросигнала:  $P_o = P_{пс}$ , которая может быть определена следующим образом. Для анализа процесса пропуска синхросигнал  $C7$  в сумме с аддитивным шумом подавался на согласованный с ним фильтр. Особенности подавления синхросигнала шумом иллюстрируют временные диаграммы на рис.7 (синхросигнал без шума) и рис.8 (синхросигнал а сумме со случайным шумом). При подаче шума появляются «шумовая дорожка», а также модуляция по уровню максимумов АКФ случайным шумом. При этом каждое понижение уровня выхода СФ ниже порога сравнения  $L$  приводит к пропуску синхросигнала. Вероятность пропуска синхросигнала определялась расчетным путем по формуле:

$$P_{пс} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\Delta}{\sqrt{2}\sigma}\right) , \tag{8}$$

где:  $\operatorname{erfc}(z)$  – дополнение до единицы функции ошибок, а разность  $\Delta = АКФ_{\max} - L$  соответствует «расстоянию» между максимумом АКФ<sub>макс</sub> и порогом регистрации  $L$ , преодолеваемому шумом с распределением Гаусса и дисперсией  $\sigma^2$ .

Результаты расчетов суммарной вероятности ошибки регистрации синхросигналов по формулам (8) и (7) для различных значений отношения сигнал / шум в канале приведены в табл.5.

Таблица 5 – Помехоустойчивость регистрации синхросигналов на основе композитных кодов Баркера

Длина кода $Mm$	Тип кода Баркера				
	C2/C13	C3/C13	C4/C13	C5/C13	C7/C13
Максимальный уровень выброса АКФ <sub>макс</sub>	26	39	42	65	91
Порог регистрации синхросигнала $L$	25	37	39	62	87
Отношение сигнал/шум в канале $E_{\sigma}/N_0$ (дБ)	Вероятность ошибки регистрации синхросигналов $P_o$				
3.0	$2 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-9}$	$7 \cdot 10^{-16}$
5.0	$7 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-21}$	$1 \cdot 10^{-21}$	$5 \cdot 10^{-35}$

Из данных табл.5 следует, что при выборе длинных синхросигналов на базе композитных кодов  $C5/C13$  и  $C7/C13$  вероятность ошибки регистрации синхросигнала значительно меньше, чем типовое значение вероятности ошибки бита в цифровых каналах мобильной связи ( $10^{-4} \dots 10^{-5}$ ). Результаты измерений, полученные в разделе 4, показывают, что короткие канонические коды Баркера такой помехоустойчивости не обеспечивают.

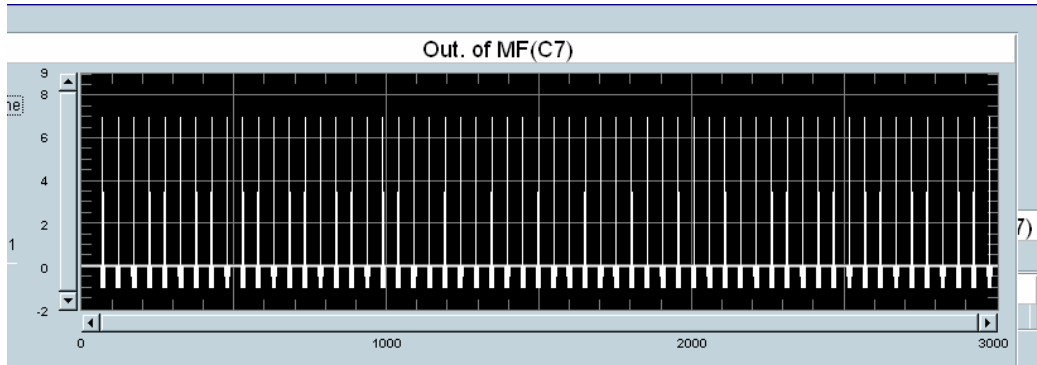


Рисунок 7– Выход СФ  $C7$  (Шум отсутствует)

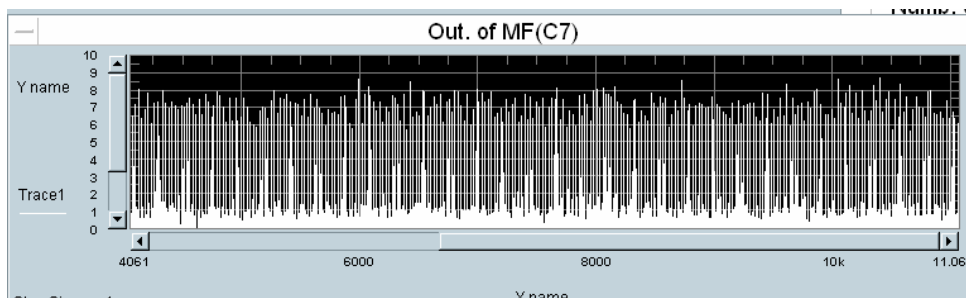


Рисунок 8 – Выход СФ  $C7$  (Отношение сигнала/шум 3дБ)

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Показано, что синхронизация во времени систем с кодовым разделением сигналов  $CDMA$  может быть реализована с применением кодов Баркера. При этом для обеспечения высокой помехоустойчивости, длина кода должна быть достаточно большой.

2. Предложен конструктивный метод формирования длинных синхросигналов на основе «композитных» кодов Баркера.

3. Экспериментальные исследования подтвердили «уникальность» композитных кодов.

4. Предложенный метод формирования длинных синхросигналов универсален: по изложенному в разд.2 алгоритму возможно каскадное построение композитных кодов, при котором на данном уровне формирования в качестве образующего кода выбирается короткий канонический код, а в качестве элементарного кода используется композитный код предыдущего уровня.

Литература

1. Barker R.H. Ground synchronizing of binary digital system //Communication theory–1953. –Vol.7. №2. P.273 –287.
2. Алексеев А.И., Шереметьев А.Г., Тузов Г.И. Теория и применение псевдослучайных сигналов.– М:Наука, 1969.–365 с.
3. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами.–М:Радио и связь, 1985.–384 с.
4. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение/Пер. с англ. – М: Издательский дом «Вильямс». 2003.–1104 с.
5. Сукачев Э.А. Сотовые сети радиосвязи с подвижными объектами: Учебн. пособ. – Одесса: УГАС, 1996.– 82 с.